REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA
1977. godina
VII RAZRED
(druga skupina)

1. Duljina svake stranice kvadrata *ABCD* povećana je za 20% i dobiven je kvadrat $A_1B_1C_1D_1$. Zatim je duljina svake stranice kvadrata $A_1B_1C_1D_1$ smanjena za 20% i dobiven je kvadrat $A_2B_2C_2D_2$. Koliko postotaka površine kvadrata *ABCD* iznosi površina kvadrata $A_2B_2C_2D_2$?

2. Površina jednakokračnog trapeza iznosi 36 cm^2. Duljina jedne osnovice jednaka je dvostrukoj duljini druge osnovice, a uljina visine je 4 cm.
   a. Izračunaj opseg tog trapeza
   b. Konstruiraj taj trapez

3. Odredi one elemente skupa $S = \{(x, y): x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, x < 15\}$ za koje je vrijednost izraza $(\frac{2}{3}x - y - 3)^2 + 2$ najmanja!

4. Zadan je kut $\measuredangle(a, b)$ i točka $T \in a$. Konstruiraj kružnicu duljine polumjera 2 cm koja dira krak b i prolazi zadanom točkom T! Koliko ima rješenja?

REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA
1977. godina
VIII RAZRED
(druga skupina)

1. Točke *A*, *B* i *C* pripadaju kružnici *k*. Duljine lukova $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}$ i $\overset{\frown}{CA}$ odnose se kao 7:5:6. Izračunaj kutove trokuta *ABC*!

2. Dokaži da je polinom $P(x) = x^2 + x + 1$ faktor polinoma $R(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$!

3. Ako između znamenaka dvoznamenkastog broja upišemo nulu, tada je dobiven troznamenkasti broj koji je devet puta veći od tog dvoznamenkastog broja. Odredi taj dvoznamenkasti broj!

4. Duljine stranica osnovke kvadra iznose 3 m i 4 m, a prostorna dijagonala tog kvadra zatvara s tom osnovkom kut od 60°. Odredi volumen i oplošje kvadra!

Rješenja zadataka

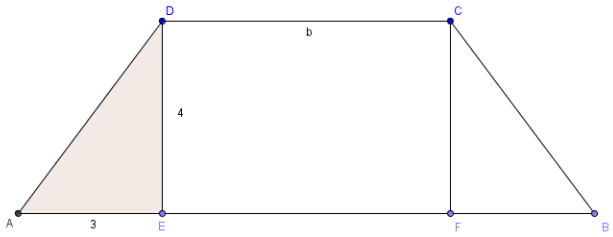
REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA
1977. godina
VII RAZRED
(druga skupina)

1. Ako je a duljina stranice kvadra *ABCD*, onda duljina stranice kvadra $A_1B_1C_1D_1$ iznosi 1.2a, a duljina stranice kvadra $A_2B_2C_2D_2$ je 0.96a. Površina prvog kvadrata je a^2, a površina kvadrata $A_2B_2C_2D_2$ je 0.96^2a^2, tj. $0.9216a^2$, što predstavlja 92.16% površine kvadrata *ABCD*.

2.

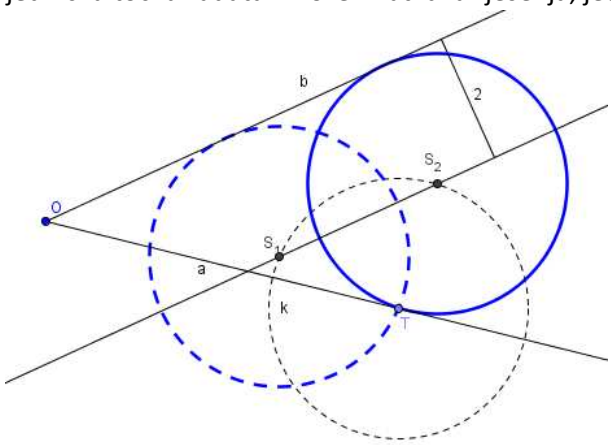
   a. Iz površine $P = \frac{h}{2}(a+b)$ i supstitucijom $a = 2b$, $P = 26$ i $h = 4$, dobivamo jednadžbu $36 = 6b$, odakle je $b = 6$. Dakle, $a = 12$. U pravokutnom trokutu AED (vidi sliku!) primjenimo Pitagorin poučak i dobivamo $c = \sqrt{9+16} = 5$. Opseg trapeza je $O = a + b + 2c = 28$.

   b. Da bismo konstruirali trapez *ABCD*, treba najprije konstruirati pravokutnik *CDEF*, a zatim pravokutne trokute *AED* i *BCF*.



3. Izraz $(\frac{2}{3}x - y - 3)^2 + 2$ ima najmanju vrijednost ako je $\frac{2}{3}x - y - 3 = 0$, odakle dobivamo $y = \frac{2}{3}x - 3$. Kako je $y \in \mathbb{N}$ i $x < 15$, to je $x \in \{3, 6, 9, 12\}$. Dakle, $S = \{(3,-1), (6,1), (9,3), (12,5)\}$.

4. Centar tražene kružnice je presjek pravca *s*, paralelnog sa *b* i udaljenog za 2 cm od kraka *b* danog kuta i kružnice *k* sa centrom *T* i polumjerom duljine 2 cm. Zavisno od toga da li kružnica *k* siječe pravac *s* u dvjema točkama ili u jednoj točki ili dodiruje pravac ili sa njim nema zajedničku točku zadatak može imati dva rješenja, jedno rješenje ili tražena kružnica ne postoji.



Rješenja zadataka

REPUBLIČKO NATJECANJE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKA
1977. godina
VIII RAZRED
(druga skupina)

1. Prema danom uvjetu, centralni kutovi $\measuredangle ASB, \measuredangle BSC, \measuredangle CSA$, stoje u omjeru 7:5:6. Kako je njihov zbroj 360°, slijedi da u to redom kutovi 140°, 100° i 120°. Kutovi trokuta ABC su polovine odgovarajućih centralnih kutova, tj. $\alpha = 50°, \beta = 60°, \gamma = 70°$.

2. Zadani polinom može se transformirati na slijedeći način: $(x^8 + x^7 + x^6) + (x^5 + x^4 + x^3) + (x^2 + x + 1) = x^6(x^2 + x + 1) + x^3(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) = (x^6 + x^3 + 1)(x^2 + x + 1)$

3. Ako su x i y znamenke danog broja, možemo sastaviti jednadžbu $100x + y = 9(10x + y)$, odakle je $10x = 8y$, odnosno $x = \frac{4}{5}y$. Prema tome, $x = 4$ i $y = 5$. Traženi dvoznamenkasti broj je 45.

4. Hipotenuza pravokutnog trokuta *ABC* ima duljinu 5 m jer je $3^2 + 4^2 = 5^2$. Pravokutni trokut *ACE* je polovina jednakostraničnog trokuta, pa je duljina prostorne dijagonale 10 m. (*EC=2AC*), a visina *AE* una duljinu $5\sqrt{3}$. Volumen kvadra je $V = 5 \cdot 4 \cdot 5\sqrt{3} = 60\sqrt{3}$, a oplošje je $P = 2(3 \cdot 4 + 3 \cdot 5\sqrt{3} + 4 \cdot 5\sqrt{3}) = 24 + 70\sqrt{3}$.