

MATEMATIČKI KLOKAN C

RJEŠENJA

Pitanja za 3 boda:

1. Na slici je veliki jednakostraničan trokut koji ima površinu 9. Dužine paralelne stranicama dijele stranicu na tri jednaka dijela. Kolika je ukupna površina osjenčanih dijelova ?



- A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 (E) 7

Rješenje **D** Presječemo li rombove po manjoj dijagonali vidimo da je veliki trokut sastavljen od 9 manjih jednakostraničnih trokuta, od kojih su 6 osjenčana.

2. Istina je da vrijedi $\frac{1111}{101} = 11$. Kolika je onda vrijednost izraza $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303} = ?$

- A) 5 B) 9 C) 11 D) 55 E) 99

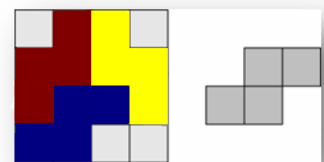
Rješenje **D** $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303} = 33 + 22 = 55$

3. Masa soli i čiste vode u moru kod Protarasa (Cipar) je u omjeru 7 : 193. Koliko kilograma soli ima u 1000 kg morske vode ?

- A) 35 B) 186 C) 193 D) 200 E) 350

Rješenje **A** U 200 kg morske vode ima 7 kg soli i 193 kg čiste vode, a u 1000 kg morske vode ima 35 kg soli.

4. Ana ima list papira podijeljen dužinama na kvadrate, kao na slici lijevo. Rezanjem po tih dužinama izrezuje oblike poput ovog na slici desno. Koliko će najmanje kvadrata ostati nakon što Ana izreže sve željene oblike s papira?



- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

Rješenje **C** Vidi jedan od primjera

5. Vlado želi reći Petru broj kojemu je umnožak znamenki 24. Koliki je zbroj znamenki najmanjeg takvog broja?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Rješenje **E** $24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$, pa to mogu biti brojevi 38 i 46, manji je 38, a zbroj njegovih znamenki je 11.

6. U vrećici se nalaze kuglice pet različitih boja. Dvije su crvene, tri su plave, deset bijelih, četiri su zelene i tri su crne. Ne gledajući iz vrećice vadimo jednu po jednu kuglicu i ne vraćamo je natrag. Koliko najmanje kuglica moramo izvući, da bi bili sigurni da su dvije od njih iste boje ?

- A) 2 B) 12 C) 10 (D) 5 E) 6

Rješenje E S obzirom da imamo 5 različitih boja i od svake najmanje 2 kuglice, moramo izvući 6 kuglica.

7. Edita pali svijeće svakih deset minuta. Svaka svijeća gori 40 minuta, a zatim se gasi. Koliko svijeća gori 55 minuta nakon što je Edita upalila prvu svijeću?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Rješenje C Za 55 minuta Edita je upalila 6 svijeća, a ugasile su se dvije.

8. Marko i Vana stoje jedan nasuprot drugoga oko okrugle fontane. Oboje počinju istovremeno trčati u smjeru kazaljke na satu oko fontane. Markova brzina je $\frac{9}{8}$ Vanine brzine. Koliko će krugova oprčati Vana kad će je po prvi put sustići Marko?

- A) 4 B) 8 C) 9 D) 2 E) 72

Rješenje A Razlika između Marka i Vane je pola kruga, a Marko trči za $\frac{1}{8}$ brže od Vane, pa će je sustići za 4 kruga.

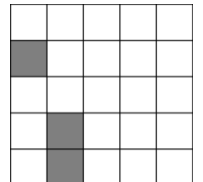
Pitanja za 4 boda:

9. Prirodni brojevi x , y i z zadovoljavaju $x \times y = 14$, $y \times z = 10$ i $z \times x = 35$. Kolika je vrijednost $x + y + z$?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Rješenje C $x \times y = 14 = 7 \times 2$, $y \times z = 10 = 2 \times 5$, $z \times x = 35 = 7 \times 5$,
 $x = 7$, $y = 2$, $z = 5$, a $x + y + z = 14$

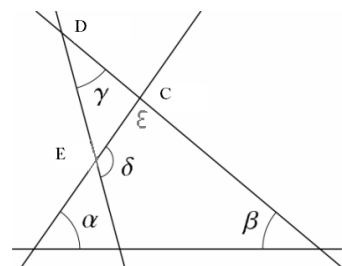
10. Karen i prijateljica se igraju "potapljanja brodova" na ploči od 5x5 kvadrata. Karen je dva svoja broda postavila kao na slici. Još joj je preostalo da postavi najveći brod od 3 kvadrata. Ako znamo da se dva broda nikako ne smiju dodirivati, na koliko mjesta na ploči Karen može postaviti svoj brod?



- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Rješenje E Karen može postaviti brod vodoravno : u prvom redu zadnja tri kvadrata desno ili u drugom redu zadnja tri kvadrata desno, a može ga postaviti okomito: u četvrtom stupcu desno tako da započinje s prvim retkom u petom stupcu desno tako da započinje s prvim retkom u četvrtom stupcu desno tako da započinje s drugim retkom u petom stupcu desno tako da započinje s drugim retkom u četvrtom stupcu desno tako da započinje s trećim retkom u petom stupcu desno tako da započinje s trećim retkom

11. Na slici pravci zatvaraju kutove $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 40^\circ$ i $\gamma = 35^\circ$. Koliki je kut δ ?



- A) 100° B) 105° C) 120° D) 125° E) 130°

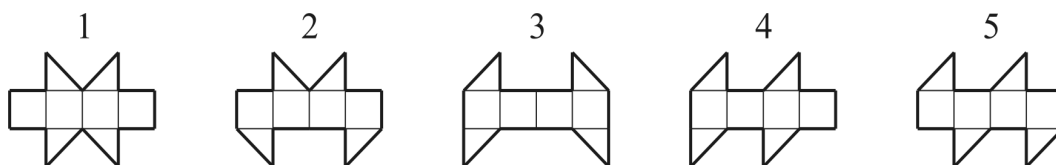
Rješenje **E** Treći kut u trokutu $\varepsilon = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 85^\circ$. Njegov sukut je $\varepsilon_1 = 95^\circ$. Kut δ je vanjski kut trokuta CDE. $\delta = \gamma + 95^\circ = 130^\circ$.

12. Opseg trapeza je 5, a duljine njegovih stranica su cijeli brojevi. Kolika su dva najmanja kuta ?

- A) 30° i 30° B) 60° i 60° C) 45° i 45° D) 30° i 60° E) 45° i 90°

Rješenje **B** Označimo vrhove trapeza sa ABCD. $|AB| = 2$, $|BC| = 1$, $|CD| = 1$ i $|DA| = 1$. Povučemo li kroz točku C paralelu sa krakom AD ona će sjeći bazu AB u točki E. Trokut EBC je jednakostraničan, pa su najmanja dva kuta 60° .

13. S kojom od sljedećih mreža ne možemo sastaviti kocku?



- A) mreža 1 B) mreža 2 C) mreža 3 D) mreža 4 E) mreža 5

Rješenje **C**

14. Na završnoj utakmici hokejskog prvenstva bilo je mnogo golova. U prvom poluvremenu bilo je 6 golova i gostujuća momčad bila je u vodstvu. U drugom poluvremenu domaćini su zabili 3 gola i postali pobjednici. Koliko su domaćini ukupno zabili golova ?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Rješenje **C** Ako je gostujuća momčad bila u vodstvu znači da je zabila najmanje 4 gola, a domaćini 2 gola. Budući su domaćini zabili 3 gola u drugom poluvremenu, znači da su ukupno zabili 5 golova.

15. Na ploču su uzlaznim redom od najmanjeg napisani svi četveroznamenasti pozitivni cijeli brojevi s istim znamenkama kao i broj 2013. Kolika je najveća moguća razlika između dva susjedna broja na ploči?

- A) 702 B) 703 C) 693 D) 793 E) 198

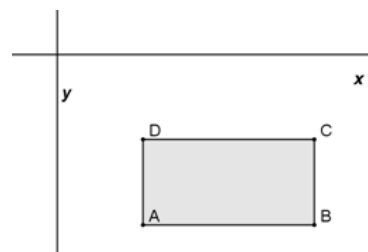
Rješenje **A** Red čine brojevi : 1023, 1032, 1203, 1230, 1302, 1320, 2013, 2031, 2103, 2130, 2301, 2310, 3012, 3021, 3102, 3120, 3201, 3210. Najveća razlika je $3012 - 2310 = 702$

16. Stranice pravokutnika ABCD paralelne su sa koordinatnim osima. ABCD leži ispod osi x i desno od osi y. Koordinate točaka

A, B, C, D su cijeli brojevi. Za svaku točku odredite vrijednost $\frac{y}{x}$.

Koja od četiri točke ima najmanju vrijednost?

- A) A B) B C) C D) D E)

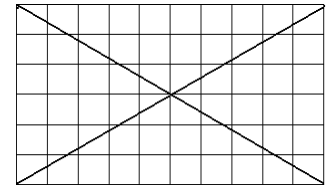


ovisi o pravokutniku

Rješenje **A** Budući je $y < 0$, onda je $y : x$ to manji što je $|y : x|$ veći. $|y : x|$ je to veći što je x manji, a $|y|$ veći. Najmanji x , a najveći $|y|$ ima točka A.

Pitanja za 5 bodova:

17. U rešetki 6×8 kvadrata, 24 kvadrata nisu presječena dijagonalama. Ako rešetku povećamo na 6×10 kvadrata koliko kvadrata neće biti presječeno dijagonalama u toj rešetki?



- A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

Rješenje **E**

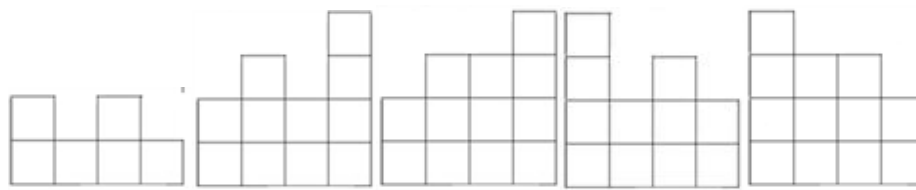
18. Ana, Beti, Gita, Dora i Eva rođene su 20/02/2001, 12/03/2000, 20/03/2001, 12/04/2000 i 23/04/2001 (dan/mjesec/godina). Ana i Eva su rođene istog mjeseca. Također su istog mjeseca rođene Beti i Gita. Ana i Gita rođene su istog dana, ali različitih mjeseci. Dora i i Eva rođene su također istog dana, ali različitih mjeseci. Koja je od njih najmlađa?

- A) Ana B) Beti C) Gita D) Dora E) Eva

Rješenje **B** Ana 12/3/2000 Eva 20/3/2001 Beti 23/4/2001 G 12/4/2000
Dora 20/2/2001 Eva 20/3/2001 Najmlađa je Beti.

19. Ivan je sagradio zgradu od kocki. Na slici vidite zgradu odozgo. U svakom polju je broj kocki koje su smještene jedna na drugu u obliku tornja. Ako tu zgradu gledate s stražnje strane koju ćete od sljedećih slika vidjeti ?

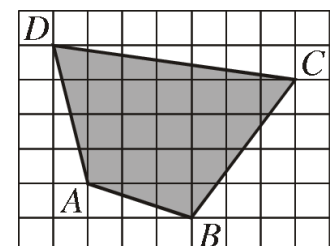
Stražnja strana			
4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2
Prednja strana			



- A) B) C) D) E)

Rješenje **C**

20. Na slici vidimo osjenčani četverokut ABCD nacrtan u rešetki. Svaki kvadratić rešetke ima stranicu duljine 2 cm. Kolika je površina četverokuta ABCD?



- A) 96 cm^2 B) 84 cm^2 C) 76 cm^2 D) 88 cm^2 E) 104 cm^2

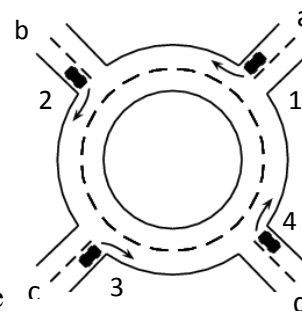
Rješenje **B** Promotrimo četverokut opisan oko našeg osjenčanog četverokuta. Njegova je površina $P = (7 \cdot 5) \cdot 4 \text{ cm}^2 = 140 \text{ cm}^2$. Od te površine oduzimamo one koje nisu osjenčane. Ispod stranice AB je površina $P_1 = [(3 \cdot 1) : 2] \cdot 4 \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm}^2$, ispod stranice BC je površina $P_2 = [(3 \cdot 4) : 2] \cdot 4 \text{ cm}^2 = 24 \text{ cm}^2$, iznad stranice CD je površina $P_3 = [(7 \cdot 1) : 2] \cdot 4 \text{ cm}^2 = 14 \text{ cm}^2$, ispod stranice DA je površina $P_4 = [(1 \cdot 4) : 2] \cdot 4 \text{ cm}^2 = 8 \text{ cm}^2$ i na kraju površina kvadrata kod vrha A $P_5 = 4 \text{ cm}^2$. $P - (P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5) = 140 - (6 + 24 + 14 + 8 + 4) = 84 \text{ cm}^2$.

21. Vrtlar želi uzduž šetnice u parku posaditi 20 stabala (javora i lipe). Broj stabala između bilo koja dva javorova stabla ne smije biti tri. Koliko najviše stabala javora može tako posaditi?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

Rješenje C Javor, javor, lipa, javor, lipa, javor, javor, lipa, javor, lipa, javor, javor, lipa, javor, lipa, javor, javor, lipa, javor, lipa.

22. Četiri automobila ulaze u kružni tok u isto vrijeme, svaki iz svog smjera (vidi sliku). Niti jedan od njih nije odvezio puni krug oko kružnog toka, a svaki je izašao u svom smjeru. Na koliko različitih načina ti auti mogu izaći iz ovog kružnog toka?



- A) 9 B) 12 C) 15 D) 24 E) 81

Rješenje A Automobile označimo brojevima 1, 2, 3, 4, a ceste koje dolaze u kružni tok slovima a, b, c, d. Mogući načini za izlaz iz kružnog toka su :

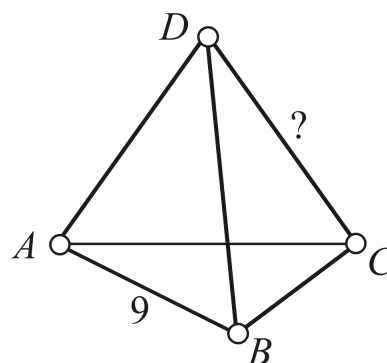
(1b, 2c, 3d, 4a), (1b, 2d, 3a, 4c), (1b, 2a, 3d, 4c), (1c, 2a, 3d, 4b), (1c, 2d, 3a, 4b), (1c, 2d, 3b, 4a), (1d, 2a, 3d, 4b), (1d, 2c, 3a, 4b). U svakom od načina moraju se naći sve brojke 1, 2, 3, 4 i sva slova a, b, c, d, ali ne smiju se nalaziti kombinacije 1a, 2b, 3c, 4d.

23. Niz počinje brojevima 1, -1, -1, 1, -1. Poslije petog člana niza svaki sljedeći član jednak je umnošku svojih predhodnika. Na primjer, šesti član niza jednak je umnošku četvrtog i petog člana. Koliki je zbroj prvih 2013 članova niza?

- A) - 1006 B) - 671 C) 0 D) 671 E) 1007

Rješenje B Napišimo još nekoliko članova niza: $\underline{1}, \underline{-1}, -1, \underline{1}, \underline{-1}, -1, \underline{1}, \underline{-1}, -1, \underline{1}, \underline{-1}, \dots$ Dokidaju se dva člana, a svaki treći član ostaje i to je -1. Zbroj prvih 2013 članova niza je - 671.

24. Sva četiri vrha i šest bridova tetraedra označeni su brojevima 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11 (broj 10 je izostavljen). Svaki je broj upotrijebljen samo jednom. Zbroj brojeva bilo koja dva vrha jednak je broju na bridu koji ta dva vrha povezuje. Brid \overline{AB} je označena brojem 9. Koji je broj upotrijebljen kao oznaka za stranicu \overline{CD} (vidi sliku)?



- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 11

Rješenje B

prvi slučaj: A(2), B(7), C(1), D(4), $\overline{AB}(9)$, $\overline{BC}(8)$, $\overline{CA}(3)$, $\overline{BD}(11)$, $\overline{CD}(5)$ i
 drugi slučaj: A(7), B(2), C(3), D(1), $\overline{AB}(9)$, $\overline{BC}(6)$, $\overline{CA}(11)$, $\overline{BD}(3)$, $\overline{CD}(5)$