

Zahvaljujem Društvu matematičara Srbije (<http://www.dms.org.rs/>) i njegovom predsjedniku dr. Zoranu Kadelburgu na dopuštenju da iz časopisa "Matematički list za učenike osnovne škole" skeniram stranice koje sadrže zadatke i rješenja s republičkih natjecanja (SR Hrvatske) i saveznih natjecanja (SFRJ) i skenove objavim na web stranici <http://public.carnet.hr/mat-natj> .

Antonija Horvatek
<http://public.carnet.hr/~ahorvate/>

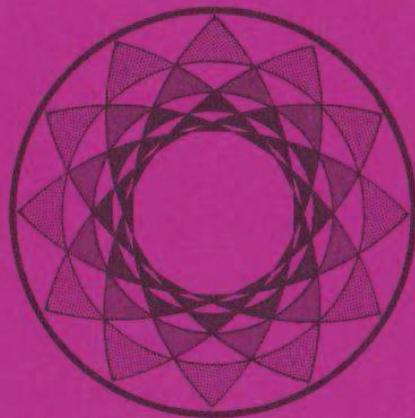
6

MATEMATIČKI LIST

ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE

IX

3



BEOGRAD
1974.

SAVEZ DRUŠTAVA MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA
JUGOSLAVIJE

MATEMATIČKI LIST
za učenike osnovne škole

God. IX, broj 3 (1974/75)

Izlazi šest puta godišnje

IZDAJE DRUŠTVO MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA
SR SRBIJE

Beograd, Knez Mihajlova 35/IV, p. p. 728.

Urednici:

Platon Dimić (gl. ured.) i *Miroslav Živković* (odg. ured.)

Redakcioni odbor:

Višnja Brkić-Devčić (Zagreb), *Kosta Mijatović* (Sarajevo)
Bogumila Kolenko (Ljubljana), *Veljko Živković* (Titograd)
Duško Kovačev (Skopje), *Vladimir Stojanović* (Beograd)

Sva prava umnožavanja, preštampavanja i prevođenja zadržava
Društvo matematičara, fizičara i astronoma SR Srbije

Oslobodeno plaćanja poreza na promet na osnovu rešenja Republičkog sekretarijata
za kulturu SR Srbije br. 413-186-03 od 11. 1. 1973. godine

Štampa: Beogradski izdavačko-grafički zavod, Beograd, Bul. vojvode Mišića br. 17

1974. - republičko natjecanje - 7. i 8. razred

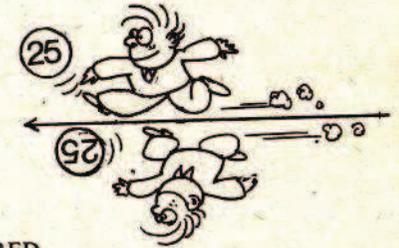
Matematički list za učenike osnovne škole

http://www.dms.org.rs/index.php?action=matematicki_list

<http://public.carnet.hr/mat-nati>

MATEMATIČKA TAKMIČENJA

ZADACI SA REPUBLIČKOG
NATJECANJA UČENIKA OSNOVNIH
ŠKOLA SR HRVATSKE,
ODRŽANOG 11. I 12. SVIBNJA 1974 G.



VII RAZRED

1. Izračunaj

$$A = 0,5a - 0,7ab + 0,6b^2 - \{0,8ab - [0,3b^2 - (0,7a - 1,2ab)] - (0,7ab - 0,8b^2)\}$$

i načini pokus za $a=1,2$; $b=-0,5$.

2. Nad svakom stranicom kvadrata $ABCD$ s izvanje strane tog kvadrata nacrtaju se jednakostrani trokuti ABE , BCF , CDG , DAH i spoje se vrhovi E , F , G , H .

Dokaži da je četverokut $EFGH$ kvadrat i izračunaj dijagonalu, stranicu, opseg i površinu tog kvadrata.

3. Izračunaj

$$B = \frac{-(-1/2)^2 - (-1/3)^3 - (-1/4)^4}{-(-1/2)^2 (-1/3)^3 (-1/4)^4}$$

4. Zemljoradnik treba da izore svoje polje. On predvidi početi rano izjutra i završiti do 10 sati prije podne i da svaki sat izore 10 ari. Međutim, kad je završio polovinu svog posla, desi mu se neki kvar tako da je kod oranja druge polovine polja mogao izorati samo 5 ari na sat. Zemljoradnik je završio oranje u 12 sati. Kolika je bila veličina polja? Kada je počeo orati? Koliko je sati orao prvu polovinu polja a koliko drugu?

VIII RAZRED

1. Riješi jednadžbu:

$$0,25y + \frac{1/2y + 3,5}{1/2:3/4 - 7/6} = -7\frac{3}{4}$$

2. Izračunaj oplošje i volumen pravilne trostrane piramide, ako je zadana pobočna visina $u=12$ cm i visina piramide $v=6$ cm.

Izrazi najprije tražene veličine u općem obliku.

3. Baza pravilne piramide je šesterokut stranice a .

Kolika je visina te piramide, ako je zbroj pobočnih ploha piramide jednak sedmerostrukoj bazi te piramide?

4. Nakon određenog broja radnih dana pri izgradnji nekog industrijskog postrojenja omladinska je brigada počela raditi udarnički, te je svaka 3 dana posla skratila na 2 dana. Ako je cio posao završen za 70 umjesto za 90 dana, koliko se dana radilo udarnički?

Upute sa rezultatima

VII RAZRED

1. Oslobodimo se zagrada (najprije male, pa srednje) i posle sređivanja dobijamo:

$$A = -0,2a + 0,4ab + 0,1b^2.$$

Za $a=1,2$ i $b=-0,5$ biće:

$$A = -0,2 \cdot 1,2 - 0,4 \cdot 1,2 \cdot (-0,5) + 0,1 \cdot (-0,5)^2 = -0,455.$$

2. Po konstrukciji trokuti AEH , BEH , CFG i DGH su jednakokraki i sukladni (podudarni) međusobno (sl. 1). (Svi kraci jednaki su stranici kvadrata, a kut koji zahvataju kraci je $360^\circ - 90^\circ - 2 \cdot 60^\circ = 150^\circ$.) Znači, četverokut $EFGH$ ima jednake sve četiri stranice, pa je on ili romb ili kvadrat. Pošto su na osnovicama jednakokrakih trokuta AEH i BEF kutovi od

$$\frac{1}{2}(180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ,$$

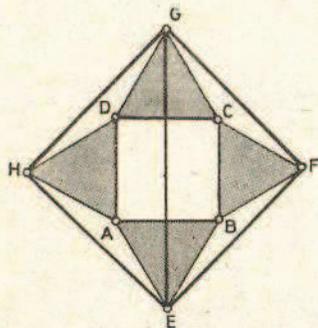
to je

$$\sphericalangle HEF = 60^\circ + 2 \cdot 15^\circ = 90^\circ,$$

pa je četverokut $EFGH$ kvadrat.

Dijagonala EG je zbir stranice kvadrata i visina jednakostranih trokuta ABE i CDG . Ako je stranica kvadrata duljine a , onda je dijagonala

$$EG = a + 2 \frac{a\sqrt{3}}{2} = a(1 + \sqrt{3}).$$



Sl. 1

Stranica kvadrata $EFGH$ je:

$$EF = \frac{EG}{\sqrt{2}} = a \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2},$$

a opseg je: $O = 4 \cdot EF = 2a(\sqrt{2} + \sqrt{6})$.

3.

$$B = \frac{-(-1/2)^2}{-(-1/2)^2(-1/3)^3(-1/4)^4} + \frac{-(-1/3)^3}{-(-1/2)^2(-1/3)^3(-1/4)^4} + \frac{-(-1/4)^4}{-(-1/2)^2(-1/3)^3(-1/4)^4} = \frac{1}{(-1/2)^2(-1/3)^3(-1/4)^4} + \frac{1}{(-1/2)^2(-1/4)^4} + \frac{1}{(-1/2)^2(-1/3)^3(-1/4)^4} = \frac{1}{(-1/2)^2(-1/3)^3} + \frac{1}{1/4 \cdot 1/256} + \frac{1}{-1/4 \cdot 1/27} = -27 \cdot 256 + 4 \cdot 256 - 4 \cdot 27 = -5996.$$

4. Da nije bilo kvara, zamljoradnik bi drugu polovinu uzorao do 10 sati. Pošto je posle nastajanja kvara radio dva puta sporije, on je do 10 sati završio polo-

vinu ostatka polja, odnosno četvrtinu polja. Preostalu četvrtinu orao je od 10 do 12 sati, i to po 5 ari na sat. Znači da je četvrtina polja 10 ari, a celo polje 40 ari. Zemljoradnik je počeo da ore u 6 sati. Prvu polovinu orao je 2 sata, a drugu 4 sata.

VIII RAZRED

1. Sređivanjem date jednačbe (jednačine) dobijemo:

$$\frac{1}{4}y + \frac{\frac{1}{2}y + \frac{7}{2}}{\frac{1}{2}} = -\frac{31}{4}.$$

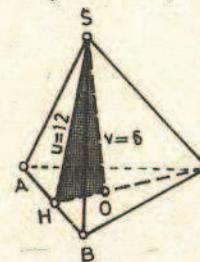
Sada proširimo dvojni razlomak sa 2 i dobijemo: $\frac{1}{4}y + \frac{y+7}{-1} = -\frac{31}{4}$. Rešenje ove jednačbe je $y=1$.

2. Treba izračunati osnovni brid (ivicu) a piramide. U pravokutnom trokutu HOS (sl. 2) imamo: $OH = \sqrt{u^2 - v^2}$, a to je trećina visine h baze piramide, pa je:

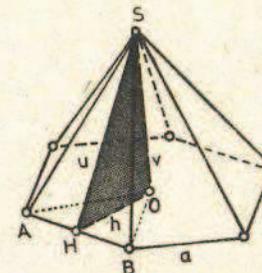
$h = 3OH = 3\sqrt{u^2 - v^2}$. Iz $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ dobijamo $a = \frac{2h\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}(u^2 - v^2)$, pa imamo:

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3 \frac{au}{2} = 3\sqrt{3}(u^2 - v^2) + 3u\sqrt{3}(u^2 - v^2) \quad \text{i} \quad V = \frac{1}{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot v = \frac{v\sqrt{3}}{4} (u^2 - v^2).$$

Za date brojčane vrijednosti $u=12$ i $v=6$, dobivamo: $h=18\sqrt{3}$, $a=36$, pa je $P=324(\sqrt{3}+2)$ i $V=648\sqrt{3}$.



Sl. 2



Sl. 3

3. Iz datog uvjeta (uslova) imamo: $6 \frac{au}{2} = 7 \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow u = \frac{7a\sqrt{3}}{2}$. Osmotrimo osjenčeni pravokutni trokut SOH na sl. 3. Jedna kateta mu je h — visina jednakostranog trokuta OAB . Iz Pitagorinog poučka dobijamo: $v^2 = u^2 - h^2$. Kako je $u = \frac{7a\sqrt{3}}{2}$ i $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, imamo: $v = \frac{147a^2}{4} - \frac{3a^2}{4} = 36a^2$, pa je tražena visina $v=6a$.

4. Cio posao svršen je 20 dana ranije zahvaljujući udarničkom radu. Pošto je svakim od ovih 20 dana skraćen na 2 dana posao koji je trebalo raditi po 3 dana, to izlazi da se umjesto 60 dana radilo udarnički 40 dana. Prethodno je normalnim tempom radeno 30 dana.

**REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA
1974. godina
VII RAZRED**

1. Izračunaj:

$$A = 0.5a - 0.7ab + 0.6b^2 - \{0.8ab - [0.3b^2 - (0.7a - 1.2ab)] - (0.7ab - 0.8b^2)\}$$

i načini pokus za $a = 1.2$; $b = -0.5$.

2. Nad stranicom kvadrata $ABCD$ s vanjske strane tog kvadrata nacrtaju se jednakostranični trokuti ABE , BCF , CDG , DAH i spoje se vrhovi E , F , G , H .

Dokaži da je četverokut $EFGH$ kvadrat i izračunaj dijagonalu, stranicu, opseg i površinu tog kvadrata.

3. Izračunaj:

$$B = \frac{-\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{4}\right)^4}{-\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \left(-\frac{1}{4}\right)^4}$$

4. Zemljoradnik mora izorati svoje polje. On predvidi početi rano ujutro i završiti do 10 sati prije podne i svaki sat izorati 10 ari. Međutim, kad je završio polovinu svoga posla, dogodi mu se neku kvar tako da je kod oranja druge polovine polja mogao izorati samo 5 ari na sat. Zemljoradnik je završio oranje u 12 sati. Kolika je bila veličina tog polja? Kada je počeo orati? Koliko je sati orao prvu polovinu polja, a koliko drugu?

**REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA
1974. godina
VIII RAZRED**

1. Riješi jednadžbu:

$$0.25y + \frac{\frac{1}{2}y + 3.5}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} - \frac{7}{6}} = -7 \frac{3}{4}$$

2. Izračunaj oplošje i volumen pravilne trostrane prizme, ako je zadana pobočna visina $u = 12 \text{ cm}$ i visina piramide $v = 6 \text{ cm}$.

Izrazi najprije tražene veličine u općem obliku!

3. Baza pravilne piramide je šesterokut stranice a .

Kolika je visina te piramide, ako je zbroj pobočnih ploha piramide jednak sedmerostrukoj bazi te piramide?

4. Nakon određenog broja radnih dana pri izgradnji nekog industrijskog postrojenja, omladinska je brigada počela raditi udarnički, te je svaka 3 dana posla skratila na 2 dana. Ako je cijeli posao završen za 70 dana umjesto za 90 dana, koliko se dana radilo udarnički?

Rješenja zadataka

REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA
1974. godina
VIII RAZRED
(druga skupina)

1. Sređivanjem dane jednadžbe dobijemo

$$\frac{1}{4}y + \frac{\frac{1}{2}y + \frac{7}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{31}{4}$$

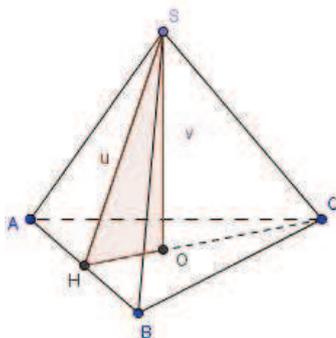
Daljnijm sređivanjem jednadžbe dobijemo $\frac{1}{4}y + \frac{y+7}{-1} = -\frac{31}{4}$. Rješenje je $y = 1$.

2. Treba izračunati osnovni brid piramide. U pravokutnom trokutu HOS (vidi sliku!) vrijedi

$|OH| = \sqrt{u^2 - v^2}$, a to je trećina visine h baze piramide, pa je $h = 3|OH| = 3\sqrt{u^2 - v^2}$. Iz

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ dobijemo $a = \frac{2h\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}(u^2 - v^2)$, pa imamo

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3\frac{au}{2} = 3\sqrt{3}(u^2 - v^2) + 3u\sqrt{3}(u^2 - v^2) \text{ i } V = \frac{1a^2\sqrt{3}}{3}v = v\sqrt{3}(u^2 - v^2)$$



Za dane podatke dobivamo $h = 18\sqrt{3}$, $a = 36$, pa je $P = 324(\sqrt{3} + 2)$ i $V = 648\sqrt{3}$

3. Iz danog uvjeta imamo: $6\frac{au}{2} = 7\frac{3a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow u = \frac{7a\sqrt{3}}{2}$, gdje je u visina pobočke. Ukoliko pogledamo pravokutni trokut SOH (gdje je S vrh piramide, O nožište visine piramide, H nožište visine pobočke), vidimo da vrijedi $v^2 = u^2 - h^2$ (h je visina karakterističnog trokuta baze šesterostrane piramide). Kako je $u = \frac{7a\sqrt{3}}{2}$ i $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ imamo $v^2 = \frac{147a^2}{4} - \frac{3a^2}{4} = 36a^2$, pa je tražena visina $v = 6a$.
4. Cijeli posao je završen 20 dana ranije zahvaljujući udarničkom radu. Pošto je svakim od ovih 20 dana skraćen na 2 dana posao koji se trebao raditi po 3 dana, to izlazi da se umjesto 60 dana radilo udarnički 40 dana. Prethodno je normalnim tempom rađeno 30 dana.