

MATEMATIČKI KLOKAN S

6 100 000 sudionika u 83 države Europe, Amerike, Afrike i Azije

Četvrtak, 21. ožujka 2019. – trajanje 75 minuta

Natjecanje za Student (IV. razred SŠ)

- * Natjecanje je pojedinačno. **Računala nisu dopuštena.** Svaki sudionik u natjecanju dobiva simboličan dar, a deset posto najboljih nagradu.
- * **Svaki zadatak ima pet ponuđenih odgovora od kojih je samo jedan točan.**
- * Točno rješenje za prvih osam zadataka donosi 3 boda, za drugih osam 4 boda, a za trećih osam 5 bodova.
- * Ako u zadatku nije odabran odgovor ili su zacrnjena dva ili više odgovora istoga zadatka, dobiva se 0 bodova.
- * Za netočan odgovor ne dobivaju se bodovi, nego se oduzima četvrtina bodova predviđenih za taj zadatak.

Pitanja za 3 boda:

1. Zastava Klokanije je pravokutnik podijeljen na tri manja sukladna pravokutnika, kao na slici. Odredi omjer stranica bijelog pravokutnika.



A) 1 : 2

B) 2 : 3

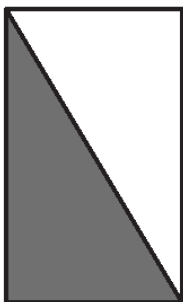
C) 2 : 5

D) 3 : 7

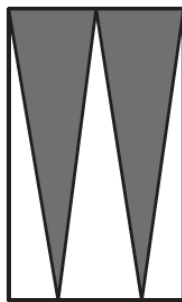
E) 4 : 9

2. Pravokutnik je osjenčan na pet različitih načina. Na kojoj je slici osjenčana površina najveća?

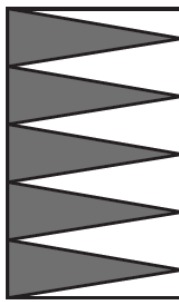
A)



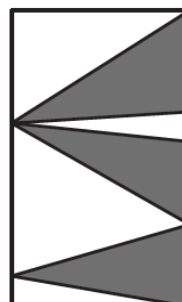
B)



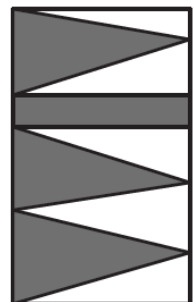
C)



D)



E)

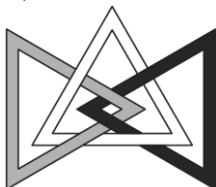


3. Tri su trokuta isprepletena kao na slici.



Na kojoj su od danih slika trokuti isprepleteni na isti način?

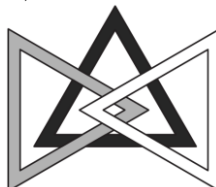
A)



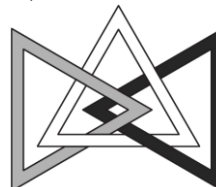
B)



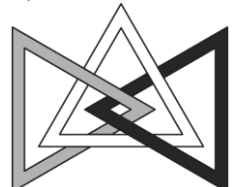
C)



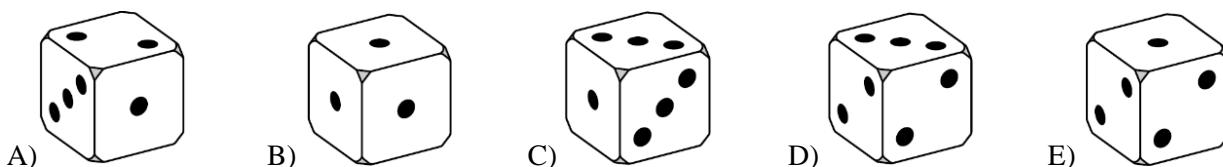
D)



E)



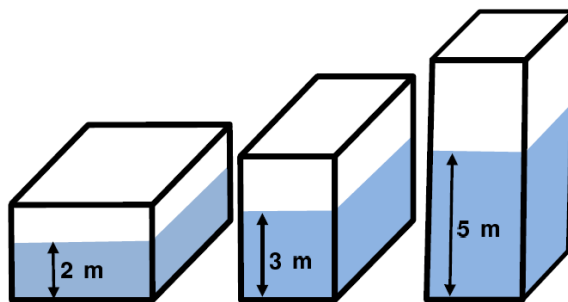
4. Piramida ima 23 strane u obliku trokuta. Koliko ova piramida ima bridova?
- A) 23 B) 24 C) 46 D) 48 E) 69
5. Koja je prva znamenka (slijeva) najmanjeg prirodnog broja kojemu je zbroj znamenaka jednak 2019?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
6. Svaka strana kocke označena je jednom, dvjema ili trima točkama, i to tako da je vjerojatnost da padne jedinica $\frac{1}{2}$, vjerojatnost da padne dvojka $\frac{1}{3}$, a vjerojatnost da padne trojka $\frac{1}{6}$. Koja od danih slika ne može biti pogled na takvu kocku?



7. Mihael je izmislio novu “ \diamond ” operaciju s realnim brojevima. Definirana je ovako: $x \diamond y = y - x$. Ako za a, b i c vrijedi $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$, koja je od danih izjava nužno točna?
- A) $a = b$ B) $b = c$ C) $a = c$ D) $a = 0$ E) $c = 0$
8. Koliko je brojeva između 2^{10} i 2^{13} (uključujući) djeljivo brojem 2^{10} ?
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

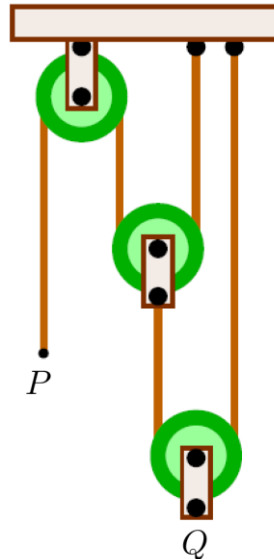
Pitanja za 4 boda:

9. Koja je najveća potencija broja 3 djelitelj broja $7! + 8! + 9!$?
- A) 3^2 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) Potencija broja 3 veća od 3^6 .
10. Ove se godine broj momaka u mome razredu povećao 20%, a broj djevojaka smanjio se 20%. Sada je u razredu jedan učenik više nego lani. Koji bi od danih brojeva mogao biti trenutačni broj učenika u mome razredu?
- A) 22 B) 26 C) 29 D) 31 E) 34
11. Kad se u spremniku oblika kvadra nalazi 120 m^3 vode, spremnik nije pun. Dubina vode je 2 m, 3 m ili 5 m, ovisno o tome koja je strana spremnika na tlu, kao na slici (slika nije u mjerilu). Odredi volumen spremnika.

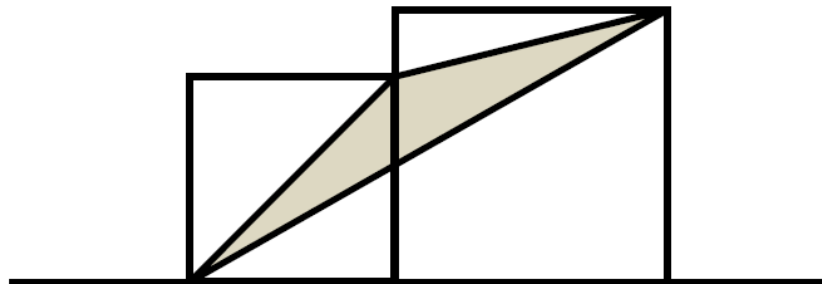


- A) 160 m^3 B) 180 m^3 C) 200 m^3 D) 220 m^3 E) 240 m^3
12. Za prirodan broj n reći ćemo da je “dobar” ako je njegov najveći djelitelj (ne računajući n) jednak $n - 6$. Koliko dobrih prirodnih brojeva postoji?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) Beskonačno mnogo.

13. Na slici je sustav od tri koloture povezane vertikalnom užadi. Povučemo li kraj P dolje za 24 cm, koliko će se centimetara točka Q pomaknuti gore?



- A) 24 B) 12 C) 8 D) 6 E) $\frac{24}{5}$
14. U kutiji se nalaze 4 čokolade i 1 voćna pločica. Ivo i Mare naizmjenice izvlače poslasticu iz kutije, bez vraćanja. Pobjeđuje onaj koji izvuče voćnu pločicu. Ivo izvlači prvi. Koja je vjerojatnost da će Mare pobijediti?
- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{3}$
15. Na slici su prikazana dva susjedna kvadrata stranica duljina a i b ($a < b$). Kolika je površina osjenčanog trokuta?



- A) \sqrt{ab} B) $\frac{1}{2}a^2$ C) $\frac{1}{2}b^2$ D) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ E) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$
16. Odredi cjelobrojni dio broja $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 20 E) 25

Pitanja za 5 bodova:

17. Neka je a zbroj svih pozitivnih djelitelja broja 1024 i b umnožak svih pozitivnih djelitelja broja 1024. Tada vrijedi:
- A) $(a - 1)^5 = b$ B) $(a + 1)^5 = b$ C) $a^5 = b$ D) $a^5 - 1 = b$ E) $a^5 + 1 = b$

18. Za koje realne brojeve a jednačba $2 - |x| = ax$ ima tačno 2 rješenja?

- A) $(-\infty, -1]$ B) $(-1, 1)$ C) $[1, \infty)$ D) $\{0\}$ E) $\{-1, 1\}$

19. Zadana su četiri pravca kroz ishodište koordinatnog sustava. Oni presijecaju parabolu $y = x^2 - 2$ u osam točaka. Što od navedenoga može biti umnožak x -koordinata tih osam točaka?

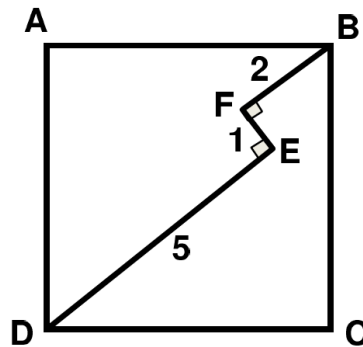
- A) samo 16 B) samo -16 C) samo 8 D) samo -8 E) Postoji nekoliko mogućih umnožaka.

20. Za koliko je cijelih brojeva n broj $|n^2 - 2n - 3|$ prost?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Beskonačno mnogo.

21. Putanja $DEFB$ leži unutar kvadrata $ABCD$ i vrijedi $DE \perp EF$, $EF \perp FB$.

Ako je $|DE| = 5$, $|EF| = 1$ i $|FB| = 2$, kolika je duljina stranice kvadrata $ABCD$?



- A) $3\sqrt{2}$ B) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{11}{2}$ D) $5\sqrt{2}$ E) Ništa od navedenog.

22. Prvi član niza a_1, a_2, a_3, \dots je $a_1 = 49$. Za $n \geq 1$ broj a_{n+1} dobije se tako da sumi znamenaka broja a_n dodamo 1, a zatim kvadriramo rezultat. Tako je $a_2 = (4 + 9 + 1)^2 = 196$. Odredi a_{2019} .

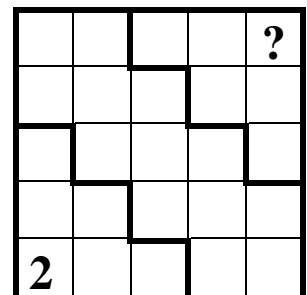
- A) 121 B) 25 C) 64 D) 400 E) 49

23. Iz skupa $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ nasumično su izabrana tri različita broja. Koja je vjerojatnost da je jedan od njih aritmetička sredina preostalih dvaju?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

24. Kvadrat na slici popunjen je brojevima tako da svaki redak i svaki stupac sadrži brojeve 1, 2, 3, 4 i 5 tačno jednom. K tome, zbroj brojeva u svakome od tri ograđena područja jednak je. Koji se broj nalazi u gornjem desnom kutu?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Eventualne primjedbe na rješenja zadataka primaju se isključivo elektronskim putem na e-mail klokan@math.hr do 28. travnja 2019. u 23:59.

Rezultati natjecanja najbolje plasiranih učenika bit će objavljeni 2. svibnja 2019. godine na internetskoj stranici HMD-a. Primjedbe i žalbe učenika primaju se isključivo elektronskim putem na e-mail klokan@math.hr do 9. svibnja 2019. u 23:59.

Nagrade najboljim učenicima dodjeljivat će se od 20. svibnja 2019. godine.

Obavijesti se mogu dobiti na internetu – <http://www.matematika.hr/klokan/2019/>.