

**REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA**
1976. godina
VII RAZRED
(druga skupina)

1. Konstruirajte pravokutni trokut, ako je zadano $b - a = 4 \text{ cm}$, $\alpha = 30^\circ$
2. U bronci ima 80% bakra i 20% kositra. Imamo 11.2 kg bakra. Koliko nam je potrebno kositra da dobijemo broncu?
3. Napišite algebarski izraz za površinu romba ako je duljina stranice a, i ako je veličina kuta $\alpha = 60^\circ$. Prikažite dobivenu funkciju grafički u pravokutnom koordinatnom sustavu.

Napomena:

U prvoj skupini zadano je desetak lakših zadataka (koje ovdje nemamo), a u drugoj 3 teža zadatka (to su gornja tri).

**REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA**
1976. godina
VIII RAZRED
(druga skupina)

1. U kocku brida $a = 10 \text{ cm}$ upisan je uspravan stožac. Koliko mu je oplošje i volumen?
2. U zlatarskoj radionici mora se načiniti 9 kg smjese u kojoj će zlato i srebro biti u omjeru 7:11. Na skladištu imaju dvije smjese. U jednoj smjesi količina zlata i srebra nalaze se u omjeru 4:5, a u drugoj u omjeru 2:5. Koliko treba uzeti od svake smjesi da bi se načinila nova smjesa u zadanim omjeru?
3. Površina trokuta ABC je 6 cm^2 . Težišnice dijele trokut na 6 dijelova. Kolika je površina svakog dijela?

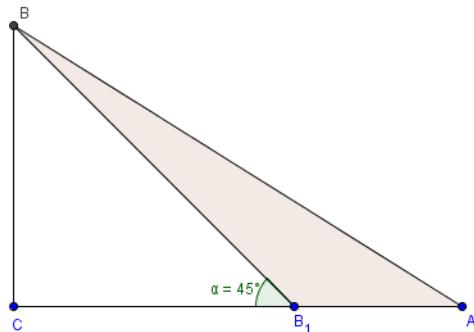
Napomena:

U prvoj skupini zadano je desetak lakših zadataka (koje ovdje nemamo), a u drugoj 3 teža zadatka (to su gornja tri).

Rješenja zadataka

**REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA
1976. godina
VII RAZRED
(druga skupina)**

- Neka je ABC pravokutan trokut i B_1 točka dužine \overline{AC} , takva da je $|B_1C| = |BC| = a$ (vidi sliku 1). Tada je $|B_1A| = b - a$. Kako je trokut BCB_1 jednakokračan, to je kut $\angle CB_1B = 45^\circ$. Sada je jasno kako treba konstruirati trokut ABB_1 , a samim tim i trokut ABC .



Slika 1

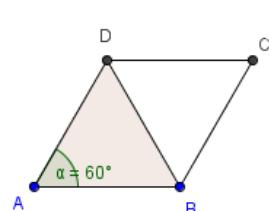
Konstrukcija: Na proizvoljnom pravcu p konstruiramo točke A i B_1 , tako da je $|AB_1| = 4 \text{ cm}$. Zatim, kod vrha A konstruiramo kut od 30° i kod vrha B_1 kut od 45° . U presjeku konstruiranih krakova dobivamo točku B . Okomica iz B na pravac p određuje vrh C pravog kuta. (Dokaz i diskusija se ostavlja čitateljima)

- Kositra je potrebno 4 puta manje od bakra (20:80), dakle potrebno je $11.2:4 = 2.8 \text{ kg}$ kositra.

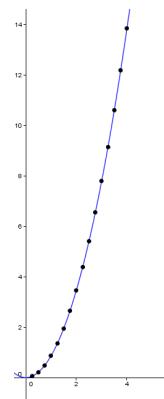
- Dani romb je nastao spajanjem dva jednakostranična trokuta (vidi sliku 2), pa je $P = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4}$, odnosno $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Da bismo dobivenu funkciju prikazali grafički, izračunat ćemo vrijednosti P za $a = 0, a = 1$ i $a = 2$. Dobivamo redom $P = 0, P = \frac{\sqrt{3}}{2}, P = 2\sqrt{3}$. Tako dobivamo točke $O(0,0), A\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ i $B(2, 2\sqrt{3})$.

Unošenjem ovih točaka u koordinatni sustav i

spajanjem dobijemo graf funkcije (vidi sliku 3).



Slika 2



Slika 3

Rješenja zadataka

**REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA
1976. godina
VIII RAZRED
(druga skupina)**

1. Visina stočca je $v = \alpha = 10 \text{ cm}$, a polumjer baze je $r = \frac{\alpha}{2} = 5 \text{ cm}$. Bočni brid stočca računamo iz pravokutnog trokuta SOR (S je vrh stočca, O je središte baze stočca, a R točka dodira baze i brida kocke): $s^2 = r^2 + v^2 = 125$, pa je $s = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$. Dakle, oplošje stočca je $O = r^2\pi + rvs = 25\pi(1 + \sqrt{5}) \text{ cm}^2$, a volumen je $V = \frac{r^2\pi v}{3} = \frac{250\pi}{3} \text{ cm}^3$.

2. U 9 kg tražene smjese treba biti 3.5 kg zlata i 5.5 kg srebra ($3.5: 5.5 = 7: 11$ i $3.5 + 5.5 = 9$). Pretpostavimo da brojevi 4 5, 2 i 5 u danim omjerima 4:5 i 2:5 označavaju brojeve kg zlata i srebra. Ako bismo uzeli x dijelova smjese sa omjerom 4:5 i y dijelova smjese sa omjerom 2:5, dobili bismo sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 3.5 \\ 5x + 5y = 5.5 \end{cases}$$

Rješenje je $x = \frac{13}{20}$ i $y = \frac{9}{20}$. Prema tome, treba uzeti $\frac{13}{20}(4+5) = \frac{117}{20} \text{ kg}$ prve smjese i $\frac{9}{20}(2+5) = \frac{63}{20} \text{ kg}$ druge smjese.

3. Trokut ABT (vidi sliku!) podijeljen je na dva trokuta jednake površine (osnovice jednake duljine $|AP| = |PB|$ i zajednička visina \overline{TS} iz vrha T). Okomica \overline{MN} jednaka je polovini visine \overline{CD} , tj. $|MN| = \frac{1}{2}|v_e|$. (Dužina \overline{MN} je srednja linija trokuta BCD). Visinu \overline{TS} trokuta ABT izračunavamo na osnovu sličnosti trokuta AMN i ATS (trokuti sa paralelnim odgovarajućim stranicama): $AM:AT = MN:TS$. Kako je, na osnovu osobina težišnica $|AM|:|AT| = 3:2$, dobivamo: $3:2 = \frac{1}{2}|v_e|:|TS|$, odakle je $|TS| = \frac{1}{3}|v_e|$. Dakle, površina trokuta ABT je: $P' = \frac{1}{2}c \cdot \frac{1}{3}|v_e| = \frac{1}{6}P_{ABC}$. Na isti način dobijemo da s površine trokuta BVT i ACT jednake $\frac{1}{6}P_{ABC}$. Kako je površina svakog od ovih trokuta prepolovljena težišnicama, izlazi da težišnice dijele trokut ABC na 6 dijelova, od kojih svaki ima površinu 1 cm^2 .

