

KONFERENCIJA NARODNE TEHNIKE HRVATSKE
ODBOR POKRETA "NAUKA MLADIMA"
ZAVOD ZA PROSVJETNO-PEDAGOŠKU
SLUŽBU SR HRVATSKE
DRUŠTVO MATEMATIČARA I FIZIČARA
SR HRVATSKE

MATEMATIKA

PITANJA I ZADACI ZA KVALIFIKACIJSKO (OPĆINSKO) NATJECANJE UČENIKA
OSNOVNIH ŠKOLA SR HRVATSKE - 17. ožujka 1979.

VIII RAZRED

I SKUPINA ZADATAKA

1. Izračunaj:

a) $-0,8 \cdot 0,1 =$ _____

b) $-2\frac{2}{9} \cdot (-18) =$ _____

c) $(-0,5)^8 : (-0,5)^6 =$ _____

2. Izračunaj duljinu stranice jednakokraničnog trokuta kojemu je duljina visine $\sqrt{3}$!

a = _____

3. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je formulom $f(x) = ax + \frac{2}{3}$. Odredi $a \in \mathbb{R}$ ako točka $T = (-2,1)$ pripada grafu funkcije f .

4. Napiši u implicitnom obliku funkciju $f(x) = 2x + 5!$

5. Konstruiraj dužinu duljine x tako da bude $3 : 4 = 5 : x!$

6. Rastavi na faktore: $100x^2 - 1 =$ _____

7. Napiši rješenje jednađbe: $x(x - 3) - 2(2x - 1) = (x - 2)(x + 2)$

x = _____

8. Napiši rješenje sustava dviju jednađbi s dvije nepoznanice

$$\begin{cases} 7x - 3y = 8 \\ 5x + y = 1 \end{cases}$$

N(s) = _____

II SKUPINA ZADATAKA

1. Dokaži da je poluzbroj kvadrata dvaju parnih brojeva jednak zbroju kvadrata nekih dvaju cijelih brojeva.
2. Vrpce duljine 100 cm treba razrezati na dijelove dviju duljina: vrpce duljine 7 cm i vrpce duljine 12 cm, a da pri tome ne bude ostatka.
Izračunaj broj komada vrpce jedne i druge vrste.
3. U trapezu ABCD neka su točke M, N polovišta baza \overline{AB} i \overline{CD} . Dokaži da pravci AD, BC i MN prolaze istom točkom.
4. Neka su a, b i c tri različita pravca iste ravnine, sa svojstvom da svaki četvrti pravac d te ravnine ili siječe sva tri pravca ili ne siječe nijednoga. U kakvom su međusobnom odnosu zadana tri pravca?

VIII. P A Z R E D

PRVA SKUPINA ZADATAKA

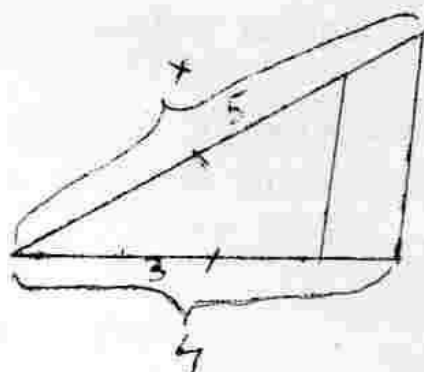
1. a) $-0,08$ 1 bod
 b) 40 1 bod
 c) $(-0,5)^3$ ili $(-\frac{1}{2})^3$ ili $-\frac{4}{8}$ ili $-0,125$ 1 bod

2. $a = 2$ 1 bod

3. $a = -\frac{1}{6}$ 1 bod

4. $-2x + y - 5 = 0$ ili $f(x) - 2x - 5 = 0$... 1 bod

5. Točna konstrukcija



..... 1 bod

6. $(10x - 1)(10x + 1)$ 1 bod

7. $x = \frac{6}{7}$ 1 bod

8. $N(s) = \left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) \right\}$ 1 bod

Ukupno : 10 bodova

DRUGA SKUPINA ZADATAKA

Prvi zadatak

Neka su x i y dva parna broja:

$$x = 2a, y = 2b; a, b \in \mathbb{Z} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{2}(x^2 + y^2) = \frac{1}{2}(4a^2 + 4b^2) = 2a^2 + 2b^2$$

$$= (a+b)^2 + (a-b)^2 \dots\dots\dots 6 \text{ bodova}$$

$(a+b)$ i $(a-b)$ su dva cijela broja $\dots\dots\dots 1 \text{ bod}$

Ukupno : 8 bodova

Drugi zadatak

Traže se rješenja uvjeta $7x + 12y = 100$.

$$\text{Iz ove jednačbe izlazi } x = \frac{100 - 12y}{7} \dots\dots\dots 3 \text{ boda}$$

Brojevi x i y moraju biti iz skupa \mathbb{N}_0 .

Pita se, za koje je brojeve y brojnik

$100 - 12y$ djeljiv sa 7? $\dots\dots\dots 1 \text{ bod}$

Učinimo tablicu:

y	$100 - 12y$	$\frac{100 - 12y}{7}$	x
0	100	$\frac{100}{7}$	$x \notin \mathbb{N}_0$
1	88	$\frac{88}{7}$	$x \notin \mathbb{N}_0$
2	76	$\frac{76}{7}$	$x \notin \mathbb{N}_0$
...
6	28	4	$x \in \mathbb{N}_0$

Za sve $y > 6$, $x \notin \mathbb{N}_0$ $\dots\dots\dots 6 \text{ bodova}$

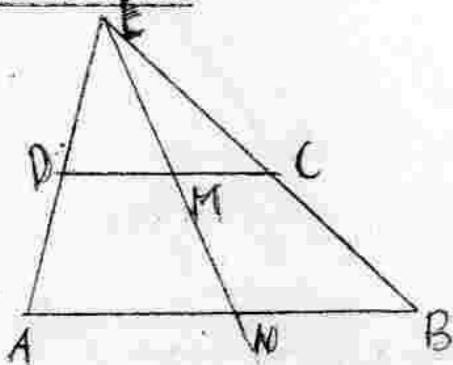
Rješenje: 4 vrpce imaju duljinu 7 cm, a 6 vrpca
imaju duljinu 12 cm

1 bod

Ukupno :

11 bodova

Treći zadatak



Neka je E sjecište od AD i BC . Neka su M i N polovišta osnovica. Treba dokazati da pravac MN prolazi točkom E .

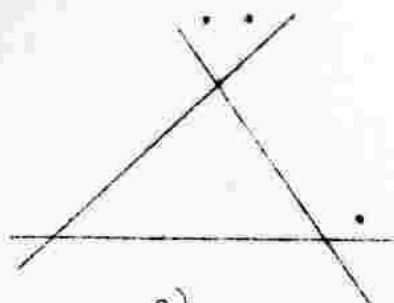
1. Promatrajmo homotetiju s centrom E koja
 \overline{DC} preslikava \overline{AB} 3 boda
2. Točki M (polovištu dužine \overline{DC}) pridružena
je točka N (polovište dužine \overline{AB}), jer je
svojstvo homotetije čuvanje omjera. 3 boda
3. Kako pridružene točke pripadaju pravcu
koji prolazi centrom homotetije, to su točke
 M , N i E kolinearne 3 boda

Ukupno :

9 bodova

Četvrti zadatak

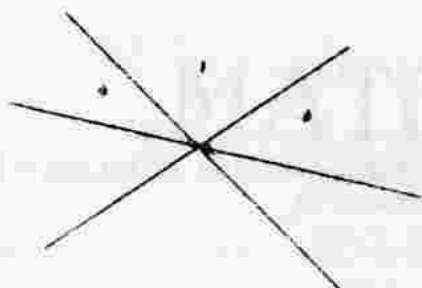
Tri različita pravca u ravnini mogu biti u ova četiri odnosa:



a)



b)



c)



d)

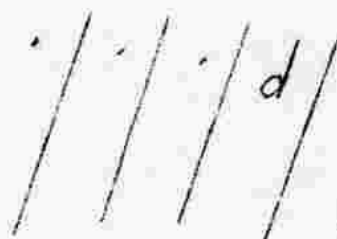
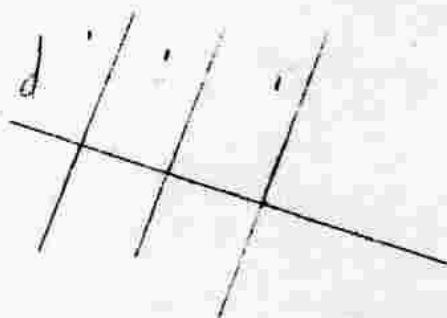
4 boda

(Ova četiri slučaja mogu biti opisana riječima!)

Slučajevi a), b) i c) ne zadovoljavaju našim uvjetima, jer

- | | |
|--|--------|
| u a) slučaju, ako pravac d ne siječe sva tri pravca, on mora sjeći barem dva | 2 boda |
| u b) slučaju, mora sjeći barem jednog, a u | 2 boda |
| c) slučaju mora sjeći barem dva | 2 boda |

Ostaje samo d) slučaj (vidi sliku) koji očito zadovoljava uvjete zadatka.



2 boda

Ukupno : 12 bodova

SVEUKUPNO: 50 bodova