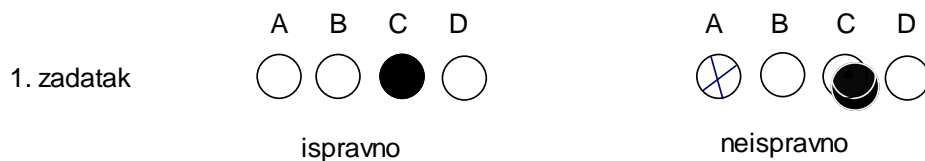


Festival matematike Varaždinske županije 2017.

Ekipno natjecanje za učenike srednje škole, kategorija: RIHTERI

Netočno rješenje donosi 0 bodova, a zadatak bez ponuđenog rješenja 1, 2, ili 3 boda ovisno o težini zadatka.

Od 4 ponuđena rješenja samo je jedno točno koje se unosi u priloženu tablicu za odgovore. Ispod slova s točnim odgovorom za pojedini zadatak obojite kemijskom olovkom kružić kako je prikazano na primjeru.



Zadaci za 5 bodova:

- Koliko je 20% od $\frac{2^3-3^2}{2^{-3}-3^{-2}}$?
A. 14.4 B. 0.2 C. -0.2 D. -14.4
- Ako točka $(2, -3)$ pripada pravcu $(2 + a)x + (3 + a)y + 3 = 0$, kolika je vrijednost realnog parametra a ?
A. -3 B. -2 C. 2 D. 3
- Na kojem intervalu funkcija $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$ pada?
A. $(-\infty, \frac{3}{2})$ B. $(-\infty, \frac{5}{2})$ C. $(\frac{3}{2}, +\infty)$ D. $(\frac{5}{2}, +\infty)$
- Špancirfest je treću godinu za redom ušao među tri finalista za nagradu Turistički događaj godine, koja se dodjeljuje unutar Godišnjih hrvatskih turističkih nagrada. 2015. godine, u deset dana trajanja Špancirfesta, Varaždin je posjetilo 200000 šetača, a 2016. godine posjetilo ga je 265000. Ako pretpostavimo da broj šetača raste linearno, koliko će ih biti na Špancirfestu 2021. godine?
A. 590000 B. 525000 C. 460000 D. 395000

5. U pravokutnom trokutu je $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$, duljina katete $a = 12 \text{ cm}$. Kolika je duljina hipotenuze tog trokuta ?

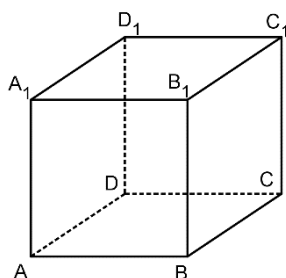
- A. 9 cm B. 15 cm C. 16 cm D. 20 cm

6. Koliko rješenja ima jednačina $||x| - 5| = 5$?

- A. jedno B. dva C. tri D. četiri

7. Dana je kocka $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ duljine brida a . Kolika je površina presjeka kocke ravninom koja je određena pravcima BC_1 i AD_1 ?

- A. a^2
 B. $a^2\sqrt{2}$
 C. $a^2\sqrt{3}$
 D. $2a^2$



8. U prvim razredima jedne škole učenici su anketirani o aktivnostima kojima se najviše bave u slobodno vrijeme. Trećina učenika ga provodi na računalu, četvrtina gleda TV, šestina se bavi sportom, devetina s kućnim ljubimcem, a preostalih 25 učenika se druži s prijateljima. Koliko je učenika u prvim razredima te škole ?

- A. 108 B. 144 C. 180 D. 216

9. Koliko je $(1 + i)(1 - i^2)(1 + i^4)(1 - i^8)(1 + i^{16})$?

- A. -1 B. 0 C. 1 D. i

10. Brojevi $\sqrt{2}, x, \sqrt{18}$ uzastopni su članovi rastućega geometrijskog niza. Koliki je količnik toga niza ?

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{6}$ C. 3 D. 9

11. Neka su \vec{i}, \vec{j} jedinični međusobno okomiti vektori. Kolika je vrijednost realnog parametra k za koju su vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + (3k - 1)\vec{j}$ i $\vec{b} = -3\vec{i} - \vec{j}$ okomiti ?

- A. -20 B. $-\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. 4

12. Površina pobočja pravilne šesterostrane prizme, kojoj su sve bočne strane kvadrati, iznosi 96 cm^2 . Koliki je obujam ove prizme ?

- A. $48\sqrt{3} \text{ cm}^3$ B. $72\sqrt{3} \text{ cm}^3$ C. $96\sqrt{3} \text{ cm}^3$ D. $108\sqrt{3} \text{ cm}^3$

Zadaci za 10 bodova:

21. Koji broj je rješenje jednadžbe $\frac{x-2013}{4} + \frac{x-2014}{3} + \frac{x-2015}{2} = \frac{x-4}{2013} + \frac{x-3}{2014} + \frac{x-2}{2015}$?

- A. 2014 B. 2015 C. 2016 D. 2017

22. Kolika je vrijednost izraza $\frac{a^3-b^3}{a^4-b^4} \cdot \frac{a^3b+ab^3}{a^2+ab+b^2}$ za $a = \frac{1}{3}$ i $b = -\frac{1}{2}$?

- A. $-\frac{1}{6}$ B. 0 C. 1 D. $\frac{1}{6}$

23. Broj $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$ jedno je rješenje kvadratne jednadžbe s racionalnim koeficijentima. Kako glasi ta jednadžba ?

- A. $x^2 - 2x + 3 = 0$ B. $x^2 + 2x - 1 = 0$
C. $2x^2 + 9x + 9 = 0$ D. $9x^2 - 9x + 2 = 0$

24. U Varaždinskoj županiji je šest gradova: Varaždin, Ivanec, Lepoglava, Novi Marof, Varaždinske Toplice i Ludbreg. Ako se broj stanovnika u Varaždinskim Toplicama i Ludbregu odnosi kao 1:2, Ludbregu i Lepoglavi kao 6:7, Lepoglavi i Ivancu kao 10:13, Ivancu i Novom Marofu kao 5:2, koliki je omjer broja stanovnika u Varaždinskim Toplicama i Novom Marofu ?

- A. 91:75 B. 75:91 C. 175:91 D. 91:175

25. Koji skup je rješenje nejednadžbe $\frac{x^2(x-1)}{(x+1)} < 0$?

- A. $\langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$ B. $\langle -\infty, -1 \rangle \cup \{0\} \cup \langle 1, +\infty \rangle$
C. $\langle -1, 1 \rangle \setminus \{0\}$ D. $\langle -1, 1 \rangle$

26. Zadana su tri različita prirodna broja. Zbrojevi svakog od njih s aritmetičkom sredinom preostala dva redom iznose 65, 69 i 76. Kolika je aritmetička sredina zadanih brojeva ?

- A. 30 B. 32 C. 33 D. 35

27. Koliki je zbroj rješenja sustava jednadžbi: $\begin{cases} 5^x \cdot 2^y = 3200 \\ \log_{\sqrt{5}}(y-x) = 2 \end{cases}$?

- A. 5 B. 7 C. 9 D. 11

28. Kolika je vrijednost izraza $\frac{\sin 2.8\pi \cdot \operatorname{tg} 2.4\pi \cdot \operatorname{tg} 1.1\pi}{\sin 0.8\pi}$?

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

29. Kako glasi jednačba kružnice sa središtem na y - osi kojoj su pravci $x - y - 3 = 0$ i $x - y + 5 = 0$ tangente ?

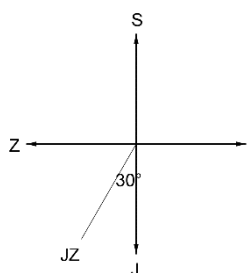
- A. $x^2 + y^2 = 1$ B. $x^2 + (y - 1)^2 = 4$
C. $x^2 + (y - 1)^2 = 8$ D. $x^2 + (y - 2)^2 = 1$

30. Područje definicije funkcije $f(x) = \sqrt{\log_{0.5}(x^2 - 1)}$ je:

- A. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ B. $[-\sqrt{2}, -1) \cup (1, \sqrt{2}]$
C. $(-1, 1)$ D. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

31. Udruga gljivara Varaždinske županije sastala se u šumi kod Ivanečke Željeznice. Rasporedili su se u tri grupe. Najbrža grupa je krenula na sjever brzinom 4 km/h , najsporija grupa je krenula na istok brzinom 2 km/h , dok se većina uputila 30° jugozapadno (u odnosu na liniju sjever - jug) brzinom 3 km/h . Kolika je površina trokuta kojemu su vrhovi mjesta odmora gljivara nakon šest sata hoda (pretpostavimo da su hodali pravocrtno)?

- A. $(171 + 135\sqrt{3}) \text{ km}^2$
B. $(198 + 108\sqrt{3}) \text{ km}^2$
C. $(225 + 81\sqrt{3}) \text{ km}^2$
D. $(252 + 54\sqrt{3}) \text{ km}^2$



32. Ako je $13 \cdot 21 = 303$, koliko je $31 \cdot 12$?

- A. 204 B. 303 C. 330 D. 402

Zadaci za 15 bodova:

33. U trokutu ABC razlika stranica a i b je 3 cm , kut $\gamma = 60^\circ$ i polumjer opisane kružnice $R = \frac{7\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$. Koliki je opseg tog trokuta ?

- A. 18 cm B. 19 cm C. 20 cm D. 21 cm

34. Ravninom paralelno osnovki treba presjeći piramidu tako da površina presjeka bude dva puta manja od površine osnovke. Ako je v visina piramide, kolika je udaljenost ravnine presjeka od osnovke piramide ?

- A. $\frac{1-\sqrt{2}}{2}v$ B. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}v$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}v$ D. $\frac{2-\sqrt{3}}{4}v$

35. Koji od navedenih brojeva je manje rješenje jednačbe:

$$\left(3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots\right)\right)^{\log_2 x} = \left(20 \cdot \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \dots\right)\right)^{\log_x 2} ?$$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

36. Kako glasi jednačba parabole koja je simetrična paraboli $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 9$ u odnosu na pravac $x + 1 = 0$?

- A. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$ B. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$
 C. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$ D. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$

37. Kolika je vrijednost izraza $\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \frac{3^2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{100^2}{199 \cdot 201}$?

- A. $\frac{4950}{201}$ B. $\frac{4950}{199}$ C. $\frac{5050}{201}$ D. $\frac{5050}{199}$

38. Kolika je vrijednost realnog parametra a za koju jednačba $x^2 - 2|x| - 3 = a$ ima tačno četiri realna rješenja ?

- A. $a < -4$ B. $-4 < a < -3$
 C. $-3 < a < 0$ D. $0 < a$

39. Koliki je zbroj svih $x \in \mathbf{R}$ za koje je šesti član u razvoju binoma

$$\left(2^{\log_2 \sqrt{9^{x-1}+7}} + 2^{-\frac{1}{5} \log_2(3^{x-1}+1)}\right)^7$$

jednak 84 ?

- A. -4 B. -2 C. 2 D. 3

40. Koliko iznosi argument kompleksnog broja $z = \sin \frac{6\pi}{5} + i \left(1 + \cos \frac{6\pi}{5}\right)$?

- A. $\frac{3\pi}{5}$ B. $\frac{9\pi}{10}$ C. $\frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{19\pi}{10}$