

Dokaz Pitagorinog poučka

Ovaj materijal možete iskoristiti da biste učenike "naveli" na dokaz Pitagorinog poučka. Zamišljeno je da se ovaj dokaz provede u parovima bez strogo formalnog zapisivanja (većina učenika 8. razreda niti nije u stanju razumjeti (a kamoli i samostalno interpretirati) dokaz, ali ipak da steknu osjećaj o tome da se i to "nekako može dokazati"....).

1. stranicu na kojoj su nacrtana dva kvadrata isprintajte na npr. žuti papir.
2. stranicu na kojoj su pravokutni trokuti isprintajte na npr. crveni papir, izrežite trokute (možete ih i zaljepiti na karton), na "poledini" tih trokuta također napišite duljine stranica, tj. "a", "b" i "c" i kvadratićem označite pravi kut
3. stranicu "Dokažimo Pitagorin poučak" i "Dokaz Pitagorinog poučka" isprintajte na običan bijeli papir.

Na satu svaki par učenika treba dobiti:

- jedan žuti papir s kvadratima
- 8 crvenih izrezanih pravokutnih trokuta
- jedan papir "Dokažimo Pitagorin poučak"

Nakon što svi parovi naprave to što se od njih traži, prokomentiramo to s njima, nazad uzmemo sav materijal, a nakon toga svakom učeniku damo jedan papirić (pola A4 formata) "Dokaz Pitagorinog poučka" kojeg si trebaju zaljepiti u bilježnice.

Prilikom komentiranja dokaza možete koristiti i GSP datoteku koju također možete naći na mojim stranicama, a u kojoj je također prikazan ovaj dokaz.

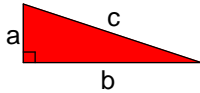
Antonija Horvatek

Matematika na dlanu

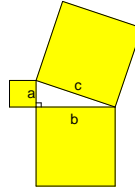
<http://www.antonija-horvatek.from.hr/>

Dokažimo Pitagorin poučak

Pitamo se da li za svaki pravokutan trokut vrijedi:



$$c^2 = a^2 + b^2$$



Dobio si pravokutan trokut (i 7 njegovih kopija). Zanima nas da li za njega vrijedi $c^2 = a^2 + b^2$.

Dobio si i papir na kojem su nacrtana dva kvadrata.

Odgovori na sljedeća pitanja (tj. komentiraj s onim s kime si u paru):

1. Jesu li ti kvadrati jednako veliki, tj. imaju li jednake površine? (stranice im izmjeri pomoću kateta dobivenih trokuta i na temelju toga usporedi)

2. Ako tim kvadratima prekrijemo jednako velike dijelove, hoće li i preostali (nepokriveni) dijelovi imati jednake površine?

3. a) Trokutima koje su dobio prekrij dio prvog kvadrata kao što je prikazano na sličici:

b) Koji lik čini nepokriveni dio? (objasni zašto)

c) Kolika je njegova površina? (u bilježnicu zapiši formulu)



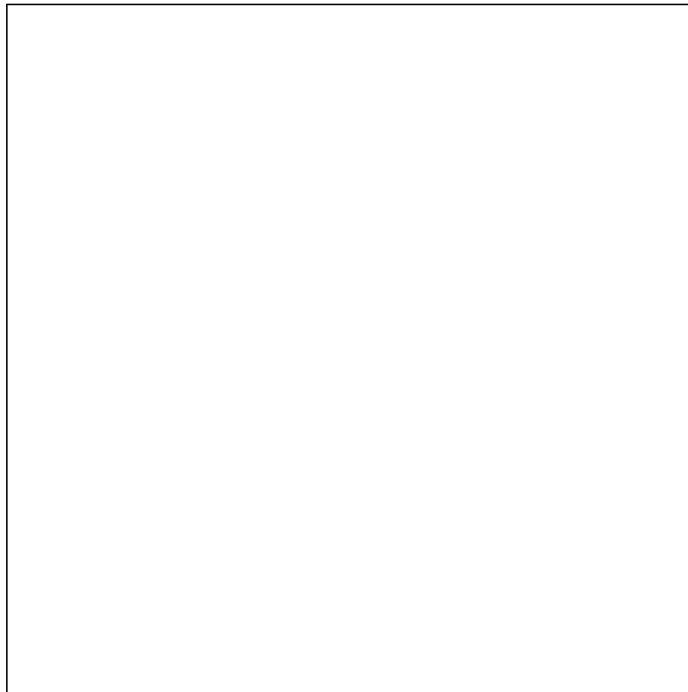
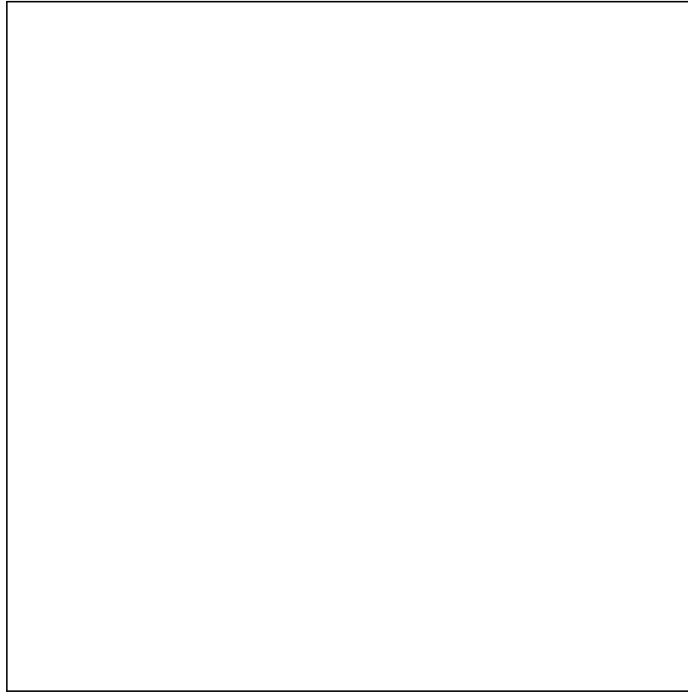
4. a) Dio drugog kvadrata prekrij kao što je prikazano na sljedećoj sličici:

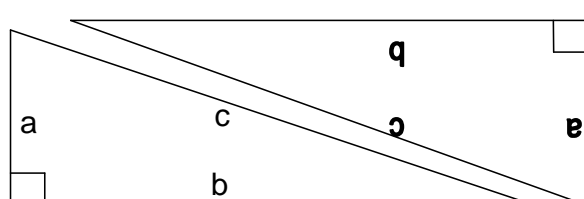
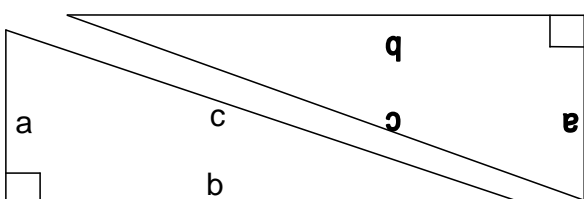
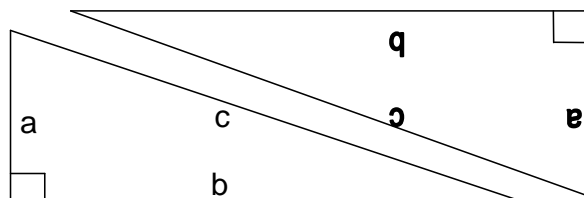
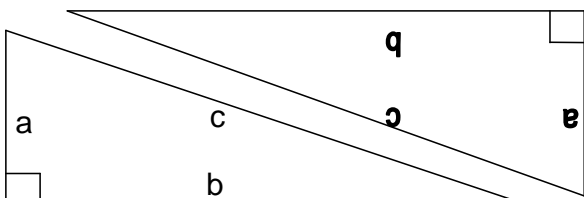
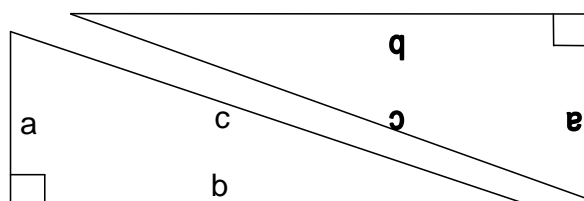
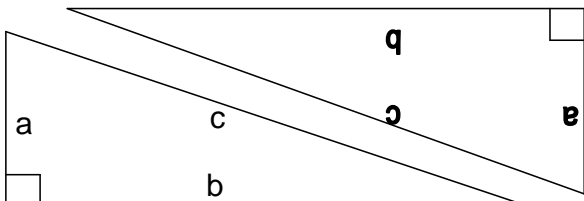
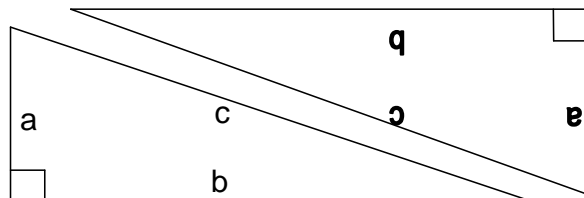
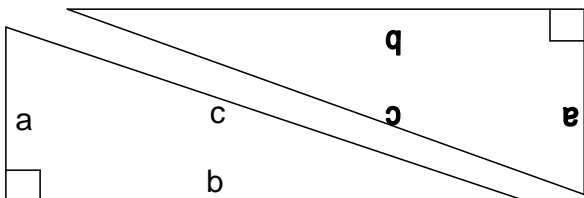
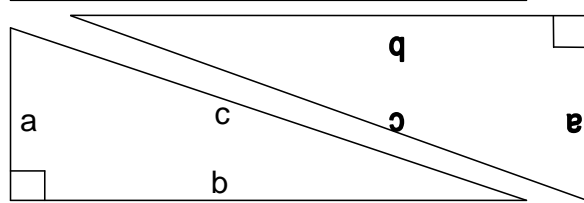
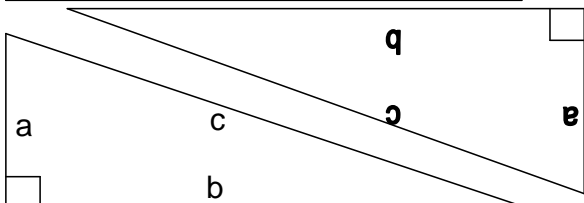
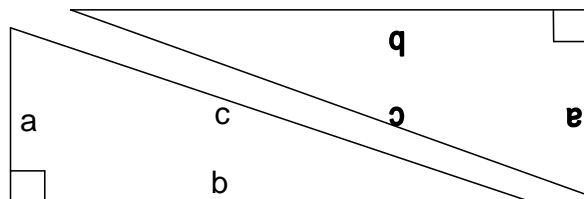
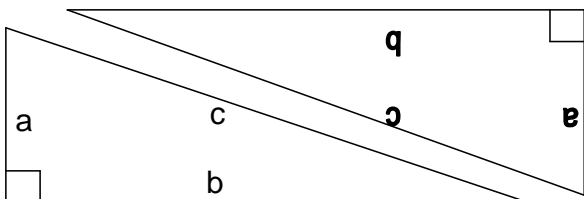
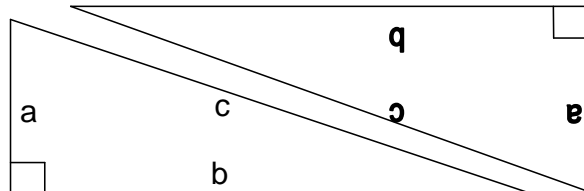
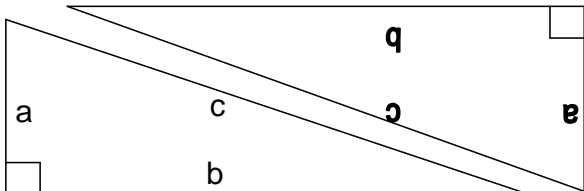
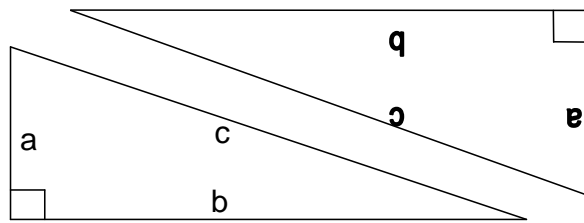
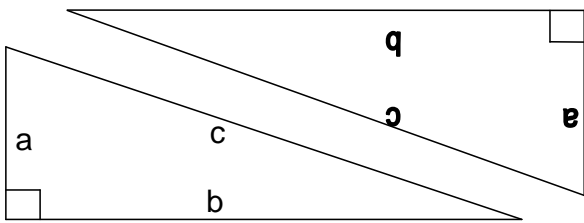
b) Koji likovi čine nepokriveni dio?

c) Kolika je površina svakog od njih, a kolika je ukupna površina nepokrivenog dijela? (zapiši u bilježnicu)



5. Sjeti se što si odgovorio na 2. pitanje. Zatim pogledaj odgovore na 3.c i 4.c pitanje. Što zaključuješ?



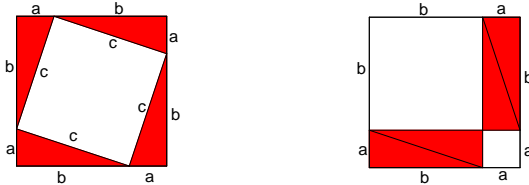


Dokaz Pitagorinog poučka

Pitamo se da li za bilo koji pravokutan trokut vrijedi:

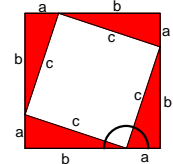


Uočimo dva kvadrata čije su stranice duge $a+b$ (kao zbroj kateta početnog pravokutnog trokuta). U svakog od njih smjestimo po 4 početna trokuta, ali na različite načine - ovako:



Kako su površine početnih kvadrata jednake i površine pokrivenih dijelova jednake, zaključujemo da su i površine nepokrivenih dijelova u 1. i 2. kvadratu jednake. Nadalje, kako je nepokrivena površina u prvom kvadratu c^2 , a u drugom a^2+b^2 , zaključujemo da vrijedi: $c^2=a^2+b^2$.

Jedino upitno je da li je nepokriveni dio prvoga kvadrata također zaista kvadrat, tj. otkud možemo biti sigurni da su njegovi kutovi pravi. Da bi odgovorio na to pitanje, sjeti se čemu je jednak zbroj onih dvaju kutova pravokutnog trokuta koji nisu pravi. S druge strane sjeti se koliko stupnjeva ima ispruženi kut, a zatim uoči kutove istaknute lukom na desnoj slici i zaključi koliki je bijeli dio istaknutog kuta.



I to je to!!! 😊

Dokaz Pitagorinog poučka

Pitamo se da li za bilo koji pravokutan trokut vrijedi:

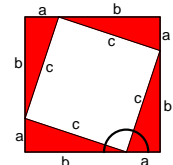


Uočimo dva kvadrata čije su stranice duge $a+b$ (kao zbroj kateta početnog pravokutnog trokuta). U svakog od njih smjestimo po 4 početna trokuta, ali na različite načine - ovako:



Kako su površine početnih kvadrata jednake i površine pokrivenih dijelova jednake, zaključujemo da su i površine nepokrivenih dijelova u 1. i 2. kvadratu jednake. Nadalje, kako je nepokrivena površina u prvom kvadratu c^2 , a u drugom a^2+b^2 , zaključujemo da vrijedi: $c^2=a^2+b^2$.

Jedino upitno je da li je nepokriveni dio prvoga kvadrata također zaista kvadrat, tj. otkud možemo biti sigurni da su njegovi kutovi pravi. Da bi odgovorio na to pitanje, sjeti se čemu je jednak zbroj onih dvaju kutova pravokutnog trokuta koji nisu pravi. S druge strane sjeti se koliko stupnjeva ima ispruženi kut, a zatim uoči kutove istaknute lukom na desnoj slici i zaključi koliki je bijeli dio istaknutog kuta.



I to je to!!! 😊