

Festival matematike Varaždinske županije 2018.

Ekipno natjecanje za učenike srednje škole,

kategorija: RIHTERI



Netočno rješenje donosi 0 bodova, a zadatak bez ponuđenog rješenja 1, 2, ili 3 boda ovisno o težini zadatka.

Od 4 ponuđena rješenja samo je jedno točno koje se unosi u priloženu tablicu za odgovore. Ispod slova s točnim odgovorom za pojedini zadatak obojite kemijskom olovkom kružić kako je prikazano na primjeru.

	A	B	C	D	A	B	C	D
1. zadatak	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
	ispravno				neispravno			

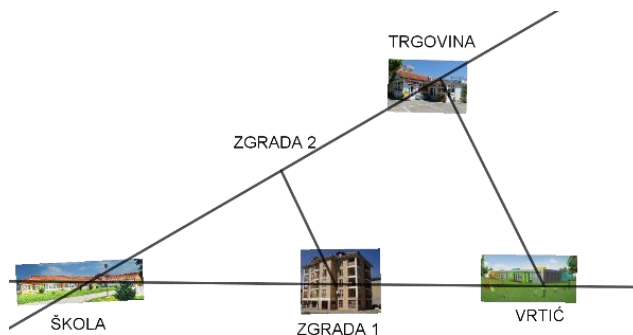
Zadaci za 5 bodova:

- Virus je napao računala u zgradi Županijske uprave za ceste. Antivirusni program ne uništava taj virus. Ako su prvi dan zaražena dva računala, a svaki dan tri puta više računala, koji dan će biti zaraženo svih 80 računala u zgradi?
A. treći
B. četvrti
C. peti
D. šesti
- Ako je $\operatorname{ctgx} = -2$, kolika je vrijednost izraza $\frac{2 \sin x - 3 \cos x}{\cos x}$?
A. -7
B. -4
C. 2
D. 4
- U shopping centru Lumini cijena jedne košulje u nekom dućanu dva puta je snižena po 10%. Kojim postotkom sniženja bi se dobila ista cijena da je sniženje provedeno jednom?
A. 18%
B. 19%
C. 20%
D. 21%
- Kino Gaj kultno je varaždinsko kino, kojim upravlja POU Varaždin. Ima jednu dvoranu u kojoj je u n redova smješteno $n + 7$ sjedala. Kad bi u kinu bilo $n + 3$ redova i isto toliko sjedala, bilo bi ukupno samo 2 sjedala manje. Koliko sjedala ima kino Gaj?
A. 192
B. 194
C. 196
D. 198

5. Kolika je vrijednost izraza $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \dots + \frac{1}{i^{99}}$?
 A. -1 B. $-i$ C. i D. 1
6. Koliki je zbroj rješenja jednadžbe $2^{2x+1} - 33 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0$?
 A. -2 B. 0 C. 1 D. 2
7. Koji skup je domena rastuće funkcije $f(x) = \log_{x-1}(4x - x^2)$?
 A. $\langle 1,4 \rangle$ B. $\langle 2,4 \rangle$
 C. $\langle 0,4 \rangle \setminus \{2\}$ D. $\langle 0,4 \rangle \setminus \{1,2\}$
8. Kolika je vrijednost izraza $\frac{4 \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha}{\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha} \cdot \operatorname{ctg} 4\alpha$?
 A. 0 B. 1 C. $\sin \alpha$ D. $\cos^2 \alpha$
9. Ako je polinom $x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + 3$ djeljiv polinomom $x^2 + 1$, koliko je $a + b$?
 A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

10. Hidroing je dobio zadatak napraviti stambenu zgradu u jednom kvartu tako da cesta između zgrada bude paralelna cesti između trgovine i vrtića (vidi sliku). Udaljenost postojeće zgrade od škole je 300 m , a od vrtića 200 m . Na kojoj udaljenosti od škole treba napraviti zgradu, ako znamo da je udaljenost trgovine od vrtića 400 m , a od škole 1 km ?

- A. 400 m
 B. 500 m
 C. 600 m
 D. 700 m



11. U pravokutni trokut upisana je kružnica. Diralište te kružnice dijeli hipotenuzu na dijelove kojima su duljine 5 cm i 12 cm . Kolika je duljina kraće katete tog pravokutnog trokuta ?
 A. 7 cm B. 8 cm C. 9 cm D. 10 cm

19. Rosana je učenica 2. razreda srednje škole i živi u Varaždinu. Njezina prijateljica Maja živi u selu nedaleko Varaždina, a njezina obitelj posjeduje pravo malo gospodarstvo. Osim što uzgajaju razne vrste voća i povrća, na njihovom imanju žive i dva konja – Vitez i Anakin. Rosana često boravi kod Maje te obje vole jahati na polju koje se nalazi iza Majine kuće. Majin tata želi ograditi polje pravokutnog oblika koje je omeđeno zidom s jedne strane. Za tri strane polja koje mora ograditi, Majin tata ima na raspolaganju 1000 m žice. Na koliko će hektara zemlje Vitez i Anakin moći slobodno boraviti ako Majin tata želi da je polje maksimalne površine?
(1 ha = 10 000 m²)

A. 12

B. 12.5

C. 13

D. 13.5

20. U trenutku kad je ugledao sportski zrakoplov iznad Varaždina, promatrač ga je vidio pod kutom elevacije 30°. Nakon 10 sekundi, vidi ga pod kutom od 60°. Ako zrakoplov leti na visini 1200 m konstantnom brzinom, odredite brzinu zrakoplova.

A. $80 \frac{m}{s}$

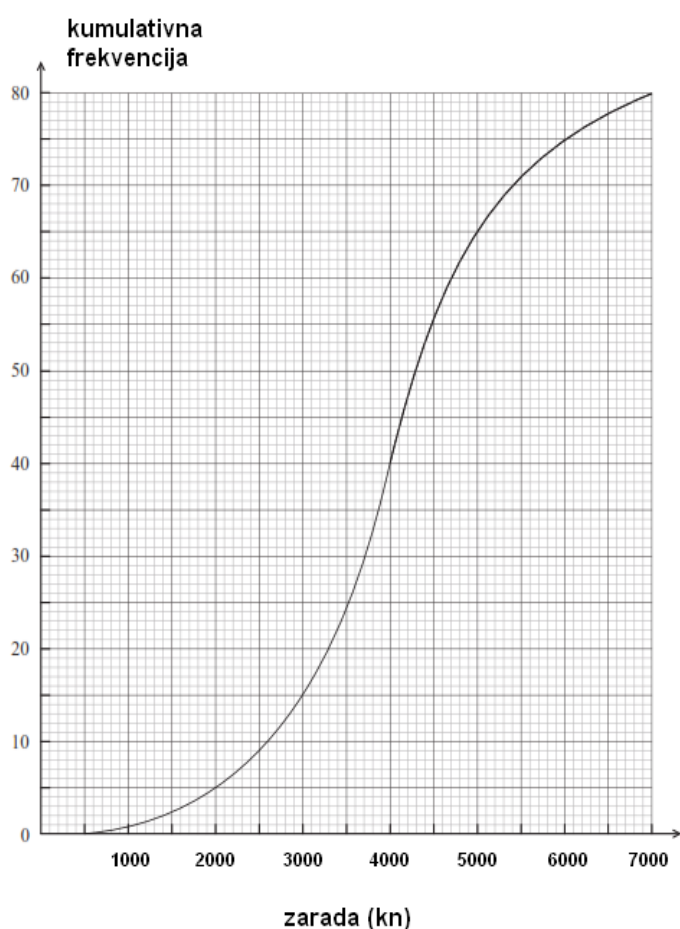
B. $80\sqrt{2} \frac{m}{s}$

C. $80\sqrt{3} \frac{m}{s}$

D. $80\sqrt{5} \frac{m}{s}$

Zadaci za 10 bodova:

21. Međunarodni sajam „Lov, ribolov, priroda, turizam“ održat će se, po 22. puta, sredinom listopada ove godine u varaždinskoj Areni. Svake se godine na sajmu predstavlja oko 100-tinjak izlagača iz Republike Hrvatske i inozemstva. Marko je učenik 3. razreda Prve gimnazije Varaždin te je na satu Statistike dobio zadatak sakupiti proizvoljne podatke vezane uz prošlogodišnji sajam te ih obraditi koristeći metodu koja najbolje odgovara sakupljenim podacima. Marko je za 80 prošlogodišnjih izlagača sakupio podatke o tome koliko je zaradio pojedini izlagač u tri dana održavanja sajma. Sakupljene podatke odlučio je prikazati sljedećim grafom kumulativne frekvencije:



Koordinate točaka na krivulji tumačimo na sljedeći način: točka (3000,15) označava da je 15 izlagača u tri dana sajma zaradilo manje od 3000 kn, točka (4000,40) označava da je 40 izlagača zaradilo manje od 4000 kn, itd.

Marko je došao do podatka da su izlagači u prosjeku po satu zaradili 200 kn. Ako znamo da nisu svi izlagači jednako dugo vremenski izlagali svoje proizvode, koliko je njih izlagalo više od 25 sati u tri dana održavanja sajma?

A. 15

B. 20

C. 60

D. 65

22. Kolika je vrijednost izraza $36^{\log_6 5} + 10^{1-\log 2} - 3^{\log_9 36}$?
 A. 8 B. 10 C. 24 D. 36
23. Kada se plašt stošca razvije u ravninu dobije se četvrtina kruga polumjera $\sqrt{80}$.
 Koliki je volumen tog stošca ?
 A. $\frac{\sqrt{3}}{25}\pi$ B. $\sqrt{3}\pi$ C. π D. $\frac{25}{\sqrt{3}}\pi$
24. Koliki kut zatvaraju velika i mala kazaljka na satu u 10 sati i 15 minuta ?
 A. $142^\circ 30'$ B. 145°
 C. $147^\circ 30'$ D. 150°
25. Gradski bazeni Varaždin otvoreni su od 2003. godine i imaju dva unutarnja i jedan vanjski bazen. Vanjski bazen dimenzija je $25m \times 20m$ i dubine od $1,35m$ do $1,45m$ i namijenjen je rekreativnom plivanju. Koliko vode stane u taj bazen? ($1 dm^3 = 1 l$)
 A. 700 l B. 700 hl C. 700 kl D. 700 Ml
26. Poredajte po veličini vrijednosti izraza A,B,C ako je $a > 1, b > 1, a < b, x \neq y$.

$$A = \left[\left(\frac{z-xy}{x-y} \right)^2 + \left(a + \frac{z-xy}{x-y} \right) \cdot \left(a - \frac{z-xy}{x-y} \right) \right] \cdot \frac{1}{a}$$

$$B = \left(\frac{a+1}{a+2} + \frac{1}{a} \right) : \left(\frac{a+1}{a} - \frac{1}{a+2} \right) \cdot (a + b)$$

$$C = \frac{a}{a + \frac{1}{a}} \cdot \frac{a + \frac{2}{a}}{a + \frac{1}{a}}$$
 A. $A < B < C$ B. $A < C < B$
 C. $B < A < C$ D. $C < A < B$
27. Neka je $z = \frac{2x + i^{2018}}{x - i} + 2x - i^{2019}$. Za koji realni broj x će imaginarni dio kompleksnog broja z biti jednak 1 ?
 A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2
28. Osnovice jednakokračnog trapeza imaju duljine $20 cm$ i $12 cm$. Središte tapezu opisane kružnice leži na većoj osnovici. Kolika je duljina kraka trapeza ?
 A. $2\sqrt{5} cm$ B. $4\sqrt{5} cm$ C. $10 cm$ D. $12 cm$

29. Ako je $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{x}}$, koliko je $f^{-1}(4) + f^{-1}(16)$?

A. 59.75

B. 72

C. 65793

D. 1049600

30. U kocku $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ upisana je četverostrana piramida $ABCD A_1$. Ako je oplošje upisane piramide 1 dm^2 , koliko je oplošje kocke ?

A. $\sqrt{2} \text{ dm}^2$

B. $\sqrt{3} \text{ dm}^2$

C. $6 - 3\sqrt{2} \text{ dm}^2$

D. $8 - 4\sqrt{3} \text{ dm}^2$

31. Duljine stranica trokuta čine aritmetički niz s razlikom 2. Jedan kut trokuta iznosi 120° . Koliki je zbroj duljina stranica trokuta ?

A. 12

B. 13

C. 15

D. 16

32. Zadana je elipsa $x^2 + 4y^2 = 4$. Kolika je ordinata točke T na pozitivnom dijelu y – osi, takve da su tangente povučene iz točke T na zadanu elipsu međusobno okomite ?

A. 2

B. $\sqrt{5}$

C. $\sqrt{8}$

D. 3

Zadaci za 15 bodova:

33. U krugu polumjera $\sqrt{12} \text{ cm}$ povučene su s iste strane njegovog središta dvije paralelne tetive, tako da jednoj od njih pripada središnji kut od 60° , a drugoj 120° . Kolika je površina dijela kruga omeđenog tim tetivama ?

A. $2\pi \text{ cm}^2$

B. $3\pi \text{ cm}^2$

C. $4\pi \text{ cm}^2$

D. $5\pi \text{ cm}^2$

34. Koji broj je rješenje jednadžbe
$$2 + \frac{x}{2 + \frac{x}{2 + \frac{x}{\ddots \frac{x}{2 + \frac{x}{1 + \sqrt{1+x}}}}}} = 1$$

u kojoj ima 150 razlomačkih crta?

A. -3

B. -1

C. 0

D. 3

35. U jednakokrani trokut kojemu osnovica ima duljinu 16 cm, a krakovi 10 cm, upisana je i opisana kružnica. Koliko iznosi udaljenost središta tih kružnica ?

- A. 4 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 8 cm

36. Koji skup je rješenje nejednadžbe $\log_{x-1} \frac{|x|-4}{|3-x|} < 0$?

- A. \emptyset B. $\langle 1, +\infty \rangle \setminus \{2\}$
C. $\langle 1, +\infty \rangle \setminus \{2,3\}$ D. $\langle 4, +\infty \rangle$

37. Neka je $f_0(x) = \frac{1}{1-x}$ i $f_n(x) = f_0(f_{n-1}(x)), n \geq 1$. Koliko je $f_{2018}(2018)$?

- A. -2017 B. $-\frac{1}{2017}$ C. $\frac{2017}{2018}$ D. 2018

38. Koliko rješenja ima jednadžba $2^{4 \operatorname{tg} \alpha + 1} - 9 \cdot 2^{3 \operatorname{tg} \alpha} + 7 \cdot 2^{2 \operatorname{tg} \alpha + 1} - 9 \cdot 2^{\operatorname{tg} \alpha} = -2$ na intervalu $0 \leq \alpha < \pi$?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

39. Težište trokuta ABC ishodište je koordinatnoga sustava, stranica \overline{AB} leži na pravcu $x + y - 4 = 0$, a stranica \overline{AC} leži na pravcu $2x + y - 1 = 0$. Kako glasi jednadžba pravca na kom leži stranica \overline{BC} ?

- A. $9x + 5y + 4 = 0$ B. $9x - 5y + 4 = 0$
C. $9x + 5y - 4 = 0$ D. $9x - 5y - 4 = 0$

40. Koliko je $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2017^2} + \frac{1}{2018^2}}$?

- A. $\frac{1}{2018}$ B. $2018 - \frac{1}{2018}$
C. 2018 D. $2018 + \frac{1}{2018}$

Rješenja:

1.	B
2.	B
3.	B
4.	D
5.	A
6.	C
7.	B
8.	B
9.	D
10.	C
11.	B
12.	B
13.	B
14.	B
15.	A
16.	C
17.	B
18.	B
19.	B
20.	C
21.	A
22.	C
23.	D
24.	A
25.	C
26.	D
27.	C
28.	B
29.	B
30.	C
31.	C
32.	B
33.	A
34.	D
35.	B
36.	D
37.	D
38.	B
39.	A
40.	B