Zahvaljujem Društvu matematičara Srbije (http://www.dms.org.rs/) i njegovom predsjedniku dr. Zoranu Kadelburgu na dopuštenju da iz časopisa "Matematički list za učenike osnovne škole" skeniram stranice koje sadrže zadatke i rješenja s republičkih natjecanja (SR Hrvatke) i saveznih natjecanja (SFRJ) i skenove objavim na web stranici http://public.carnet.hr/mat-natj .

Antonija Horvatek
http://public.carnet.hr/~ahorvate/

OBAVEŠTENJE PRETPLATNICIMA

1. Uredništvo poziva nastavnike i profesore matematike kao i ostale čitaoce da šalju svoje priloge za list: članke, odabrane zadatke, zadatke sa prijemnih ispita i matematičkih takmičenja, razne zanimljivosti. Poželjno je da svi rukopisi (osim učeničkih rešenja zadataka) budu pisani pisaćom mašinom, s proredom. Rukopisi se ne vraćaju.

2. *Matematički list* namenjen je *svim učenicima* IV—VIII raz. osnovne škole. List izilazi 6 puta u toku školske godine, i to 1. X, 15. XI, 1. I, 15. II, 1. IV i 15. V.

3. Godišnja pretplata (za svih 6 brojeva) iznosi 30 dinara. Naručiocima za više od 10 kompleta odobravamo rabat (20%, 15%, 10%), zavisno od roka do kojeg se isplati celokupna pretplata (1. XII, 1. III, 1. VI). Nikakvi drugi odbici ne uvažavaju se.

Narudžbine se šalju samo neposrepno na adresu lista, a novac na **žiro-račun „Matematičkog lista" broj 60806-678-14627.** Pri tome treba **obavezno** navesti *tačnu adresu* na koju list treba dostaviti i jasno naznačiti na šta se narudžbina odnosno uplata odnosi.

Narudžbine primamo i direktno preko telefona redakcije, br. **011-638-263.**

4. Raspolažemo kompletima lista iz školske 1968/69. god. (br. III, 1—5) šk. 1969/70. god. (br. IV, 1—5), šk. 1970/71. god. (br. V, 4 i 5), šk. 1971/72. god. (br. VI, 1—5), šk. 1972/73. god. (br. VII, 1—5), šk. 1973/74. god. (br. VIII, 1—5), šk. 1974/75. god. (br. IX, 1—6) i šk. 1975/76. god. (br. X, 1—6). Od ovih godišta prodaju se: godište III, IV, VI i VII po sniženoj ceni od 10 dinara, godište V po ceni od 4 dinara i godište VIII, IX i X po ceni od 15 din. Zbirka rešenih zadatka sa matematičkih takmičenja učenika osnovne škole može se dobiti po ceni od 10 din.

5. Mole se poverenici *Matematičkog lista* da izmire sva zaostala dugovanja.

6. Sve priloge, primedbe i naružbe slati *isključivo* na adresu:

Matematički list, p.p. 728, 11001 Beograd (Tel. 638—263)

S A D R Ž A J

MATEMATIČKI LIST

ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE

XI

6

KARL FRIDRIH GAUS

BEOGRAD

1977.

SAVEZ DRUŠTAVA MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA
JUGOSLAVIJE

MATEMATIČKI LIST

za učenike osnovne škole

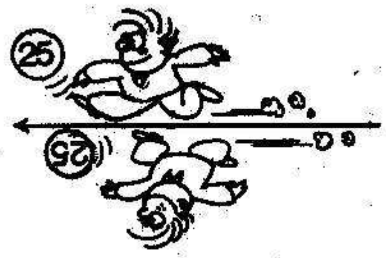
God. XI, broj 5 (1976/77)
Izlazi šest puta godišnje

IZDAJE DRUŠTVO MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA
SR SRBIJE
Beograd, Knez Mihajlova 35/IV, p. p. 728.

Oslobođeno plaćanja poreza na promet na osnovu rešenja Republičkog sekretarijata
za kulturu SR Srbije br. 413-186-03 od 11. 1. 1973. godine

Štampa: Beogradski izdavačko-grafički zavod, Beograd, Bul. vojvode Mišića br. 17

MATEMATIČKA TAKMIČENJA



REPUBLIČKO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA SR HRVATSKE

Počev od prošle godine zadaci na republičkom natjecanju za učenike VII i VIII razreda podijeljeni su u dvije skupine. U prvoj skupini zadano je desetak lakših zadataka (u obliku testa). Putem ovih zadataka treba da se ocijene elementarna znanja učenika s tim što oni ujedno služe za zagrijavanje učenika za rješavanje zadataka iz druge skupine. Druga skupina sadrži tri malo teža zadatka i u stvari odgovara zadacima sa ranijih natjecanja. Svi zadaci su bodovani srazmjerno svojoj težini. Ovogodišnje natjecanje biće organizirano na sličan način.

Ovdje dajemo zadatke i rješenja zadataka iz druge skupine.

VII RAZRED (2. skupina)

1. Konstruirajte pravokutni trokut, ako je zadano: $b-a$ i α. ($b-a=4$ cm, $\alpha=30°$).

2. U bronci ima 80% bakra i 20% kositra. Imamo 11,2 kg bakra. Koliko nam je potrebno kositra da dobijemo broncu?

3. Napišite algebarski izraz za ploštinu romba ako je duljina jedne stranice a, i ako veličina kuta α je 60°. Prikažite dobivenu funkciju grafički u pravokutnom koordinatnom sustavu.

VIII RAZRED (2. skupina)

1. U kocku brida $a=10$ cm upisan je uspravan stožac. Koliko mu je oplošje i volumen?

2. U zlatarskoj radionici mora se načiniti 9 kg smjese u kojoj će zlato i srebro biti u omjeru $7:11$. Na skladištu imaju dvije smjese. U jednoj smjesi količina zlata i srebra nalaze se u omjeru $4:5$, a u drugoj $2:5$. Koliko treba uzeti od svake smjese da bi se načinila nova smjesa u zadanom omjeru?

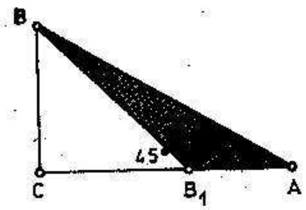
3. Ploština trokuta ABC je 6 cm^2. Težišnice dijele trokut na 6 dijelova. Kolika je ploština svakog dijela?

1976. - republičko natjecanje - 7. i 8. razred
Matematički list za učenike osnovne škole
http://www.dms.org.rs/index.php?action=matematicki_list
http://public.carnet.hr/mat-natj

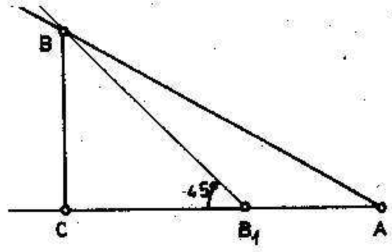
Rješenja zadataka

VII RAZRED

1. Neka je ABC pravokutni trokut i B_1 točka dužine AC, takva da je $B_1C=BC=a$ (sl. 1). Tada je $B_1A=b-a$. Kako je trokut BCB_1 jednakokraki, to je kut $\sphericalangle CB_1B=45°$. Sada je jasno kako treba konstruiati trokut ABB_1, a samim tim i trokut ABC.



Sl. 1

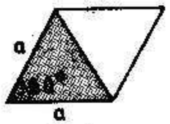


Sl. 2

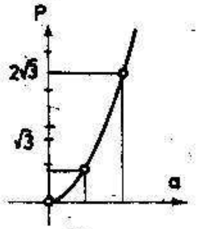
Konstrukcija. Na proizvoljnom pravcu p konstruiramo točke A i B_1, tako da je $AB_1=4$ cm. (Na sl. 2 ova konstrukcija je izvršena sa umanjenim dimenzijama). Zatim, kod vrha A konstruiramo kut od 30° i kod vrha B_1 kut od 45°. U presjeku konstruiranih krakova dobivamo točku B. Okomica iz B na pravac p određuje vrh C pravog kuta. Dokaz konstrukcije i diskusiju rješenja ostavljamo čitaocima.

2. Kositra je potebno 4 puta manje nego bakra (20:80), dakle potrebno je $11{,}2:4=2{,}8$ kg bakra.

3. Dati romb je nastao spajanjem dva jednakostranična trokuta (sl. 3), pa je $P=2\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, odnosno $P=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Da bismo dobivenu funkciju prikazali grafički, izračunaćemo vrijednosti P za $a=0$, $a=1$ i $a=2$. Dobivamo redom: $P=0$, $P=\frac{\sqrt{3}}{2}$ i $P=2\sqrt{3}$. Tako dobivamo točke: $O(0,0)$, $A\left(1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ i $B(2,\ 2\sqrt{3})$. Unošenjem ovih točaka u koordinatni sustav i spajanjem dobivamo grafik funkcije prikazan na sl. 4.



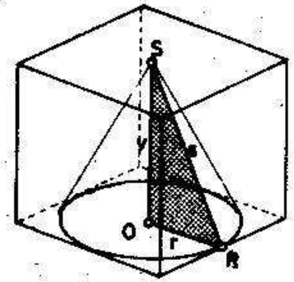
Sl. 3



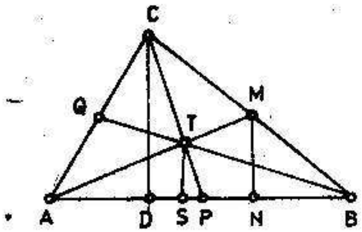
Sl. 4

VIII РАЗРЕД

1. Na sl. 5 prikazani su data kocka i upisani uspravni stožac. Visina stošca je $v=a=10$ cm, a polumjer baze je $r=a/2=5$ cm. Bočni brid s izračunavamo iz pravokutnog trokuta SOR: $s^2=r^2+v^2=125$, pa je $s=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$. Dakle, oplošje stošca je $O=r^2\pi+r\pi s=25\pi(1+\sqrt{5})$ cm², a volumen je $V=\frac{r^2\pi v}{3}=\frac{250\pi}{3}$ cm³.



Sl. 5



Sl. 6

2. U 9 kg tražene smjese treba da bude 3,5 kg zlata i 5,5 kg srebra $(3{,}5:5{,}5=7:11$ i $3{,}5+5{,}5=9)$. Pretpostavimo da brojevi 4, 5, 2 i 5 u datim omjerima $4:5$ i $2:5$ označavaju brojeve kg zlata i srebra. Ako bismo uzeli x dijelova smjese sa omjerom $4:5$ i y dijelova smjese sa omjerom $2:5$, dobili bismo sustav linearnih jednadžbi: $4x+2y=3{,}5$ i $5x+5y=5{,}5$. Rješenje je $x=\frac{13}{20}$ i $y=\frac{9}{20}$. Prema tome, treba uzeti $\frac{13}{20}(4+5)=\frac{117}{20}$ kg prve smjese i $\frac{9}{20}(2+5)=\frac{63}{20}$ kg druge smjese.

3. Trokut ABT (sl. 6) podijeljen je na dva trokuta jednake ploštine (jednake osnovice $AP=PB$ i zajednička visina TS iz vrha T). Okomica MN jednaka je polovini visine CD, tj. $MN=\frac{1}{2}h_c$. (Dužina MN je srednja linija trokuta BCD.) Visinu TS trokuta ABT izračunaćemo na osnovu sličnosti trokuta AMN i ATS (trokuti sa paralelnim odgovarajućim stranicama): $AM:AT=MN:TS$. Kako je, na osnovu

1976. - republičko natjecanje - 7. i 8. razred
Matematički list za učenike osnovne škole
http://www.dms.org.rs/index.php?action=matematicki_list
http://public.carnet.hr/mat-natj

особина тежишница $AM:AT=3:2$, dobivamo: $3:2=\frac{1}{2}h_c:TS$, odakle je $TS=\frac{1}{3}h_c$. Dakle, ploština trokuta ABT je: $P'=\frac{1}{2}c\cdot\frac{1}{3}h_c=$ $=\frac{1}{3}P_{ABC}$. Na isti način dobivamo da su ploštine trokuta BCT i ACT jednake $\frac{1}{3}P_{ABC}$. Kako je ploština svakog od ovih trokuta prepolovljena težišnicama, izlazi da težišnice dijele trokut ABC na 6 dijelova, od kojih svaki ima ploštinu 1 cm^2.

РЕШЕЊА КОНКУРСНИХ ЗАДАТАКА 410—422 ИЗ МАТЕМАТИЧКОГ ЛИСТА XI, 5

А) За ученике IV и V разреда

410. *Два трактора узору 296 ha. Први дневно оре 10 ha, а други 12 ha. За колико дана су завршили тај посао ако је први радио један дан више од другог?*

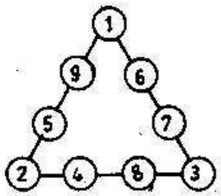
Према услову задатка први трактор је орао један дан више и за то време узорао 10 ha. Значи да су оба трактора заједно дневно орала 22 ha и за неки број дана узорала 286 ha. Број дана ћемо одредити ако 286 поделимо са 22. То је 13. Према томе, заједно су радили 13 дана и први трактор је сам радио 1 дан, па је цео посао завршен за 14 дана.

Миомир Марковић, уч. V р. ОШ „Б. Радичевић", Бор

411. *Бројеве 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, распоредити у празне кружиће тако да збир (збој) на свакој страници троугла износи 17.*

Најпре се утврђује да у кружић који представља треће теме троугла треба уписати 2, а затим треба допунити добивене збирове до 17.

Смиљана Милутиновић, уч. V р. ОШ „С. С.", Дивци



Сл. 1

412. *Од поште до школе постављена је телефонска линија. На сваких 50 m треба ставити телефонски стуб. Колико треба припремити стубова, ако је дужина (дуљина) линије 4 km?*

У 4 km има 400 m. Пошто на сваких 5 m треба поставити стуб, телефонска линија ће бити издељена на 80 растојања од по 50 m. Како код поште и код школе не треба ставити стуб, то је потребно 79 стубова.

Наташа Симић, уч. V р. ОШ „С. Синђелић", В. Поповић