Zahvaljujem Društvu matematičara Srbije (http://www.dms.org.rs/) i njegovom predsjedniku dr. Zoranu Kadelburgu na dopuštenju da iz časopisa "Matematički list za učenike osnovne škole" skeniram stranice koje sadrže zadatke i rješenja s republičkih natjecanja (SR Hrvatke) i saveznih natjecanja (SFRJ) i skenove objavim na web stranici http://public.carnet.hr/mat-natj .

Antonija Horvatek
http://public.carnet.hr/~ahorvate/

OBAVEŠTENJE PRETPLATNICIMA

1. Uredništvo poziva nastavnike i profesore matematike kao i ostale čitaoce da šalju svoje priloge za list: članke, odabrane zadatke, zadatke sa prijemnih ispita i matematičkih takmičenja, razne zanimljivosti. Poželjno je da svi rukopisi (osim učeničkih rešenja zadataka) budu pisani pisaćom mašinom, s proredom. **Rukopisi se ne vraćaju.**

2. *Matematički list* namenjen je *svim učenicima* IV—VIII raz. osnovne škole. List izlazi 6 puta u toku školske godine, i to 1. X, 15. XI, 1. I, 15. II, 1. IV i 15. V.

3. Godišnja pretplata (za svih 6 brojeva), iznosi 35 dinara. Naručiocima za više od 10 kompleta odobravamo rabat (20%, 15%, 10%), zavisno od roka do kojeg se isplati celokupna pretplata (1. XII, 1. III, 1. VI). Nikakvi drugi odbici ne uvažavaju se.

Narudžbine se šalju samo neposredno na adresu lista, a novac na **žiro-račun „Matematičkog lista" broj 60806-678-14627.** Pri tome treba **obavezno** navesti *tačnu adresu* na koju list treba dostaviti i jasno naznačiti na šta se narudžbina odnosno uplata odnosi.

Narudžbine primamo i direktno preko telefona redakcije, br. **011-638-263.**

4. Raspolažemo kompletima lista iz školske 1968/69. god. (br. III, 1—5), šk. 1969/70. god. (br. IV, 1—5), šk. 1970/71. god. (br. V, 3 i 4), šk. 1971/72. god. (br. VI, 1—5), šk. 1972/73. god. (br. VII, 1—5), šk. 1973/74. god. (br. VIII, 1—5), šk. 1974/75. god. (br. IX, 1—6), šk. 1975/76. god. (br. X, 1—6) i šk. 1976/77. god. (br. XI, 1—6). Od ovih godišta prodaju se: godišta III, IV, VI i VII po sniženoj ceni od 10 dinara za komplet, godište V po ceni od 4 dinara i godište VIII, IX, X i XI po ceni od 15 din. Zbirka rešenih zadataka sa matematičkih takmičenja učenika osnovne škole može se dobiti po ceni od 10 din.

5. Mole se poverenici *Matematičkog lista* da izmire sva zaostala dugovanja.

6. Sve priloge, primedbe i narudžbe slati *isključivo* na adresu:

Matematički list, p.p. 728, 11001 Beograd

SADRŽAJ

MATEMATIČKI LIST

ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE

XII

6

DAVID HILBERT

BEOGRAD
1978.

1977. - republičko natjecanje - 7. i 8. razred
Matematički list za učenike osnovne škole
http://www.dms.org.rs/index.php?action=matematicki_list
http://public.carnet.hr/mat-natj

SAVEZ DRUŠTAVA MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA JUGOSLAVIJE

MATEMATIČKI LIST

za učenike osnovne škole

God. XII, broj 6 (1977/78)

Izlazi šest puta godišnje

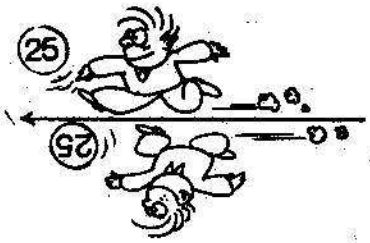
IZDAJE DRUŠTVO MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA SR SRBIJE

Beograd, Knez Mihailova 35/IV, p. p. 728.

Oslobođeno plaćanja poreza na promet na osnovu rešenja Republičkog sekretarijata za kulturu SR Srbije br. 413-186-03 od 11. 1. 1973. godine

Štampa: Beogradski izdavačko-grafički zavod, Beograd, Bul. vojvode Mišića br. 17

MATEMATIČKA TAKMIČENJA SR HRVATSKA



ZADACI SA REPUBLIČKOG NATJECANJA UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA, ODRŽANOG 14. I 15. SVIBNJA 1977. GODINE

Na Republičkom natjecanju učestvovali su učenici VII i VIII razreda osnovne škole, koji su i ovog puta rješavali zadatke razvrstane u dvije skupine. Prva skupina sadržala je po 10 lakših zadataka, koji su služili za zagrijavanje natjecatetalja. Većina učesnika bez napora je riješila sve zadatke prve skupine. Pravi problemi pojavili su se tek pri rješavanju zadataka druge skupine. Ovdje ćemo riješiti samo zadatke iz druge skupine.

VII RAZRED (druga

1. Duljina svake stranice kvadrata $ABCD$ povećana je za 20% i dobiven je kvadrat $A_1B_1C_1D_1$. Zatim je duljina svake stranice kvadrata $A_1B_1C_1D_1$ smanjena za 20% i dobiven je kvadrat $A_2B_2C_2D_2$. Koliko postotaka ploštine kvadrata $ABCD$ iznosi ploština kvadradta $A_2B_2C_2D_2$?

2. Ploština jednakokračnog trapeza iznosi 36 cm². Duljina jedne osnovice jednaka je dvostrukoj duljini druge osnovice, a duljina visine je 4 cm.

a) Izračunaj opseg tog trapeza; b) konstruiraj taj trapez.

3. Odredi one elemente skupa $S=\{(x,y): x\in N, y\in N, x<15\}$ za koje je vrijednost izraza $\left(\frac{2}{3}x-y-3\right)^2+2$ najmanja!

4. Zadan je kut $\sphericalangle(a, b)$ i točka $T\in a$. Konstruiraj kružnicu duljine polumjera 2 cm koja dira krak b i prolazi zadanom točkom T! Koliko ima rješenja?

VIII RAZRED

1. Točke A, B i C pripadaju kružnici k. Duljine lukova $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ i $\widehat{CA}$ odnose se kao 7:5:6. Izračunaj kutove trokuta ABC!

2. Dokaži da je polinom $P(x)=x^2+x+1$ faktor polinoma $R(x)=x^8+x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$!

3. Ako između znamenaka dvoznamenkastog broja upišemo nulu, tada je dobiven troznamenkasti broj koji je devet puta veći od tog dvoznamenkastog broja. Odredi taj dvoznamenkasti broj!

4. Duljine stranica osnovke kvadra iznose 3 (m) i 4 (m), a prostorna dijagonala tog kvadra zatvara s tom osnovkom kut od 60°. Odredi volumen i oplošje kvadra:

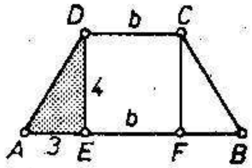
Rešenje zadataka

VII RAZRED

1. Ako je a duljina stranice kvadrata $ABCD$, onda duljina stranice kvadrata $A_1B_1C_1D_1$ iznosi $1{,}2\,a$, a duljina stranice kvadrata $A_2B_2C_2D_2$ je $0{,}96\,a$ (20% od $1{,}2\,a$ je $0{,}24\,a$). Ploština prvog kvadrata je a^2, a ploština kvadrata $A_2B_2C_2D_2$ je $0{,}96^2a^2$, tj. $0{,}9216\,a^2$, što predstavlja 92,16% ploštine kvadrata $ABCD$.

2. a) Iz ploštine $P=\frac{h}{2}(a+b)$, smjenjujući $a=2b$, $P=36$ i $h=4$, dobivamo jednadžbu: $36=6b$, odakle je $b=6$. Dakle, $a=12$ cm. U pravokutnom trokutu AED (sl. 1) primjenimo Pitagorin poučak i dobivamo $c=\sqrt{9+16}=5$ cm. Opseg trapeza je $O=a+b+2c=28$ cm.

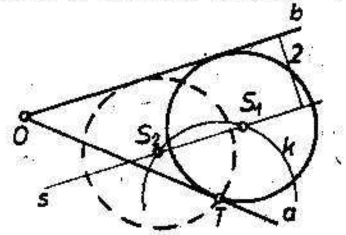
b) Da bismo konstruirali trapez $ABCD$, treba najprije konstruirati pravokutnik $CDEF$, a zatim pravokutne trokute AED i BCF.



Sl. 1

3. Izraz $\left(\frac{2}{3}x-y-3\right)^2+2$ ima najmanju vrijednost ako je $\frac{2}{3}x-y-3=0$, odakle dobivamo $y=\frac{2}{3}x-3$. Kako je $y\in N$ i $x<15$, to je $x\in\{3, 6, 9, 12\}$. Odgovarajuće vrijednosti za y su; -1, 1, 3, 5. Dakle, $S=\{(3, -1), (6, 1), (9, 3), (12, 5)\}$.

4. Centar tražene kružnice je presjek pravca s, paralelnog sa b i udaljenog za 2 cm od kraka b danog kuta i kružnice k sa centrom T i polumjerom duljine 2 cm. Zavisno od toga da li kružnica k sječe u dvema točkama (sl. 2) ili u jednoj točki ili dodiruje pravac s ili sa njim nema zajedničku točku zadatak može imati dva rješenja, jedno rješenje ili tražena kružnica ne postoji.

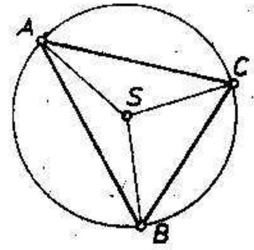


Sl. 2

VIII RAZRED

1. Prema danom uvjetu, centralni kutovi $\sphericalangle ASB$, $\sphericalangle BSC$ i $\sphericalangle CSA$, stoje u omjeru 7:5:6. Kako je njihov zbroj 360°, sledi da su to redom kutovi 140°, 100° i 120°. Kutovi trokuta ABC su polovine odgovarajućih centralnih kutova, tj. $\alpha=50°$, $\beta=60°$, $\gamma=70°$.

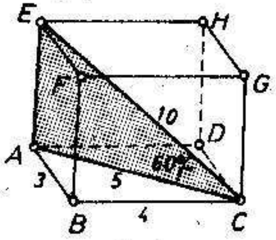
2. Zadani polinom može se transformirati na sljedeći način: $(x^8+x^7+x^6)+(x^5+x^4+x^3)+(x^2+x+1)=$ $=x^6(x^2+x+1)+x^3(x^2+x+1)+(x^2+x+1)=(x^6+x^3+$ $+1)(x^2+x+1)$.



Sl. 3.

3. Ako su x i y znamenke zadanog broja, možemo sastaviti jednadžbu: $100x+y=9(10x+y)$, odakle je $10x=8y$, odnosno $x=\frac{4}{5}y$. Prema tome, $x=4$ i $y=5$. Traženi dvoznamenkasti broj je 45.

4. Hipotenuza pravokutnog trokuta ABC ima duljinu 5 (m), jer je $3^2+4^2=5^2$. Pravokutni trokut ACE (sl. 4) je polovina istostranog trokuta, pa je duljina prostorne dijagonale 10 (m), ($EC=2AC$), a visina AE ima duljinu $5\sqrt{3}$. Volumen kvadra je $V=3\cdot4\cdot5\sqrt{3}=60\sqrt{3}$, a oplošje je $P=2(3\cdot4+3\cdot5\sqrt{3}+4\cdot5\sqrt{3})$, tj. $P=24+70\sqrt{3}$.



Sl. 4

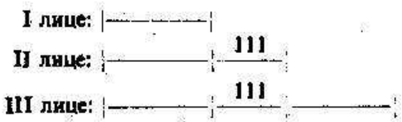
З А Д А Ц И

РЕШЕЊА КОНКУРСНИХ ЗАДАТАКА 475-487 ИЗ МАТЕМАТИЧКОГ ЛИСТА XII, 5

А) За ученике IV и V разреда.

475. *Три лица поделе 3 774 динара на овај начин: прво лице добије 111 динара мање од другог, а треће добије колико прво и друго заједно. По колико динара добије свако?*

Ако се од суме другог лица одбије 111 динара, оно ће добити колико и прво лице. Пошто треће лице добије колико прво и друго заједно, то, ако од његове суме новца одбијемо 111 динара, остатак ће представљати двоструку суму новца првог лица. Значи, у 3 774 динара садржи се 4 пута сума новца првог лица и још два пута по 111 динара. То се може представити и графички:



Сл. 1

Израз $(3774-2\cdot111):4$ даје новац првог лица, а то је 888 динара. Значи, друго лице добије 999 динара, а треће 1887 динара.

Драган Перовић, уч. IV. р. ОШ „Х. Приштина", Приштина

476. *За коју вредност променљиве a једначине (једнаџбе): $1=2x-a-2$ и $2y-2a=4$ имају једнака решења, тако да је $x=y$?*

Пошто је $x=y$, то је и $2x=2y$. Једначину: $1=2x-a-2$ можемо написати као: $1=2x-(a+2)$ а одатле је: $2x=1+(a+2)$. Из друге једначине имамо да је $2y=4+2a$. Пошто је $2x=2y$, на основу својства релације једнакости произилази да је: $4+2a=1+a+2$. Ако и од леве и од десне стране одузмемо по једно a, добићемо једначину: $4+a=1+2$, односно: $4+a=3$. Из ове једначине добијамо да је $a=-1$.

Мирјана Радовановић, уч. V. р. ОШ „Ж. Томић", Јарменовци

1977. - republičko natjecanje - 7. i 8. razred
Matematički list za učenike osnovne škole
http://www.dms.org.rs/index.php?action=matematicki_list
http://public.carnet.hr/mat-natj