

Zajednički djelitelji i zajednički višekratnici

Zadaci za DZ

U ovom dijelu cjeline "Djeljivost prirodnih brojeva" učenici trebaju (između ostaloga) uvježbati pronalaženje najvećeg zajedničkog djelitelja (D) i najmanjeg zajedničkog višekratnika (V).

U nekim udžbenicima naglasak je stavljen na velike brojeve za koje D i V pronalazimo pismeno, a nedostaju ili je vrlo malo zadataka s malim brojevima kroz koje će učenici provježbati pronalaženje D-a i V-a napamet.

To je pogrešno jer djeci taj postupak napamet uopće nije lagan, u njemu su nesigurni i puno griješe, a taj postupak napamet je podloga za kasniji račun s razlomcima u kojem ćemo napamet tražiti broj s kojim možemo kratiti (D), napamet ćemo tražiti najmanji zajednički nazivnik (V) itd.

Stoga taj račun napamet treba dobro provježbati već u ovoj cjelini - i na satu i kroz zadaću.

Ovdje su zadaci koje možemo zadavati za zadaću.

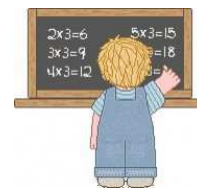
Antonija Horvatek

Matematika na dlanu

<http://www.antonija-horvatek.from.hr/>

1. **Prepiši i dopuni:**

- a) Zajednički djelitelji brojeva 15 i 21 su:
Najveći zajednički djelitelj brojeva 15 i 21 je ____.
 $D(15, 21) =$
- b) Zajednički djelitelji brojeva 24 i 8 su:
 $D(24, 8) =$
- c) Zajednički djelitelji brojeva 6 i 25 su:
 $D(6, 25) =$



2. Riječima napiši kako čitamo ovo: $D(14, 21) = 7$.

3. a) Za koje brojeve kažemo da su relativno prosti?
b) Imamo li u 1. zadatku koji par relativno prostih brojeva (vidi gore 1.a, b, c zadatak)?
c) Jesu li brojevi 16 i 15 relativno prosti? Koliki je $D(16, 15)$?
d) Jesu li brojevi 14 i 20 relativno prosti? Koliki je $D(14, 20)$?
e) Navedi neka dva relativno prosta broja (koja želiš, ali da nisu iz prethodnih zadataka).
f) Navedi neka dva broja koja **nisu** relativno prosta (koja želiš, ali da nisu iz prethodnih zadataka).

4. **Prepiši i dopuni:**

- | | |
|--|---|
| a) $D(10, 6) =$
Brojevi 10 i 6 _____ relativno prosti.
(jesu ili nisu) | d) $D(32, 24) =$
Brojevi 32 i 24 _____ relativno prosti. |
| b) $D(6, 9) =$
Brojevi 6 i 9 _____ relativno prosti. | e) $D(6, 35) =$
Brojevi 6 i 35 _____ relativno prosti. |
| c) $D(18, 7) =$
Brojevi 18 i 7 _____ relativno prosti. | f) $D(27, 45) =$
Brojevi 27 i 45 _____ relativno prosti. |

5. **Prepiši i dopuni:**

- | | | | |
|------------------|------------------|-------------------|---------------------|
| a) $D(10, 40) =$ | f) $D(35, 45) =$ | k) $D(9, 54) =$ | p) $D(12, 25) =$ |
| b) $D(40, 60) =$ | g) $D(24, 28) =$ | l) $D(99, 11) =$ | r) $D(15, 4) =$ |
| c) $D(21, 28) =$ | h) $D(24, 16) =$ | m) $D(50, 100) =$ | s) $D(800, 1000) =$ |
| d) $D(72, 56) =$ | i) $D(33, 55) =$ | n) $D(56, 21) =$ | t) $D(100, 3) =$ |
| e) $D(63, 72) =$ | j) $D(7, 14) =$ | o) $D(81, 9) =$ | u) $D(48, 6) =$ |

6. Navedi sve zajedničke djelitelje zadanih brojeva, a zatim i najveći zajednički djelitelj:

- | | | | |
|------------|------------|------------|-----------|
| a) 18 i 24 | b) 35 i 49 | c) 81 i 10 | d) 7 i 42 |
|------------|------------|------------|-----------|

7. Prepiši zadane brojeve i uz njih napiši jesu li oni relativno prosti:

- | | | | | | |
|------------|-----------|----------|------------|-----------|-----------|
| a) 15 i 20 | b) 8 i 64 | c) 9 i 5 | d) 21 i 22 | e) 24 i 4 | f) 16 i 9 |
|------------|-----------|----------|------------|-----------|-----------|

8. **Prepiši i dopuni:**

- | | | |
|----------------------|-----------------------|--------------------------|
| a) $D(12, 18, 24) =$ | c) $D(6, 9, 10) =$ | e) $D(16, 20, 32, 8) =$ |
| b) $D(20, 15, 30) =$ | d) $D(100, 60, 20) =$ | f) $D(42, 63, 49, 70) =$ |

9. Koji su zajednički djelitelji brojeva 30, 42 i 24 ?

10. **Prepiši i dopuni:**

- | | | | |
|-----------------|------------------|------------------|-----------------|
| a) $V(6, 10) =$ | d) $V(5, 30) =$ | g) $V(30, 20) =$ | j) $V(3, 8) =$ |
| b) $V(8, 12) =$ | e) $V(54, 6) =$ | h) $V(8, 72) =$ | k) $V(10, 4) =$ |
| c) $V(4, 6) =$ | f) $V(25, 10) =$ | i) $V(7, 9) =$ | l) $V(7, 28) =$ |

11. Nabroji nekoliko (barem tri) zajedničkih višekratnika brojeva:

- | | | | |
|----------|-----------|----------|-----------|
| a) 6 i 8 | b) 32 i 8 | c) 6 i 7 | d) 15 i 2 |
|----------|-----------|----------|-----------|

12. Nabroji nekoliko zajedničkih višekratnika brojeva 35 i 10, a zatim i najmanji zajednički višekratnik.

13. Prepiši i dopuni:

- | | | | |
|-------------------|----------------------|-------------------|---------------------------|
| a) $V(4, 6, 8) =$ | b) $V(10, 30, 20) =$ | c) $V(2, 3, 4) =$ | d) $V(100, 50, 20, 10) =$ |
|-------------------|----------------------|-------------------|---------------------------|

14. a) Napiši kako čitamo ovo: $V(12, 15) = 60$.

b) Napiši kako čitamo ovo: $D(12, 15) = 3$.

15. **Prepiši i dopuni:**

a) $D(10, 8) =$ c) $D(16, 24) =$ e) $D(9, 6) =$ g) $D(22, 33) =$
 $V(10, 8) =$ $V(16, 24) =$ $V(9, 6) =$ $V(22, 33) =$

b) $D(80, 40) =$ d) $D(28, 14) =$ f) $D(7, 8) =$ h) $D(1, 13) =$
 $V(80, 40) =$ $V(28, 14) =$ $V(7, 8) =$ $V(1, 13) =$

16. a) Koliki je najveći zajednički djelitelj relativno prostih brojeva?

b) Čemu je jednak najmanji zajednički višekratnik relativno prostih brojeva?

c) Npr. $D(11, 3) =$ _____, $V(11, 3) =$ _____. (prepiši u bilježnicu i dopuni)

d) Navedi još jedan takav primjer za neke relativno proste brojeve.

17. **Prepiši i dopuni:**

a) Zajednički djelitelji brojeva 20 i 8 su:

b) Zajednički višekratnici brojeva 20 i 8 su:

c) Zajednički djelitelji brojeva 11 i 7 su:

d) Zajednički višekratnici brojeva 11 i 7 su:

18. Pismenim postupkom izračunaj:

a) $D(180, 150)$ i $V(180, 150)$ d) $D(77, 231)$ i $V(77, 231)$ g) $D(57, 4)$ i $V(57, 4)$
b) $D(270, 225)$ i $V(270, 225)$ e) $D(55, 99)$ i $V(55, 99)$ h) $D(198, 330)$ i $V(198, 330)$
c) $D(32, 55)$ i $V(32, 55)$ f) $D(378, 441)$ i $V(378, 441)$ i) $D(150, 21)$ i $V(150, 21)$

Rješenja:

1. a) Zajednički djelitelji brojeva 15 i 21 su: 1, 3. Najveći zajednički djelitelj brojeva 15 i 21 je 3. $D(15, 21) = 3$

b) Zajednički djelitelji brojeva 24 i 8 su: 1, 2, 4, 8. $D(24, 8) = 8$ c) Zajednički djelitelji brojeva 6 i 25 su: 1. $D(6, 25) = 1$
2. $D(14, 21) = 7$ čitamo: "Najveći zajednički djelitelj brojeva 14 i 21 je broj 7."

3. a) Relativno prosti brojevi su brojevi kojima je najveći zajednički djelitelj jednak 1. b) Da, brojevi 6 i 25 su relativno prosti.
c) Da, brojevi 16 i 15 su relativno prosti jer je $D(16, 15) = 1$. d) Ne, brojevi 14 i 20 nisu relativno prosti. $D(14, 20) = 2$.

4. a) $D(10, 6) = 2$ Brojevi 10 i 6 nisu relativno prosti. b) $D(6, 9) = 3$ Brojevi 6 i 9 nisu relativno prosti. c) $D(18, 7) = 1$ Brojevi 18 i 7 jesu relativno prosti. d) $D(32, 24) = 8$ Brojevi 32 i 24 nisu relativno prosti. e) $D(6, 35) = 1$ Brojevi 6 i 35 jesu relativno prosti. f) $D(27, 45) = 9$ Brojevi 27 i 45 nisu relativno prosti.

5. a) $D(10, 40) = 10$, b) $D(40, 60) = 20$, c) $D(21, 28) = 7$, d) $D(72, 56) = 8$, e) $D(63, 72) = 9$, f) $D(35, 45) = 5$, g) $D(24, 28) = 4$,
h) $D(24, 16) = 8$, i) $D(33, 55) = 11$, j) $D(7, 14) = 7$, k) $D(9, 54) = 9$, l) $D(99, 11) = 11$, m) $D(50, 100) = 50$, n) $D(56, 21) = 7$,
o) $D(81, 9) = 9$, p) $D(12, 25) = 1$, r) $D(15, 4) = 1$, s) $D(800, 1000) = 200$, t) $D(100, 3) = 1$, u) $D(48, 6) = 6$

6. a) Zajednički djelitelji brojeva 18 i 24 su: 1, 2, 3, 6. $D(18, 24) = 6$. b) Zajednički djelitelji brojeva 35 i 49 su: 1, 7. $D(35, 49) = 7$.

c) Zajednički djelitelji brojeva 81 i 10 su: 1. $D(81, 10) = 1$. d) Zajednički djelitelji brojeva 7 i 42 su: 1, 7. $D(7, 42) = 7$.

7. a) 15 i 20 nisu, b) 8 i 64 nisu, c) 9 i 5 jesu, d) 21 i 22 jesu, e) 24 i 4 nisu, f) 16 i 9 jesu

8. a) $D(12, 18, 24) = 6$, b) $D(20, 15, 30) = 5$, c) $D(6, 9, 10) = 1$, d) $D(100, 60, 20) = 20$, e) $D(16, 20, 32, 8) = 4$, f) $D(42, 63, 49, 70) = 7$.

9. Zajednički djelitelji brojeva 30, 42 i 24 su: 1, 2, 3, 6.

10. a) $V(6, 10) = 30$, b) $V(8, 12) = 24$, c) $V(4, 6) = 12$, d) $V(5, 30) = 30$, e) $V(54, 6) = 54$, f) $V(25, 10) = 50$, g) $V(30, 20) = 60$,
h) $V(8, 72) = 72$, i) $V(7, 9) = 63$, j) $V(3, 8) = 24$, k) $V(10, 4) = 20$, $V(7, 28) = 28$.

11. a) Zajednički višekratnici brojeva 6 i 8 su: 24, 48, 72, ... b) Zajednički višekratnici brojeva 32 i 8 su: 32, 64, 96, ...

c) Zajednički višekratnici brojeva 6 i 7 su: 42, 84, 126, ... d) Zajednički višekratnici brojeva 15 i 2 su: 30, 60, 90, ...

12. Zajedničkih višekratnici brojeva 35 i 10 su: 70, 140, 210, ... $V(35, 10) = 70$.

13. a) $V(4, 6, 8) = 24$, b) $V(10, 30, 20) = 60$, c) $V(2, 3, 4) = 12$, d) $V(100, 50, 20, 10) = 100$

14. a) $V(12, 15) = 60$ čitamo: "Najmanji zajednički višekratnik brojeva 12 i 15 je broj 60."

b) $D(12, 15) = 3$ čitamo: "Najveći zajednički djelitelj brojeva 12 i 15 je broj 3."

15. a) $D(10, 8) = 2$, $V(10, 8) = 40$, b) $D(80, 40) = 40$, $V(80, 40) = 80$, c) $D(16, 24) = 8$, $V(16, 24) = 48$, d) $D(28, 14) = 14$, $V(28, 14) = 28$,
e) $D(9, 6) = 3$, $V(9, 6) = 18$, f) $D(7, 8) = 1$, $V(7, 8) = 56$, g) $D(22, 33) = 11$, $V(22, 33) = 66$, h) $D(1, 13) = 1$, $V(1, 13) = 13$.

16. a) Najveći zajednički djelitelj relativno prostih brojeva je broj 1. b) Najmanji zajednički višekratnik relativno prostih brojeva jednak je umnošku tih brojeva. c) Npr. $D(11, 3) = 1$, $V(11, 3) = 33$.

17. a) Zajednički djelitelji brojeva 20 i 8 su: 1, 2, 4. b) Zajednički višekratnici brojeva 20 i 8 su: 40, 80, 120, ...

c) Zajednički djelitelj brojeva 11 i 7 je samo broj 1. d) Zajednički višekratnici brojeva 11 i 7 su: 77, 154, 231, ...

18. a) $D(180, 150) = 30$, $V(180, 150) = 900$, b) $D(270, 225) = 45$, $V(270, 225) = 1350$, c) $D(32, 55) = 1$, $V(32, 55) = 1760$,

d) $D(77, 231) = 77$, $V(77, 231) = 231$, e) $D(55, 99) = 11$, $V(55, 99) = 495$, f) $D(378, 441) = 63$, $V(378, 441) = 2646$,

g) $D(57, 4) = 1$, $V(57, 4) = 228$, h) $D(198, 330) = 66$, $V(198, 330) = 990$, i) $D(150, 21) = 3$, $V(150, 21) = 1050$