Zahvaljujem Društvu matematičara Srbije (http://www.dms.org.rs/) i njegovom predsjedniku dr. Zoranu Kadelburgu na dopuštenju da iz časopisa "Matematički list za učenike osnovne škole" skeniram stranice koje sadrže zadatke i rješenja s republičkih natjecanja (SR Hrvatke) i saveznih natjecanja (SFRJ) i skenove objavim na web stranici http://public.carnet.hr/mat-natj .

Antonija Horvatek
http://public.carnet.hr/~ahorvate/

OBAVEŠTENJA PRETPLATNICIMA

1. Uredništvo poziva nastavnike i profesore matematike kao i ostale čitaoce da šalju svoje priloge za list: članke, odabrane zadatke, zadatke sa prijemnih ispita i matematičkih takmičenja, razne zanimljivosti. Poželjno je da svi rukopisi (osim učeničkih rešenja zadataka) budu pisani pisaćom mašinom, s proredom. Rukopisi se ne vraćaju.

2. *Matematički list* namenjen je *svim učenicima* IV—VIII raz. osnovne škole. List izlazi 6 puta u toku školske godine, i to 1. X, 15. XI, 1. I, 15. II, 1. IV i 15. V.

3. Godišnja pretplata (za svih 6 brojeva) iznosi 30 dinara. Naručiocima za više od 10 kompleta odobravamo rabat (20%, 15%, 10%), zavisno od roka do kojeg se isplati celokupna pretplata (1. XII, 1. III, 1. VI). Nikakvi drugi odbici ne uvažavaju se.

Narudžbine se šalju samo neposredno na adresu lista, a novac na **žiro-račun „Matematičkog lista“ broj 60806-678-14627.** Pri tome treba **obavezno** navesti *tačnu adresu* na koju list treba dostaviti i jasno naznačiti na šta se narudžbina odnosno uplata odnosi.

Narudžbine primamo i direktno preko telefona redakcije, br. **011-638-263.**

4. Raspolažemo kompletima lista iz školske 1968/69. god. (br. III, 1—5). šk. 1969/70. god. (br. IV, 1—5), šk. 1970/71. god. (br. V, 2 i 3), šk. 1971/72. god. (br. VI, 1—5), šk. 1972/73. god. (br. VII, 1—5), šk. 1973/74. god. (br. VIII, 1—5), i šk. 1974/75. god. (br. IX 1—6). Od ovih godišta prodaju se: godišta III, IV, VI i VII po **sniženoj** ceni od 6 dinara za komplet, godište V po ceni od 4 dinara i godište VIII i IX po ceni od 10 din. Zbirka rešenih zadataka sa matematičkih takmičenja učenika osnovne škole može se dobiti po ceni od 7 dln.

5. Mole se poverenici *Matematičkog lista* da izmire sva zaostala dugovanja.

6. Sve priloge, primedbe i narudžbe slati *isljučivo* na adresu:

Matematički list, p.p. 728, 11001 Beograd

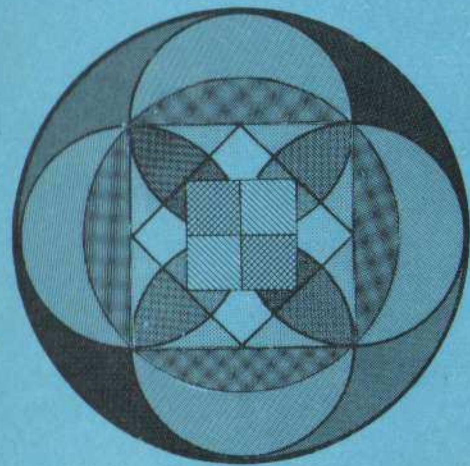
S A D R Ž A J

MATEMATIČKI LIST

ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE

X

2



BEOGRAD
1975.

SAVEZ DRUŠTAVA MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA JUGOSLAVIJE

MATEMATIČKI LIST

za učenike osnovne škole

God. X, broj 2 (1975/76)

Izlazi šest puta godišnje

IZDAJE DRUŠTVO MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA SR SRBIJE
Beograd, Knez Mihajlova 35/IV, p. p. 728.

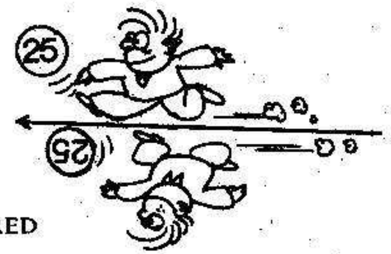
Oslobođeno plaćanja poreza na promet na osnovu rešenja Republičkog sekretarijata za kulturu SR Srbije br. 413-186-03 od 11. 1. 1973. godine

Štampa: Beogradski izdavačko-grafički zavod, Beograd, Bul. vojvode Mišića br. 17

MATEMATIČKA TAKMIČENJA

ZADACI SA REPUBLIČKOG NATJECANJA UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA SR HRVATSKE

održanog 10. i 11. svibnja 1975. godine



VII RAZRED

1. Izračunaj:

$$A = -(0{,}3\,a^2 - 0{,}2\,b^3)^2 - (-0{,}3\,a^2 - 0{,}2\,b^3)^2 - (-0{,}3\,a^2 - 0{,}2\,b^3)\cdot(-0{,}3\,a^2 + 0{,}2\,b^3).$$

Načiniti pokus za $a = 2$, $b = -1$.

2. Napiši razlomak kojemu je u brojniku naznačen produkt sume i diferencije broja a i njegove recipročne vrijednosti, a u nazivniku produkt sume i diferencije kvadrata tog istog broja i recipročne vrijednosti tog kvadrata.

Skrati taj razlomak, a zatim izračunaj njegovu vrijednost, ako je $a = \frac{1}{3}$!

3. Nacrtaj kvadrat $ABCD$ kojemu je stranica duga 3 cm, a zatim odredi konstrukcijom kvadrat $KLMN$ koji će biti tri puta veći od zadanog! Obrazloži postupak.

4. Konstruiraj trapez $ABCD$, ako je zadano: $a = 5$ cm, $c = 2{,}5$ cm, $v = 3{,}5$ cm, $\beta = 60$, a zatim ga pravcem koji prolazi vrhom C podijeli na dva dijela koji su jednaki po površini. Dokaži jednakost tih dijelova po površini!

VIII RAZRED

1. Riješi sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice i izvedi pokus:

$$x - \frac{-2x + y - 1}{3} + \frac{0{,}2x + 1}{7} = -2\frac{2}{3} + \frac{1 + 0{,}2x}{7},$$

$$\frac{x - 3y + 1}{2} - \frac{x - 2y}{3} - \frac{0{,}7 - y}{5} = 1 - \frac{0{,}7 - y}{5}.$$

2. U tri vreće ima ukupno 64,2 kp šećera. Ako u prvoj vreći ima $\frac{4}{5}$ onoga što ima u drugoj vreći, a u trećoj vreći $42\frac{1}{2}\,\%$ onoga što ima u prvoj vreći, koliko kp šećera ima u svakoj vreći?

3. Dvije sukladne kvadratske piramide sa zajedničkom bazom i s bridovima jednakih duljina čine geometrijsko tijelo koje se zove oktaedar.

a) Nacrtaj sliku tog tijela u kosoj projekciji, ako je osnovni brid $a = 4$ cm, $\alpha = 30°$, a prikrata $n = 2/3$.

Visinu tijela odredi konstrukcijom!

1975. - republičko natjecanje - 7. i 8. razred
Matematički list za učenike osnovne škole
http://www.dms.org.rs/index.php?action=matematicki_list
http://public.carnet.hr/mat-natj

b) Oktaedru brida a odreži svaki ugao ravninom, koja je položena sredinama bridova, što se sastaju u istom uglu, a zatim odredi volumen dobivenog tijela najprije u općem obliku, a zatim uvrsti za $a=4$ cm!

4. U krug polumjera $r=\frac{25}{8}$ cm upisan je jednakokračan trokut kojemu je krak $b=5$ cm. Kolika je površina tog jednakokračnog trokuta?

Rješenja zadataka*

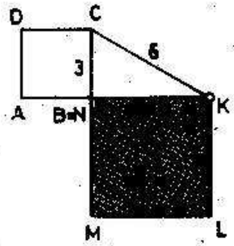
1. $A=-(0{,}09a^4-0{,}12a^2b^3+0{,}04b^6)-(0{,}09a^4+0{,}12a^2b^3+0{,}04b^6)-$
$-(0{,}09a^4-0{,}04b^6)=-0{,}27a^4-0{,}04b^6.$

Za $a=-2$ i $b=-1$ imamo:
$A=-(1{,}2+0{,}2)^2-(-1{,}2+0{,}2)^2-(-1{,}2+0{,}2)(-1{,}2-0{,}2)=-1{,}96-1-1{,}4=$
$=-4{,}36$ i $A=-0{,}27\cdot 16-0{,}04\cdot 1=-4{,}32-0{,}04=-4{,}36.$

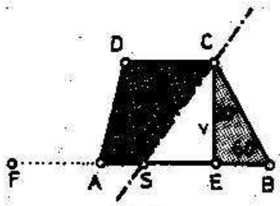
2. $$\frac{\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(a-\frac{1}{a}\right)}{\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)\left(a^2-\frac{1}{a^2}\right)}=\frac{a^2-\frac{1}{a^2}}{\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)\left(a^2-\frac{1}{a^2}\right)}=\frac{1}{a^2+\frac{1}{a^2}}.$$

Za $a=\frac{1}{3}$ dobijamo: $\frac{1}{\frac{1}{9}+9}=\frac{1}{\frac{82}{9}}=\frac{9}{82}.$

3. Površina datog kvadrata je 9 cm². Konstruirajmo pravokutni trokut (pravougli trougao) kojemu je jedna kateta stranica datog kvadrata i hipotenuza dva puta veća od te katete (sl. 1). Zatim, nad drugom katetom $BK=a$ konstruirajmo kvadrat $KLMN$. Koristeći Pitagorin poučak dobivamo: $a^2=6^2-3^2=27$ cm² $=3\cdot 9$ cm², što predstavlja površinu većeg kvadrata tri puta veću od površine zadanog kvadrata. Dakle, $KLMN$ je traženi kvadrat.



Sl. 1



Sl. 2

4. Sa skice je lako uočiti da je pravokutni trokut BCE određen dužinom $v=3{,}5$ cm i kutovima od 30° i 60° (sl. 2). Stoga najpre konstruiramo trokut BCE,

* Rješenja ovih zadataka sastavio je Ivan Strizep, nastavnik matematike u Klisu kod Splita.

a zatim točkom C konstruiramo pravac (pravu) paralelan pravcu BE. Sada točke D i A odredimo neposredno, jer su date dužine (duži) $CD=2{,}5$ cm i $AB=5$ cm.

Površina trapeza je $P=(a+c)\cdot\frac{v}{2}$. Pravac kroz točku C dijeli trapez na jedan trokut i jedan četverokut. Da bi površina trokuta bila jednaka polovini površine trapeza, treba najprije konstruirati dužinu $BF=a+c$ i sredinu S ove dužine. Pravac CS je traženi. Površina P' trokuta BCS je:

$$P'=\frac{BS}{2}\cdot\frac{v}{2}=\frac{a+c}{2}\cdot\frac{v}{2}=\frac{P}{2}.$$

VIII RAZRED

1. Reduciranjem jednadžbi i rješavanjem razlomaka dobivamo:

$$5x-y=-9,\quad x-5y=3.$$

Rješavanjem ovog sustava jednadžbi (sistema jednačina) bilo kojom metodom dobivamo: $x=-2$ i $y=-1$.

2. Neka u drugoj vreći ima x kp šećera. Iz datih uvjeta dobivamo jednadžbu: $\frac{4}{5}x+x+\frac{4}{5}x\cdot 0{,}425=64{,}2$ čije je rješenje $x=30$. Prema tome, u prvoj vreći je bilo 24 kp, u drugoj 30 kp i u trećoj 10,2 kp šećera.

3. Koristeći skicu lako možemo pokazati da je visina ovog tijela sukladna dijagonali kvadrata stranice a, pa je konstruiranje ove visine jednostavno. Oktaedar i tijelo nastalo presjecanjem oktaedra na opisani način prikazani su na sl. 3.

Volumen (zapremina) dobivenog tijela izračunavamo tako što od volumena oktaedra oduzmemo volumene šest manjih kvadratskih piramida. Volumen oktaedra je:

$$V=2\cdot\frac{1}{3}a^2\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{3}a^3\sqrt{2}.$$

Volumen jedne obrezane piramide je:

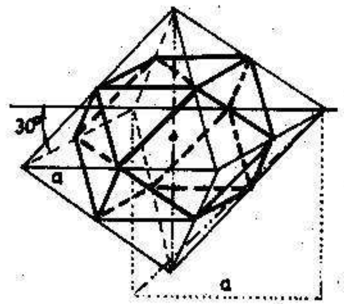
$$V_1=\frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{4}a\sqrt{2}=\frac{1}{48}a^3\sqrt{2}.$$

Traženi volumen je:

$$V-6V_1=\frac{1}{3}a^3\sqrt{2}-\frac{1}{8}a^3\sqrt{2}=\frac{5}{24}a^3\sqrt{2}.$$

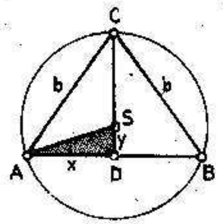
Za $a=4$ cm imamo:

$$V-6V_1=\frac{40}{3}\sqrt{2}\ \text{cm}^3.$$



Sl. 3

4. Neka je CD visina na osnovicu AB (sl. 4) i neka je S centar opisanog kruga. Uvedimo oznake: $AD=x$ i $DS=y$. Tada iz pravokutnog trokuta ACD imamo: $x^2=r^2-y^2$, a iz trokuta ACD: $(r+y)^2=b^2-x^2$. Zamjenom za x^2 dobivamo:



Sl. 4

$$r^2+2ry+y^2=b^2-r^2+y^2,$$

odakle je

$$2ry=b^2-2r^2.$$

Kako je $b=5$ i $r=25/8$, rješavanjem poslednje jednadžbe po y dobivamo: $200y=175$, odakle je $y=7/8$, pa je visina $CD=r+y=4$. Sada imamo: $x^2=b^2-CD^2=9$, pa je $x=3$, a osnovica trokuta ABC je $AB=6$ cm. Površina trokuta ABC je:

$$P=\frac{1}{2}\,AB\cdot CD=12\ \text{cm}^2.$$

ZADACI

ODABRANI ZADACI

Ovi zadaci treba da vam služe za vežbu, pripremanje za prijemne ispite i matematička takmičenja, kao i za rad u *matematičkoj sekciji*. Zadatke treba samostalno da rešite, a navedeni rezultati i uputstva neka vam služe za kontrolu. Za učenike koji šalju rešenja *Konkursnih zadataka* preporučljivo je da prethodno reše *Odabrane zadatke*, jer su oni malo lakši od konkursnih, pa ovaj rad predstavlja za njih korisno uvežbavanje.

A) Za učenike IV i V razreda

1007. Koliko ima četvoroznamenkastih (četvorocifrenih) brojeva čiji je zbroj znamenki (zbir cifara) 3? Napiši sve te brojeve.

[Rez.: Ima ih 10]

1008. Šta biva sa kvocijentom (količnikom), ako deljeniku dodamo dvostruki divizor (delilac), a divizor ostane nepromijenjen?

[Rez.: Količnik se poveća za 2]

1009. U jedno mjesto dođe putnik i u 8 časova trojici svojih domaćina ispriča „važnu novost". To je potrajalo četvrt sata. Svaki od ove trojice ispriča novost drugoj trojici stanovnika tog mesta, takođe za četvrt sata. Ako se tako nastavi, koliko će ljudi u tom mjestu znati novost u 10 sati, ako je svatko od njih novost čuo i preneo samo po jedanput?

[Rez.: 9841]