

Realni brojevi

3. cjelina u 8. razredu nosi naziv "Realni brojevi". Kako se s racionalnim brojevima upoznajemo u 6. razredu, a s korijenima smo se već upoznali na početku 8. razreda, ostaje malo novih stvari koje u ovoj cjelini trebamo savladati. Stoga se možemo upitati koliko postojanje ove cjeline uopće ima smisla, a vezano uz to također se postavlja i pitanje da li ocjenu iz ovog ispita znanja trebamo smatrati ravnopravnom ostalim ocjenama iz ispita znanja.

Prije nekoliko godina o tom smo problemu porazgovarali na Listi, a kolegica Zlata Ćurković iznijela je odličan prijedlog da ovu cjelinu, osim za usvajanje ono malo novog gradiva, iskoristimo i za ponavljanje i sistematizaciju svega što smo dosad naučili o realnim brojevima. Jako mi se svidio njen prijedlog. Jer, zaista, potreba i za ponavljanjem i za sistematizacijom zaista postoji. S jedne strane slabiji učenici stalno zaboravljaju i one osnovne stvari koje će im itekako trebati u srednjoj školi, pa je ovdje prilika da to s njima ponovimo, a ujedno i samom činjenicom da ćemo ih i ocjeniti iz toga, ukažemo na važnost toga. A što se boljih učenika tiče, usudila bih se reći da u vrijeme kad smo učili racionalne brojeve (u 6. razredu) oni nisu ni bili previše zreli za neke složenije zadatke ("kobasice") iz njih, a kasnije niti nemamo pravu priliku provježbati takve zadatke, iako će se u srednjoj školi podrazumijevati da smo mi u osnovnoj školi to napravili.

Stoga sa slabijim učenicima ovdje možemo ponoviti osnovne stvari, a s boljim učenicima možemo se uhvatiti u koštac sa upravo složenijih zadacima. Ujedno ovdje treba ponoviti i operacije s korijenima naučene u 1. cjelini, jer je to gradivo još uvijek svježije i nije dovoljno "sjelo".

Stoga, nakon što kroz nekoliko sati zajednički prijedemo novo gradivo, prije ispita znanja učenike obično podijelim u grupe, pa pripremu za ispit radimo u grupama. Oni koji žele uvježbavati složenije zadatke (to su obično vrlo dobri i odlični učenici, kod kojih ne postoji potreba za ponavljanjem onog najosnovnijeg) čine grupu A, a oni koji još trebaju poraditi na savladavanju osnovnijih stvari (dobri i dovoljni) čine grupu J (J kao Jednostavnije). Učenici se, dakle, trebaju složiti u grupe od 3-4 učenika tako da su u istoj grupi oni koji namjeravaju rješavati iste zadatke i oni koji i inače dobro surađuju/komuniciraju.

Grupni rad traje 2 sata, a zadaci koje učenici nisu stigli riješiti ostaju im za DZ (tada im dam i rješenja da se kod kuće mogu prekontrolirati).

Pismeni ispit, iznimno u ovoj cjelini, podijeljen je na **A, B i J grupu**. Grupe A i B su uobičajene težine i iz njih se mogu dobiti ocjene od 1 do 5. Grupa J je jednostavnija, u njoj su samo osnovniji zadaci namijenjeni slabijim učenicima. Iz nje se ne može dobiti ocjena veća od 3. Učenik sâm na početku ispita bira želi li grupu J ili uobičajenu. Sa izgledom ovog ispita znanja učenike upoznam već na početku pripremanja za ispit, tj. kad krećemo na grupni rad; i samu grupu koju će tada izabrati bilo bi dobro da izaberu u skladu sa željenom ocjenom i onom grupom koju namjeravaju rješavati na ispitu.

Kad krećemo na pripremu za ispit (na grupni rad) neki su učenici u nedoumici za koju da se grupu opredjele (to su obično oni između dobrih i vrlo dobrih). Ukoliko se ne uspiju odlučiti, predložim da se opredjele za jednostavniju grupu, a za kući im dam i zadatke od složenije grupe pa ako žele neka se do ispita pripreme za nju ili obratno - da pokušaju rješavati težu, pa se prebace na lakšu ako im se ova učini preteškom. Uglavnom, opredjeljenje za vrijeme grupnog rada **nije presudno** za opredjeljenje u ispitu znanja; u ispitu učenik ima potpunu slobodu izabrati koju grupu želi.

U nastavku (na idućim stranicama) slijede zadaci za ponavljanje prije ispita znanja (grupni rad).

Popis onoga što prije ponavljanja u grupama **zajednički** prođemo u ovoj cjelini:

- ponovimo koje smo sve skupove brojeva dosad učili (N, Z, Q),
- uvedemo nove skupove brojeva (I, R),
-

- uočimo u kojim su međuosobnim odnosima ti skupovi, te se unutar te priče dotaknemo i pojma podskupa, unije, presjeka i praznog skupa
- prisjetimo se rješavanja jednačbi (linearnih i kvadratnih), te komentiramo da li rješenje jednačbe pripada skupu N , Z , I ...
- upoznamo se sa smještanjem iracionalnih brojeva na brojevni pravac i podsjetimo se kako racionalne brojeve smještamo na isti, te u vezi zadnjeg naučimo što znači da je skup Q **gust** skup i uvedemo pojam aritmetičke sredine. U vezi prikaza na brojevnom pravcu, prisjetimo se i rješavanja nejednačbi, te na pravcu grafički prikazujemo njihova rješenja (npr. $2 < x \leq 7.6$; $x \geq \sqrt{2}$)
- podsjetimo se kako uspoređujemo racionalne brojeve, te naučimo uspoređivati i bilo koja dva realna broja

Antonija Horvatek

Matematika na dlanu

<http://www.antonija-horvatek.from.hr/>

Ponavljanje - Realni brojevi Grupa A

1.) Izračunaj:

- | | |
|---|---|
| a) $-5 \cdot (-4) + 24 : (-4) =$ | f) $-1 \cdot (-1) \cdot 19 \cdot 19 \cdot 2 =$ |
| b) $-3 - 10 : (-2) + 3 \cdot (-2) + (-2) =$ | g) $12 - (-36) : (-4) + 5 \cdot (-7) - (1 - 4) \cdot 9 =$ |
| c) $5 \cdot (-12) : (-4) - (+1) =$ | h) $2 - 3 \cdot \{ 2 - 3 \cdot [2 - 3 \cdot (2 - 18 : 6)] \} =$ |
| d) $-(84 - 100) - (4 - 8) =$ | i) $-[1 - 2 \cdot (3 - 4)] \cdot [-96 : 12 - 42 : (-21)] =$ |
| e) $-1 - 1 + 19 - 19 + 2 =$ | |

2.) Izračunaj:

- | | |
|--|---|
| a) $2 : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) + \frac{8}{5} \cdot \frac{3}{40} - 2 : \frac{2}{5} =$ | e) $\frac{-\frac{1}{-2} - \frac{11}{15}}{-0.6 + \frac{-7}{10}} =$ |
| b) $3 \frac{3}{5} : \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{58} \cdot 5 \frac{4}{5} \right) =$ | f) $0.56 \cdot \frac{40}{63} \cdot 1 \frac{12}{42} \cdot \frac{35}{48} =$ |
| c) $1 - 2 \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} - 0.6 =$ | |
| d) $\left(1 + 2 \frac{3}{7} \right) \cdot \frac{-14}{3} - 1.5 \cdot \frac{-2}{3} =$ | |

3.) Izračunaj bez pretvaranja u razlomke:

- | | | |
|-------------------------|------------------------|----------------------|
| a) $-42.8 - 9.76 =$ | e) $6.32 \cdot 10 =$ | i) $0.34 : 0.04 =$ |
| b) $37.92 - 8.764 =$ | f) $0.05 \cdot 1000 =$ | j) $1 : 0.4 =$ |
| c) $-459.76 + 78 =$ | g) $214.1 : 4 =$ | k) $23.6 : 10 =$ |
| d) $0.907 \cdot 4.08 =$ | h) $0.78 : 0.3 =$ | l) $820 : 10\,000 =$ |

4.) Pretvori u decimalni broj:

- | | | | | | |
|------------------|--------------------|--------------------|----------------------|-------------------|------------------------|
| a) $\frac{3}{5}$ | b) $2 \frac{2}{5}$ | c) $3 \frac{1}{4}$ | d) $6 \frac{7}{100}$ | e) $\frac{9}{10}$ | f) $\frac{1836}{1000}$ |
|------------------|--------------------|--------------------|----------------------|-------------------|------------------------|

5.) Sredi izraze:

- | | | |
|------------------------------------|--|--------------------------------------|
| a) $4\sqrt{10} - 7\sqrt{10} =$ | f) $(3\sqrt{7} - 2\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{7}) =$ | j) $\sqrt{18} - 3\sqrt{8} =$ |
| b) $4\sqrt{10} \cdot 7\sqrt{10} =$ | g) $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) \cdot (3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) =$ | k) $\frac{4}{2\sqrt{5}} =$ |
| c) $(4\sqrt{10})^2 =$ | h) $\left(\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right)^2 =$ | l) $\frac{3}{5 - \sqrt{2}} =$ |
| d) $5\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{8} =$ | i) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{5})^2 =$ | m) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1} =$ |
| e) $3\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} =$ | | |

6.) Sredi izraze:

- | | |
|--|--|
| a) $\sqrt{144} - \sqrt{25-9} =$ | d) $(\sqrt{3} + 2)^2 - (5\sqrt{3})^2 - 5\sqrt{3} =$ |
| b) $\frac{\sqrt{49} - \sqrt{81}}{7} - \frac{(\sqrt{5})^2}{\sqrt{225}} =$ | e) $(2 - 3\sqrt{2})^2 - (5 - 2\sqrt{2})^2 =$ |
| c) $\left(\frac{2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{7}} \right)^2 =$ | f) $(2\sqrt{3})^2 - (2 - \sqrt{12})^2 - \sqrt{3} =$ |
| | g) $6\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{8} - \sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{12} - 4\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} =$ |

7.) Umetni znak $<$, $>$ ili $=$:

- | | | | | | | | | |
|----|-----------------------|-----------------------|----|-----------------------|------------------------|----|----------------|--------|
| a) | $\sqrt{3}$ | 1.6 | d) | $\frac{\sqrt{28}}{3}$ | $\frac{2}{3}\sqrt{7}$ | g) | - 7.802 | - 7.81 |
| b) | $\frac{4}{5}\sqrt{2}$ | $\frac{\sqrt{31}}{5}$ | e) | - 2.5 | $-\frac{\sqrt{30}}{2}$ | h) | $-\frac{2}{3}$ | - 3.6 |
| c) | - 17 | $-\sqrt{290}$ | f) | $1\frac{2}{3}$ | $1\frac{4}{6}$ | i) | 14.90 | 14.09 |

8.) Na brojevnom pravcu označi brojeve:

- a) $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}, \sqrt{10}$
 b) $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, -2\sqrt{2}, -\sqrt{2}$
 c) $\sqrt{3}, \sqrt{3}+1, \sqrt{3}-5, 4-\sqrt{3}, \sqrt{3}+2, 6-2\sqrt{3}$
 d) $\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2.75, -\sqrt{2}, -2.25, -3.5, 3.25, -2.75$
 e) $\frac{5}{6}, 2\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, 1\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, -1\frac{1}{6}, -\frac{5}{6}, -1\frac{1}{2}, -1\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$

9.) Nacrtaj kvadrat čija je površina 2 cm^2 .

10.) Riješi jednadžbu i napiši da li ona ima rješenje u skupu Z :

- | | |
|---|---|
| a) $-3b - (2 - b) = 4 - 2(3b + 6)$ | e) $(3x + 1)^2 = 169$ |
| b) $\frac{-1}{4} + \frac{x}{5} = -\frac{8-3x}{4}$ | f) $(2a + 3)^2 = (2a - 4) \cdot (2a + 4)$ |
| c) $6a^2 - 5 = 8a^2 - 9$ | g) $-2x^2 = 6$ |
| d) $9 - 3c^2 = 5c^2 + 9$ | h) $\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ |

11.) Riješi nejednadžbu i rješenje prikaži na brojevnom pravcu:

- | | |
|--|---|
| a) $2x < 4x - 6$ | d) $-x - 8 > -3 \cdot (-x - 4)$ |
| b) $1\frac{3}{4}x - 1 \geq \frac{x}{2} - 2.25$ | e) $6x - (2x - 3) \leq 5x + 3$ |
| c) $\frac{x-2}{3} - 1 < \frac{3-x}{2}$ | f) $2 - \frac{2x-1}{10} \leq \frac{x}{2} - \frac{3-x}{5}$ |

12.) Riješi sustave jednadžbi (kojom metodom želiš):

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| a) $2x - 3y = -23$ | b) $-x + 2y = -11$ |
| <u>$3x - 2y = -22$</u> | <u>$4x - 3y = 14$</u> |

Ponavljanje - Realni brojevi Grupa J

1.) Izračunaj:

a) $-9 - 6 =$	f) $95 - 15 =$	k) $-2 - (-19) =$	p) $6 \cdot (-9) =$
b) $-8 + 14 =$	g) $0 - 64 =$	l) $12 - (+25) =$	r) $-36 : (-4) =$
c) $19 - 19 =$	h) $-14 + 13 =$	m) $-6 + (-8) =$	s) $-42 : 6 =$
d) $17 - 28 =$	i) $-17 - 17 =$	n) $-6 \cdot (-8) =$	t) $56 : (-7) =$
e) $-46 - 23 =$	j) $-3 + (-9) =$	o) $-9 \cdot 7 =$	u) $-32 : 32 =$

2.) Izračunaj:

a) $-3 \cdot 9 =$	f) $-9 : 3 =$	k) $-9 + 9 =$	p) $-8 - 8 =$
b) $-3 + 9 =$	g) $-9 + 3 =$	l) $-35 : (-5) =$	r) $8 + (-8) =$
c) $-3 - 9 =$	h) $-9 - (+3) =$	m) $-35 - (-5) =$	s) $0 \cdot (-6) =$
d) $-3 \cdot (-9) =$	i) $16 \cdot (-2) =$	n) $24 : (-8) =$	t) $0 - 6 =$
e) $3 + (-9) =$	j) $-9 \cdot 9 =$	o) $-8 \cdot (-8) =$	u) $9 \cdot (-8) =$

3.) Izračunaj:

a) $-16 + 32 + 16 + 32 - 100 =$	d) $-8 - (-4) + (-2) - (+1) =$	g) $4 + (-3) - (+2) - (-1) =$
b) $-7 + 5 - 9 + 19 =$	e) $-8 \cdot (-4) \cdot (-2) \cdot (-1) =$	h) $-3 + 7 - 4 =$
c) $-8 - 4 - 2 - 1 =$	f) $4 \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) =$	i) $-3 \cdot 7 \cdot (-4) =$

4.) Izračunaj:

a) $\frac{8}{9} + \frac{1}{6} =$	c) $\frac{5}{12} + 1 - \frac{7}{9} =$	e) $\frac{18}{49} \cdot 2\frac{8}{24} =$	g) $36 : 1\frac{1}{5} =$
b) $2\frac{7}{8} - 1\frac{1}{4} =$	d) $\frac{42}{17} \cdot \frac{34}{63} =$	f) $\frac{32}{21} : \frac{24}{7} =$	h) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} =$

5.) Izračunaj:

a) $42.8 + 9.76 =$	e) $0.907 \cdot 4.08 =$	i) $94 : 5 =$	m) $1 : 0.4 =$
b) $37.92 - 8.764 =$	f) $6.32 \cdot 10 =$	j) $3 : 5 =$	n) $23.6 : 10 =$
c) $459.76 - 87 =$	g) $0.5 \cdot 1000 =$	k) $0.78 : 0.3 =$	o) $82 : 1000 =$
d) $3.6 \cdot 2.4 =$	h) $214.1 : 4 =$	l) $0.34 : 0.04 =$	p) $7.9 : 7.9 =$

6.) Izračunaj:

a) $\frac{3}{7} - 0.5 =$	c) $-0.07 + \frac{-3}{10} =$	e) $-1\frac{2}{3} : 0.5 =$
b) $-1.3 - \frac{-8}{5} =$	d) $-2.5 \cdot \frac{-10}{3} =$	

7.) Umetni znak $<$, $>$ ili $=$:

a) -9 -5	f) $\frac{-6}{5}$ $\frac{-9}{7}$	j) 62 61.7	n) $\frac{4}{7}$ 0.7
b) -14 6		k) -3.09 -3.090	
c) 7 -8	g) $\frac{3}{5}$ $5\frac{3}{8}$	l) 76.53 76.524	o) $1\frac{2}{3}$ 1.6
d) -42 -50	h) 3.28 32.8	m) -13.6 -13.62	
e) $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{11}$	i) 14.07 14.7		

8.) Na brojevnom pravcu označi brojeve:

a) $1\frac{2}{5}, 3\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 2\frac{3}{5}$

b) $1\frac{3}{4}, 4\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 3\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, -2\frac{1}{4}, -1\frac{1}{2}, \frac{-1}{4}$

c) 0.25, 1.5, 2.75, 3.5, 0.75, 0.5, -1.75, -0.25, -2.5, -1.25

9.) Riješi jednadžbu i napiši da li ona ima rješenje u skupu \mathbb{Z} :

a) $-3x - 2 = 4x - 16$

d) $\frac{-1}{4} + \frac{x}{5} = \frac{3x}{4} - 2$

b) $2 - 5a - 17 = 5a - 6 + 8a$

c) $-3b - (2 - b) = 4 - 2 \cdot (3b + 6)$

e) $3 \cdot (2 - 3x) = 4 - 2 \cdot (4x - 3)$

10.) Riješi nejednadžbu i rješenje prikaži na brojevnom pravcu:

a) $2x < 4x - 6$

c) $-x - 8 > 12 + 3x$

b) $7x - 4 \geq 2x - 9$

d) $6x - (2x - 3) \leq 5x + 3$

11.) Izračunaj:

a) $4^2 + 2 \cdot 3^2 =$

c) $3 \cdot \sqrt{25} - \sqrt{81} =$

b) $\sqrt{16} - \sqrt{49} =$

d) $-\sqrt{121} - 9^2 =$

12.) Sredi izraze:

a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$

e) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} =$

i) $(\sqrt{6})^2 =$

b) $3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} =$

f) $6\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{5} =$

j) $(2\sqrt{6})^2 =$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$

g) $4\sqrt{7} \cdot \sqrt{3} =$

k) $(4\sqrt{2})^2 =$

d) $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} =$

h) $8 \cdot 6\sqrt{2} =$

l) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{2} - 4\sqrt{3} =$

13.) Pretvori u decimalni broj:

a) $\frac{5}{8}$

b) $3\frac{2}{5}$

c) $1\frac{3}{4}$

d) $6\frac{1}{2}$

e) $\frac{3}{5}$

f) $4\frac{1}{8}$