Zahvaljujem Društvu matematičara Srbije (http://www.dms.org.rs/) i njegovom predsjedniku dr. Zoranu Kadelburgu na dopuštenju da iz časopisa "Matematički list za učenike osnovne škole" skeniram stranice koje sadrže zadatke i rješenja s republičkih natjecanja (SR Hrvatke) i saveznih natjecanja (SFRJ) i skenove objavim na web stranici http://public.carnet.hr/mat-natj .

Antonija Horvatek
http://public.carnet.hr/~ahorvate/

OBAVEŠTENJA PRETPLATNICIMA

1. Uredništvo poziva nastavnike i profesore matematike kao i ostale čitaoce da šalju svoje priloge za list: članke, odabrane zadatke, zadatke sa prijemnih ispita i matematičkih takmičenja, razne zanimljivosti. Poželjno je da svi rukopisi (osim učeničkih rešenja zadataka) budu pisani pisaćom mašinom s proredom, a crteži izrađeni na posebnoj čvrstoj hartiji. Rukopisi se ne vraćaju.

2. *Matematički list* namenjen je *svim učenicima* V—VIII raz. osnovne škole. List izlazi 6 puta u toku školske godine, i to: 1. X, 15. XI, 1. I, 15. II, 1. IV i 15. V

3. Godišnja pretplata (za svih 6 brojeva) iznosi 25 dinara. Naručiocima za više od 10 kompleta odobravamo rabat (20%, 15%, 10%), zavisno od roka do kojeg se isplati celokupna pretplata (1. XII, 1. III, 1. VI). Nikakvi drugi odbici ne uvažavaju se.

Narudžbine se šalju na adresu lista, a novac na **žiro-račun „Matematičkog lista" broj 60806-678-14627.** Pri tome treba **obavezno** navesti *tačnu adresu* na koju list treba dostaviti i jasno naznačiti na šta se narudžbina odnosno uplata odnosi.

4. Raspolažemo kompletima lista iz školske 1968/69. god. (br. III 1—5), šk. 1969/70 god. (br. IV 1—5), šk. 1970/71. god. (br. V 2 i 3), šk. 1971/72. god. (br. VI 1—5), šk. 1972/73 god. (br. VII 1—5) i šk. 1973/74 god. (br. VIII 1—5). Od ovih godišta prodaju se III, IV, VI i VII po **sniženoj** ceni od 6 dinara za komplet, godište V po ceni od 4 dinara i godište VIII po ceni od 10 din.

5. Mole se poverenici *Matematičkog lista* da izmire sva zaostala dugovanja.

6. Sve priloge, primedbe i narudžbe slati *isključivo* na adresu:

Matematički list, p.p. 728, 11001 Beograd

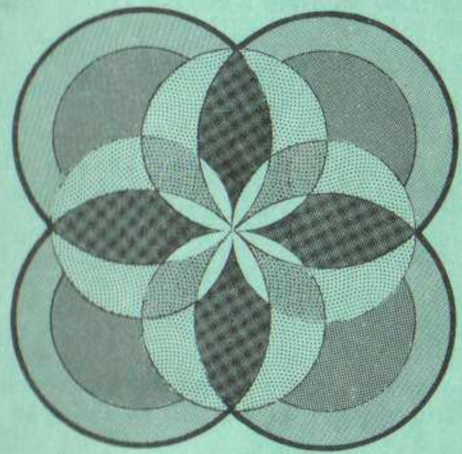
SADRŽAJ

MATEMATIČKI LIST

ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE

IX

1



BEOGRAD
1974.

1974. - savezno natjecanje - 7. i 8. razred
Matematički list za učenike osnovne škole
http://www.dms.org.rs/index.php?action=matematicki_list
http://public.carnet.hr/mat-natj

SAVEZ DRUŠTAVA MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA
JUGOSLAVIJE

MATEMATIČKI LIST

za učenike osnovne škole

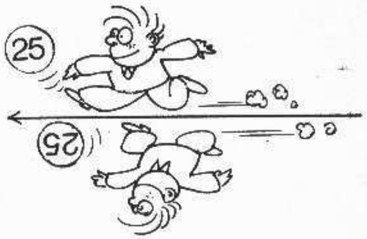
God. IX, broj 1 (1974/75)
Izlazi šest puta godišnje

IZDAJE DRUŠTVO MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA
SR SRBIJE
Beograd, Knez Mihajlova 35/IV, p. p. 728.

Oslobođeno plaćanja poreza na promet na osnovu rešenja Republičkog sekretarijata
za kulturu SR Srbije br. 413-186-03 od 11. 1. 1973. godine

Štampa: Beogradski izdavačko-grafički zavod, Beograd, Bul. vojvode Mišića br. 17

MATEMATIČKA TAKMIČENJA



PETO SAVEZNO TAKMIČENJE IZ MATEMATIKE ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE

Ove godine je prvi put savezno takmičenje učenika osnovnih škola iz matematike održano van Beograda. Do toga je došlo na osnovu dogovora između redakcije *Matematičkog lista* i uprave *Podružnice Društva matematičara, fizičara i astronoma* SR BiH u Tuzli, s ciljem da ubuduće, počev sa ovom godinom, ovaj susret naših mladih matematičara postane za njih i prilika za upoznavanje raznih gradova naše zemlje.

Učenici koji su uspešno prebrodili prethodna takmičenja i osvojili najveći broj poena na republičkim takmičenjima, ukrstili su šestare 9. juna o. g. u Tuzli. Učestvovali su učenici VII i VIII razreda iz svih republika, izuzev iz SR Crne Gore. Učenici iz SR Crne Gore nisu na vreme održali republičko takmičenje, pa su zato ove godine izostali sa saveznog.

Učestvovalo je ukupno 52 učenika, i to 11 iz SR BiH, 4 iz SR Makedonije, 7 iz SR Slovenije, 18 iz SR Srbije i 12 iz SR Hrvatske. Bilo je 20 učenika VII razreda i 32 učenika VIII razreda.

Svaki učenik je na svom maternjem jeziku rešavao 5 zadataka, koji su mu mogli doneti najviše 25 poena. Zadatke je pripremila Savezna komisija, koju su obrazovali po jedan delegat *republičkih Društava matematičara, fizičara i astronoma* SR BiH, SR Makedonije, SR Slovenije, SR Srbije i SR Hrvatske. Komisija je pregledala radove učenika i najboljima dodelila nagrade i pohvale. Svaki učenik i njegov nastavnik nagrađeni su od strane *Matematičkog lista* matematičkim knjigama, a najbolji učenici su dobili još i diplome i druge vredne nagrade, koje su obezbedili organizatori takmičenja iz Tuzle i redakcija *Matematičkog lista*.

Troškove smeštaja snosio je *Matematički list*. Učenici, njihove vođe puta i članovi komisije proveli su dva dana u Tuzli. Za to vreme bili su smešteni u hotelima, a u slobodnom vremenu obilazili su Tuzlu i okolinu.

Predusretljivi domaćini obezbedili su prostorije za takmičenje i autobuse za obilazak grada i u svemu su se našli pri ruci, kako učenicima, tako i komisiji za takmičenje.

Nagrađeni su i pohvaljeni sledeći učenici:

VII RAZRED

1. *Stojanović Jadran* O.Š. „21. maj“ Niš, 21 poen (I nagrada)
2. *Timčenko Olga* O.Š. „Ivan Gundulić“, Beograd, 21 poen (I nagrada)
3. *Crnjak Berislav* O.Š. „Braća Ribar“, Mostar, 17 poena (II nagrada)
4. *Bojić Goran* O.Š. „Mileva Kosovac“, Šabac, 16 poena (II nagrada)
5. *Tadinac Meti* O.Š. „Rudi Čajavec“, Zagreb, 15 poena (III nagrada)
6. *Trnka Ševala* O.Š. „Igmanski marš“, Vogošća, 15 poena (III nagrada)
7. *Jeremić Vesna* O.Š. „Aleksa Šantić“, Vajska, 15 poena (III nagrada)
8. *Matić Stanko* O.Š. „Ivan Gundulić“, Dubrovnik, 13 poena (pohvala)
9. *Jevtić Ljiljana* O.Š. „Rajan Pavićević“, Bajina Bašta 13 poena (pohvala)

VIII RAZRED

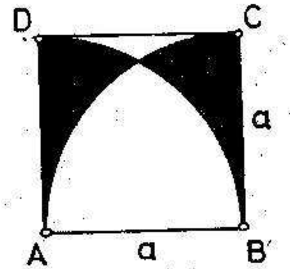
1. *Bestvina Mladen* O.Š. „Boris Kidrič", Osijek, 23 poena (I nagrada)
2. *Kerepeš Tomaš* O.Š. „Novi Grad", Subotica, 22 poena (I nagrada)
3. *Đogo Goran* O.Š. „Petar Dokić", Sarajevo, 21 poen (I nagrada)
4. *Jovanović Moma* O.Š. „Ratko Vukićević", Niš, 20 poena (II nagrada)
5. *Dekanić Zlatko* O.Š. „Grigor Vitez", Podr. Slatina, 20 poena (II nagrada)
6. *Rusjan Edmund* O.Š. „Prežihov Voranc", Lubljana, 20 poena (II nagrada)
7. *Arbutina Ljiljana* O.Š. „Sl. Vajner-Či ča", Sarajevo, 20 poena (II nagrada)
8. *Gajić Goran* O.Š. „Maršal Tito", Beograd, 19 poena (III nagrada)
9. *Kulosman Hamid* O.Š. „Vuk Karadžić", Sarajevo, 19 poena (III nagrada)
10. *Trontelj Helena* O.Š. „Prežihov Voranc", Ljubljana, 18 poena (III nagrada)
11. *Kostić Vladimir* O.Š. „Filip Filipović", Čačak, 18 poena (III nagrada)
12. *Stanković Siniša* O.Š. „Nata Jeličić", Šabac, 18 poena (III nagrada)
13. *Trenčovski Kostadin* O.Š. „J. A. Komenski", Skoplje, 17 poena (pohvala)
14. *Blažić Novica* O.Š. „Vuk Karadžić", Kruševac, 17 poena (pohvala)
15. *Uglješić Miro* O.Š. „Vladimir Nemet", Zagreb, 16 poena (pohvala)
16. *Zlajpah Dejan* II osnovna škola, Celje, 16 poena (pohvala)
17. *Janković Goran* O.Š. „Karađorđe", Topola, 16 poena (pohvala)
18. *Bricko Marina* O.Š. „Križanićeva", Zagreb, 15 poena (pohvala)
19. *Filgl Vanda* O.Š. „Milojko Štrukelj", Nova Gorica, 14 poena (pohvala)
20. *Janiski Georgi* O.Š. „Dr Trifun Panovski", Bitola, 13 poena (pohvala)
21. *Obradović Milan* O.Š. „Franjo Rezač", Tuzla, 13 poena (pohvala)
22. *Mičić Dušan* O.Š. „Aleksa Šantić", Hrasnica, 13 poena (pohvala)

ZADACI SA PETOG SAVEZNOG TAKMIČENJA

VII RAZRED

1. Deljenjem nekog broja brojem 72 dobija se količnik n i ostatak 68. Koliki će biti količnik i ostatak ako se isti taj broj podeli brojem 24?
(5 poena)

2. Dat je trocifren (troznamenkast) broj. Premeštanjem njegovih cifara (znamenaka) dobili smo sve različite brojeve napisane tim ciframa. Zbir (zbroj) svih ovih brojeva je 1998. Kojim ciframa je zapisan dati (zadani) trocifreni broj? Navedi sve slučajeve.
(5 poena)



Sl. 1

3. Zbir (zbroj) dva broja je 135. Koji su to brojevi, ako je 35% jednog jednako sa 28% drugog?
(4 poena)

4. Dat je paralelogram $ABCD$. Neka je tačka M središte stranice AB i tačka N središte stranice CD. Dokaži da prave (pravci) DM i BN dele dijagonalu AC na tri jednake duži (dužine).
(6 poena)

5. Izračunati površinu osenčenog dela kvadrata. (vidi sliku 1.) Centri krugova su tačke A i B.
(5 poena)

VIII RAZRED

1. Osnova (baza) prave (uspravne) četvorostrane prizme je romb površine $\frac{2}{3}k^2$. Manji dijagonalni presek prizme je kvadrat površine k^2.

a) Izračunaj površinu (oplošje) i zapreminu (volumen) prizme izraženu pomoću k.

b) Koliko je k ako su merni brojevi površine i zapremine jednaki među sobom?
(5 poena)

2. U kružnici je upisan jednakostraničan trougao (trokut) ABC. Proizvoljna tačka M pripada luku BC kojem ne pripada tačka A. Dokazati da je: $BM + CM = AM$.
(5 poena)

3. Na kružnoj stazi dugoj 1 650 m kreću se dva motociklista konstantnim brzinama. Ako se motociklisti kreću u suprotnim smerovima susreću se svake minute; ako se pak kreću u istom smeru, motociklista koji ima veću brzinu sustiže drugog svakih jedanaest minuta. Odredi brzine motociklista.
(5 poena)

4. Nacrtaj u pravouglom (pravokutnom) koordinatnom sistemu (jediničnog podeoka = 1 cm) prave (pravce) p_1 i p_2 čije su jednačine (jednadžbe):

$$p_1: \quad y = x - 4 \quad \text{i} \quad p_2: \quad y - 2x + 2 = 0$$

Izračunaj:

a) površinu figure (lika) koju zatvaraju prave p_1 i p_2 sa koordinatnim osama;

b) zapreminu (volumen) rotacionog tela koje nastaje kad trougao omeđen pravama p_1 i p_2 i ordinatnom osom rotira oko te ordinatne ose.
(6 poena)

5. Reši jednačinu (jednadžbu) i izvrši proveru (pokus):

$$(0{,}8x - 0{,}5)^2 + (0{,}6x - 1{,}3)^2 = 4\,(0{,}5x - 0{,}7)\,(0{,}5x + 0{,}7) - 6\,(0{,}15x + 0{,}08)$$
(4 poena)

Uputstva sa rezultatima:

VII RAZRED

1. Dati broj može se predstaviti u obliku: $72n + 68$. Otuda: $(72n + 68) : 24$ daje količnik $3n + 2$ i ostatak 20.

2. Dati broj može imati sve tri cifre različite, ili dve jednake, a treću različitu (sve su različite od nule).

a) ako su cifre različite, recimo: a, b i c, onda dobijamo da zbir brojeva: $100a + 10b + c$, $100a + 10c + b$, $100b + 10a + c$, $100b + 10c + a$, $100c + 10a + b$ i $100c + 10b + a$ iznosi 1998, odnosno dobijamo jednakost:

$$222a + 222b + 222c = 1998,$$

odakle je:

$$a + b + c = 9.$$

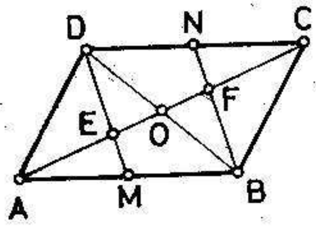
Prema tome, dati broj može biti zapisan ciframa: 1, 2, i 6 ili 1, 3 i 5; ili 2, 3 i 4.

1974. - savezno natjecanje - 7. i 8. razred
Matematički list za učenike osnovne škole
http://www.dms.org.rs/index.php?action=matematicki_list
http://public.carnet.hr/mat-natj

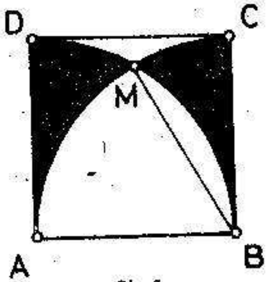
b) Ako dati trocifreni broj ima samo dve različite cifre, recimo x i y, onda zbir brojeva: $100x+10x+y$, $100x+10y+x$ i $100y+10x+x$ iznosi 1998, odnosno: $222x+111y=1998$, odakle je: $2x+y=18$. Znači, dati broj može biti zapisan ciframa: 5, 5 i 8, ili 7, 7 i 4, ili 8, 8 i 2.

3. Neka je jedan broj a. Drugi je $135-a$. Prema uslovu je: $\frac{35a}{100}=\frac{28(135-a)}{100}$. Odavde je $a=60$, pa je drugi broj 75.

4. Neka su E, O i F redom presečne tačke duži DM, BD i BN sa dijagonalom AC. Pošto je $ABCD$ paralelogram, to je tačka O središte dijagonala AC i BD. Kako je M središte duži AB, sleduje da je tačka E težište trougla ABD. Na isti način je N središte stranice CD, pa je F težište trougla BCD. Na osnovu osobine težišta trougla mora biti: $AE=\frac{2}{3}AO$ i $CF=\frac{2}{3}OC$, pa je: $AE=CF$. Kako je: $OE=\frac{1}{2}AE$ i $OF=\frac{1}{2}FC$ to je: $EO+OF=AE=FC$, što je i trebalo dokazati.



Sl. 2



Sl. 3

5. Polovinu osenčene površine dobićemo kad od četvrtine površine kruga poluprečnika a oduzmemo isečak ABM (sa uglom od 60°) i odsečak nad tetivom BM istog kruga:

$$P=2\left[\frac{a^2\pi}{4}-\frac{a^2\pi}{6}-\left(\frac{a^2\pi}{6}-\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right)\right]=a^2\,\frac{3\sqrt{3}-\pi}{6}.$$

VIII RAZRED

1. Iz površine manjeg dijagonalnog preseka zaključujemo da manja dijagonala romba i visina prizme imaju dužinu k. Iz površine romba dobijamo nepoznatu dijagonalu:

$$\frac{d\cdot k}{2}=\frac{2}{3}k^2 \Rightarrow d=\frac{4}{3}k.$$

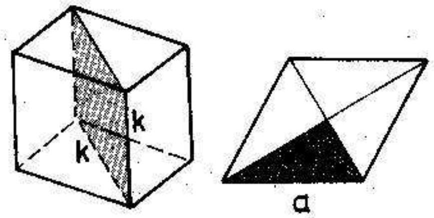
Stranicu romba izračunamo iz pravouglog trougla osenčenog na sl. 4.:

$$a^2=\left(\frac{k}{2}\right)^2+\left(\frac{2k}{3}\right)^2 \Rightarrow a=\frac{5}{6}k.$$

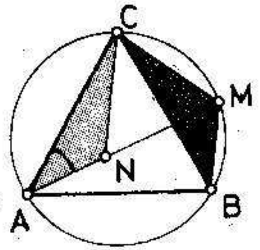
Sada izračunamo:

a) $V=\frac{2}{3}k^2\cdot k=\frac{2}{3}k^3$ i $P=2\cdot\frac{2}{3}k^2+4\cdot\frac{5}{6}k\cdot k=\frac{14}{3}k^2$.

b) $V=P \Rightarrow \frac{2}{3}k^3=\frac{14}{3}k^2 \Rightarrow k=7$.



Sl. 4



Sl. 5

2. Na duži AM konstruišemo tačku N, takvu da je $MN=CM$. Kako je ugao $\sphericalangle AMC$ konstruisan nad stranicom AC, on mora biti jednak uglu $\sphericalangle ABC=60°$ (uglovi nad istom tetivom), pa je trougao CMN jednakostraničan i samim tim $CN=CM$. Sada možemo zaključiti da su trouglovi ACN i BCM podudarni, jer je $AC=BC$ iz jednakostraničnog trougla ABC, $CN=CM$ i $\sphericalangle CAN=\sphericalangle CBM$ — nad istom tetivom CM. Iz podudarnosti ovih trouglova sledi da je $AN=BM$. Kako je po konstrukciji i $MN=CM$, to je: $AM=AN+NM=BM+CM$, što se i tvrdilo.

3. Neka brži motociklista prelazi x metara u minutu, a drugi y metara u minutu. Iz prvog uslova imamo: $x+y=1650$, a iz drugog: $x-y=\frac{1650}{11}=150$

Rešenje sistema jednačina daje: $x=900$ m u minutu i $y=750$ m u minutu, odnosno, prvi se kretao brzinom od 54 km/h, a drugi 45 km/h.

4. a) $P_{ABDC}=$

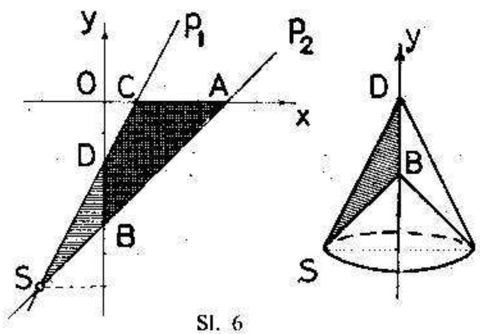
$=P_{OAB}-P_{OCD}=7\ \text{cm}^2$

b) Tražena zapremina je razlika zapremina dvaju konusa sa vrhovima D i B:

$$V=V_1-V_2=$$

$$=\frac{2^2\pi\cdot 4}{3}-\frac{2^2\pi\cdot 2}{3}=\frac{8\pi}{3}.$$

5. Rešenje jednačine je $x=3$. Zamenom ove vrednosti u datu jednačinu dobijamo identitet: $3{,}86=3{,}86$.



Sl. 6

1974. - savezno natjecanje - 7. i 8. razred
Matematički list za učenike osnovne škole
http://www.dms.org.rs/index.php?action=matematicki_list
http://public.carnet.hr/mat-natj