

Najtoplije zahvaljujem **prof. Milanu Šariću** na dopuštenju da se dijelovi zbirke zadataka "Matematička natjecanja u Jugoslaviji 1987. godine - za učenike osnovnih škola" skeniraju i objave na <http://public.carnet.hr/mat-natj> .

Antonija Horvatek  
<http://public.carnet.hr/~ahorvate>

MILAN ŠARIĆ

# MATEMATIČKA NATJECANJA U JUGOSLAVIJI 1987. GODINE

ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA



DMM »PITAGORA« BELI MANASTIR

Recenzent  
Luka Čeliković, prof.

Grafički crteži i prilozi  
Radanović Marija

Tekst otipkao  
Peran Josip, dipl. ecc.

---

Tisak GRO »SLOVO« BELI MANASTIR 1498-88.


M A T E M A T I K A

PITANJA I ZADACI ZA OPĆINSKI SUSRET UČENIKA  
OSNOVNIH ŠKOLA SR HRVATSKE

28. veljače 1987. godine

V R A Z R E D

PRVA SKUPINA ZADATAKA

1. Izračunaj:  $17806 : 58 \cdot 14 - 307 \cdot 13$ .
  2. Odredi skup 5 onih prirodnih brojeva koji su djeljitelji broja 18.
  3. Zadani su skupovi  $A = \{3, 6, 9\}$  i  $B = \{2, 5\}$   
Odredi: a)  $A \cup B$   
b)  $A \cap B$ .
  4. Promotri sliku i odredi:  
a)  $\overline{AC} \cup \overline{BD}$   
b)  $\overline{AC} \cap \overline{BD}$ .
- 
5. Riješi jednačbu:  $(12 - 4 : 2) \cdot x = 30 - 6 \cdot 2 + 4 : 2$ .
6. Odredi: a) D (36, 60, 84)  
b) V (36, 60, 84).
  7. Opseg pravokutnika u kojem je duljina jedna stranice dva puta veća od duljine druge, iznosi 42 cm.  
Kolike su duljine stranica tog pravokutnika?

DRUGA SKUPINA ZADATAKA

1. Da li postoji pet uzastopnih prirodnih brojeva čiji zbroj je prost broj?

# 1987. općinsko (u SRH)

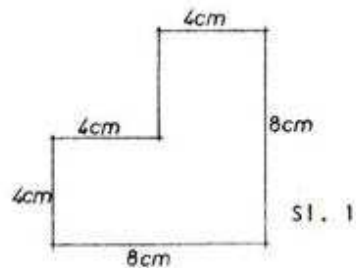
2. U izvođenju jedne slatske vježbe sudjelovali su dječaci i djevojčice. Svako dijete imalo je ili crvenu ili plavu majicu. Dječaka je bilo 16, a djece koja su imala crvenu majicu ukupno 24. Djevojčica s plavom majicom je bilo onoliko, koliko i dječaka koji su nosili crvenu majicu.

Koliko je ukupno djece sudjelovalo u toj vježbi?

3. Škola je za odlazak svojih 708 učenika na jednodnevni izlet osigurala 15 autobusa, od kojih nekoliko imaju po 52 sjedala, a ostali imaju po 43 sjedala.

Koliko je bilo autobusa svake vrste, ako se zna da su prije kretanja sva mjesta u autobusima bila popunjena?

4. Zadani lik podijeli na četiri lika jednaka po obliku i izračunaj opseg i površinu tih dijelova!



VI RAZRED

## PRVA SKUPINA ZADATAKA

- Zbroj brojeva 345.09 i 16.017 pomnoži sa 0.01.
- Izračunaj:  $(2.7 - \frac{3}{7}) : 3$ .
- Izračunaj:  $2 - (4 + 12 : 4) + 4 - 3 \cdot (5 - 9) : (-2)$ .
- Izračunaj:  $\frac{5 - 8}{6 - 10} : \frac{-1 - 2}{6 + 2}$ .
- Zadana je funkcija  $f(x) = -3x + 1$ . Izračunaj:
  - $f(-2)$
  - $f(\frac{2}{7})$ .

6. Riješi jednačinu:  $\frac{-6}{x} = (-6) : (-2)$ .

7. Riješi jednačinu:  $2x - \frac{3}{7} = \frac{1}{2}$ .

8. Koliki je opseg vrta pravokutnog oblika ako mu je duljina 36 metara, a širina  $\frac{5}{6}$  duljine?

9. Zbroj kutova  $\angle \alpha$  i  $\beta$  iznosi  $72^\circ$ . Koliki su  $\angle \alpha$  i  $\beta$  ako je  $\angle \alpha$  sedam puta veći od  $\beta$ ?

## DRUGA SKUPINA ZADATAKA

1. Riješi jednačinu

$$\left( \left( 6\frac{3}{7} - \frac{0.75x - 2}{0.35} \right) \cdot 2.8 + 1.75 \right) : 0.05 = 235$$

10. Zbroj tri broja jednak je 1365. Ako prvi broj pomnožimo sa 8, drugi sa 4, a treći sa 6, tada će dobiveni umnožci biti jednaki. Nadji te brojeve.

11. Učenici jednog odjeljenja 6. razreda pisali su kontrolni rad iz matematike. Trećina učenika nije pravilno riješila jedan zadatak, četvrtina dva zadatka, šestina tri zadatka, a osmina učenika je pogrešno riješila sva četiri zadatka.

Koliko je učenika riješilo pravilno sve zadatke, ako u odjeljenju nema više od 30 učenika?

4. Da bi se obojali svi zidovi sobe oblika kvadra potrebno je dvostruko više boje nego za bojenje stropa. Koliki je volumen te sobe, ako njezina duljina iznosi 7 metara, a širina 5 metara?

VII RAZRED

## PRVA SKUPINA ZADATAKA

- Izračunaj:  $\frac{1}{2} - 2 : \frac{1}{3} - 4 \cdot \frac{1}{2}$ .
- Riješi jednačinu:  $0.5 - \frac{1}{4}x = 0.25 : \frac{1}{8}$ .
- Riješi nejednačinu:  $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} > -\frac{5}{4}$ .

## 1987. općinsko (u SRH)

4. Koji broj je za  $\frac{2}{3}$  veći od razlike brojeva  $\frac{7}{5}$  i  $\frac{3}{4}$ ?
5. Koji od uređenih parova  $(-1, -\frac{3}{2})$ ,  $(0, -\frac{1}{2})$ ,  $(10, -11)$ , zadovoljava jednadžbu  $x + y = -\frac{1}{2}$ ?
6.  $1 \text{ cm}^3$  leda ima masu 0.92 grama. Kolika je masa  $1 \text{ dm}^3$  leda?
7. Ako se od nekog broja oduzme 6.2% dobije se 4.69. Koji je to broj?
8. Opseg jednakokrakog trokuta je 42 cm. Kolike su duljine stranice trokuta ako je krak tri puta veći od osnovice?
9. Zajam od 24000 dinara posudjen uz kamatnu stopu od 8% bit će vraćen u roku od 6 mjeseci. Kolikū ukupnu svotu treba vratiti?

### DRUGA SKUPINA ZADATAKA

1. Izračunaj: 
$$\frac{(1.75 : \frac{2}{3} - 1.75 \cdot \frac{1}{8}) : \frac{7}{12}}{(\frac{17}{80} - 0.0325) : 400} : (6.79 : 0.7 + 0.3)$$
2. Brojnik nekog razlomka poveća se za 32%, a nazivnik se poveća za 54%. Da li se vrijednost razlomka povećala ili smanjila i koliko posto?
3. Simetrala  $\sphericalangle$ BAD paralelograma ABCD presijeca produžetak stranice  $\overline{DC}$  u točki M, koja je udaljena od točke C 5 cm. Odredi duljine stranica paralelograma, ako je opseg paralelograma 48 cm.
4. Broj godina koje otac ima sada jednak je broju mjeseci koji je imao njegov sin, kada je otac bio 9 puta stariji od sina. Koliko godina ima otac ako je poznato da je on stariji od sina za 26 godina i 8 mjeseci?

## VIII RAZRED

### PRVA SKUPINA ZADATAKA

1. Izračunaj:  $8 - (18 - 6 : 3) + 4 + 3 \cdot (4 - 8) : 2$ .

2. Izračunaj:  $(1\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}) : 2$ .
3. Kvadriraj:  $(1 - \frac{1}{2}a)^2$ .
4. Funkcija  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  je zadana formulom  $f(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ . Izračunaj  $f(-2)$ .
5. Zadana je funkcija  $f(x) = -2x + 3$ .
  - a) Koje od točaka A(1,5) B(-1,5) C(0,3) pripadaju grafu funkcije f?
  - b) U kojoj točki graf funkcije f siječe os x?
6. Riješi sustav jednadžbi: 
$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 1 \\ 2x + y &= 3. \end{aligned}$$

7. Podijeli polinome:

$$(x^3 - 27) : (x - 3).$$

8. Opseg pravokutnika, u kojem je duljina jedne stranice tri puta veća od duljine druge, iznosi 32 cm. Kolike su duljine stranica tog pravokutnika?
9. Koliki je opseg trokuta  $\triangle ABC$  kojemu su koordinate vrhova A(-4,0) B(0, 0) C(0, 3)?

### DRUGA SKUPINA ZADATAKA

1. Kada su prije nekoliko dana upitali jednu učenicu koliko godina ima njen tata, ona je odgovorila: "Moj tata je 1969. godine navršio onoliko godina koliko iznosi zbroj znamenaka njegove godine rođenja".  
Koje godine je rođen tata ove učenice i koliko godina ima?
2. Zadan je pravac p jednadžbom  $2x - 3y - 18 = 0$  i njegova točka B(6, -2).
  - a) Napiši jednadžbu pravca q koji prolazi ishodištem koordinatnog sustava i okomit je na pravac p.
  - b) Odredi koordinate sjecišta A pravaca p i q.
  - c) Odredi koordinate četvrtog vrha C paralelograma OABC.
3. Središte upisane kružnice jednakokrakog trokuta ABC dijeli visinu spuštenu na osnovicu  $\overline{AB}$ , na dijelove 5 cm i 3 cm, računajući od vrha C. Odredi duljine stranica trokuta ABC.

1987. općinsko (u SRH)

4. U ravnini je zadano 6 točaka od kojih nikoje tri ne leže na istom pravcu. Dokaži, da tri točke iz te šestorke čine trokut s kutom ne manjim od  $120^\circ$ .

RJEŠENJA  
V RAZRED

1987. općinsko (u SKH)

PRVA SKUPINA ZADATAKA

1. 307. 2.  $S = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ . 3. a)  $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 9\}$  b)  $A \cap B = \emptyset$ . 4. a)  $\overline{AC} \cup \overline{BD} = \overline{AD}$ .  
b)  $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \overline{BC}$ . 5.  $x = 2$ . 6. a)  $D(36, 60, 84) = 12$   
b)  $V(36, 60, 84) = 1260$ . 7. Duljine stranica su 7 cm i 14 cm.

DRUGA SKUPINA ZADATAKA

1. Pet uzastopnih prirodnih brojeva su  $n, n+1, n+2, n+3, n+4$ . Njihov zbroj je  $n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) = 5n + 10$ . Dobiveni zbroj djeljiv je sa 5. Dakle, ne postoji pet uzastopnih prirodnih brojeva čiji je zbroj prost broj.

2. Skupovi dječaka i djevojčica nemaju zajedničkih elemenata isto kao i skupovi djece crvenom i plavom majicom. Ako pretpostavimo da dječaka sa crvenom majicom ima  $x$ , onda dječaka s plavom majicom ima  $16 - x$

Kako djece sa crvenom majicom ima 24, to djevojčica sa crvenom majicom ima  $24 - x$ .

Prema uvjetu zadatka, djevojčica s plavom majicom ima kao i dječaka sa crvenom majicom, tj.  $x$ .

Prema tome broj djevojčica jednak je broju djece sa crvenom majicom. U vježbi je, dakle, sudjelovalo  $16 + 24 = 40$  djece.

3. Neka je  $x$  broj autobusa sa 52 sjedala, tada je  $15 - x$  broj autobusa sa 43 sjedala. U autobusima prve vrste sjedi  $52x$  učenika, a u autobusima druge vrste  $43 \cdot (15 - x)$  učenika.

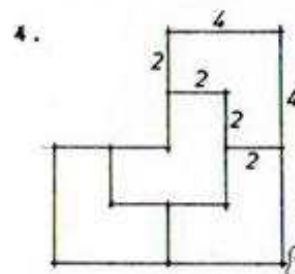
Sada imamo

$$\begin{aligned} 52x + 43(15 - x) &= 708 \\ 52x + 645 - 43x &= 708 \\ 9x &= 63 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Dakle, bilo je 7 autobusa sa 52 sjedala i 8 autobusa sa 43 sjedala.

II način:

Pretpostavimo da je svih 15 autobusa sa 43 sjedala. Tada bi se moglo smjestiti  $43 \cdot 15 = 645$  učenika. Ostatak,  $708 - 645 = 63$  učenika morao bi, dakle, biti smješten u veće autobuse, i to  $52 - 43 = 9$  učenika u svaki autobus. Kako je  $63 : 9 = 7$ , to je bilo 7 autobusa sa 52 sjedala i 8 autobusa sa 43 sjedala.



$$\begin{aligned} P &= (4 \cdot 4 - 2 \cdot 2) \text{ cm}^2 \\ P &= 12 \text{ cm}^2 \\ O &= (2 \cdot 4 + 4 \cdot 2) \text{ cm} \\ O &= 16 \text{ cm} \end{aligned}$$

PRVA SKUPINA ZADATAKA

1. 3.61107. 2.  $\frac{53}{70}$ . 3. -7. 4. -2. 5. a) 7 b)  $\frac{1}{7}$ .  
6.  $x = -2$ . 7.  $x = \frac{13}{28}$ . 8. 132 metra. 9.  $\angle = 63^\circ / 3 = 9^\circ$ .

DRUGA SKUPINA ZADATAKA

1.  $(6 \frac{3}{7} - \frac{0.75x - 2}{0.35}) \cdot 2.8 + 1.75 = 235 \cdot 0.05 = 11.75$

$$(6 \frac{3}{7} - \frac{0.75x - 2}{0.35}) \cdot 2.8 = 11.75 - 1.75 = 10$$

$$6 \frac{3}{7} - \frac{0.75x - 2}{0.35} = 10 : 2.8 = \frac{25}{7}$$

$$\frac{0.75x - 2}{0.35} = 6 \frac{3}{7} - \frac{25}{7} = \frac{20}{7}$$

$$0.75x - 2 = \frac{20}{7} \cdot 0.35 = 1$$

$$\begin{aligned} 0.75x &= 2 + 1 = 3 \\ x &= 4. \end{aligned}$$

2. Neka su traženi brojevi  $a, b, c$ . Tada je  $a + b + c = 1365$ . Označimo sa  $x$  jednake umnoške, tj.  $8a = 4b = 6c = x$ .

$$\text{Oдавде је очито } a = \frac{x}{8}, b = \frac{x}{4}, c = \frac{x}{6}$$

## Rješenja-1987, općinsko (u SRH)

Na temelju ovog, polazni zbroj poprima oblik

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 1365$$

$$\text{odnosno } x \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = 1365$$

$$\text{tj. } x \cdot \frac{13}{24} = 1365$$

$$\text{Nepoznati umnožak je } x = 1365 : \frac{13}{24}, x = 2520$$

Traženi brojevi su:  $a = 315$ ,  $b = 630$ ,  $c = 420$ .

3. Neka je  $x$  broj učenika u razredu. Broj učenika  $x$  mora biti djeljiv sa 3, 4, 6 i 8. Imamo  $V(3, 4, 6, 8) = 24$ . Slijedeći višekratnik brojeva je  $48 > 30$ , dakle je  $x = 24$ .

$$\frac{1}{3} \cdot 24 = 8, \quad \frac{1}{4} \cdot 24 = 6, \quad \frac{1}{6} \cdot 24 = 4, \quad \frac{1}{8} \cdot 24 = 3.$$

Prema tome, broj učenika koji su pravilno riješili sve zadatke je  $24 - (8 + 6 + 4 + 3) = 3$ .

4. Prema uvjetu zadatka imamo  $2 \cdot ab = 2 \cdot (ac + bc)$ , a odavde je  $c = \frac{ab}{a+b} = \frac{35}{12}$  m.

$$V = a \cdot b \cdot c = 7 \cdot 5 \cdot \frac{35}{12} = \frac{1225}{12} = 102 \frac{1}{12} \text{ m}^3$$

### VII RAZRED

#### PRVA SKUPINA ZADATAKA

1.  $-7 \frac{1}{2}$ . 2.  $x = -6$ . 3.  $x > -3$ . 4.  $\frac{79}{60}$  5.  $(0, -\frac{1}{2})$

6. 920 grama. 7. 5. 8.  $42 = a + 2 \cdot 3a$   
 $a = 6$  cm  $b = 18$  cm 9. 24960 dinara

#### DRUGA SKUPINA ZADATAKA

$$1. \frac{(1.75 : \frac{2}{3} - 1.75 \cdot 1 \frac{1}{8}) : \frac{7}{12}}{(\frac{17}{80} - 0.0325) : 400} : (6.79 : 0.7 + 0.3) =$$

$$= \frac{(\frac{21}{8} - \frac{63}{32}) \cdot \frac{12}{7}}{\frac{18}{100} : 400} : 10 = \frac{\frac{9}{8}}{\frac{9}{20000}} : 10 = 2500 : 10 = 250$$

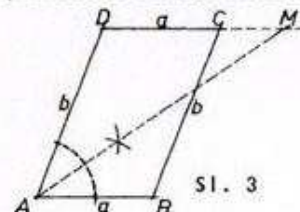
2. Neka je  $\frac{a}{b}$  zadani razlomak. Tako će nakon povećanja brojni i nazivnik poprimiti vrijednosti  $1.32a$ ,  $1.54b$ .

Novi razlomak imat će vrijednost

$$\frac{1.32a}{1.54b} = \frac{132a}{154b} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot a}{2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot b} = \frac{6}{7} \cdot \frac{a}{b}$$

Vrijednost razlomka se smanjila za  $\frac{1}{7}$  što u postocima iznosi 14.28%.

3.



Najprije je  $\sphericalangle BAM = \sphericalangle DMA$  (kutovi su transverzalni)

Dalje, zbog  $\sphericalangle BAM = \sphericalangle DAM$  proizlazi  $\sphericalangle DAM = \sphericalangle DMA$ , pa je trokut  $ADM$  jednakokraki, tj.  $|AD| = |DM|$

Odavde slijedi da je  $b = a + 5$

$$\text{Za opseg imamo } O = 2a + 2b = 2a + 2(a + 5) = 4a + 10$$

$$\text{Dakle je } 4a + 10 = 48, \text{ tj. } a = \frac{19}{2} = 9.5 \text{ cm}$$

$$\text{Konačno iz } b = a + 5 \text{ dobivamo } b = 14.5 \text{ cm}$$

4. Neka otac ima sada  $x$  godina, tj. sin je imao  $x$  mjeseci kad je otac bio 9 puta stariji od njega. Kada je sin imao  $x$  mjeseci, otac je imao  $9x$  mjeseci

Kako je otac stariji od sina 26 godina i 6 mjeseci, tj. 320 mjeseci, dobivamo  $9x - x = 320$  odnosno  $8x = 320$  Konačno je  $x = 40$ . Otac sada ima 40 godina.



# Rjesenja - 1987. općinsko (u SRH)

## VIII RAZRED

### PRVA SKUPINA ZADATAKA

1. -10. 2.  $-5/8$ . 3.  $1-a+1/4a^2$ . 4. -4.  
 5. a) Bi C, b)  $(3/2, 0)$ . 6.  $x=1, y=1$ . 7.  $x^2+3x+9$ .  
 8.  $a=12, b=4$ . 9.  $0=12$ .

### DRUGA SKUPINA ZADATAKA

1. Očito da otac nije rođen  $\overline{18xy}$ . godine jer bi tada zbroj znamenaka godine rođenja bio maksimalno 27 (za godinu 1899), a 1969. godine bi otac imao najmanje 70 godina. Neka je  $19xy$  godina rođenja oca. Tada imamo:

$$1969 - \overline{18xy} = 1 + 9 + x + y, \text{ odakle je}$$

$$11x + 2y = 59, \quad x, y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$y = \frac{59 - 11x}{2}, \quad x = 5, \quad y = 2.$$

Otac je rođen 1952. godine i sada ima 35 godina.

2. a)  $y = -\frac{3}{2}x$ .  
 b)  $p \cap q = A(36/13, -54/13)$ .  
 c)  $D(42/13, 28/13)$ .

3. Iz trokuta SCD lako izračunamo stranicu  $\overline{CD}$

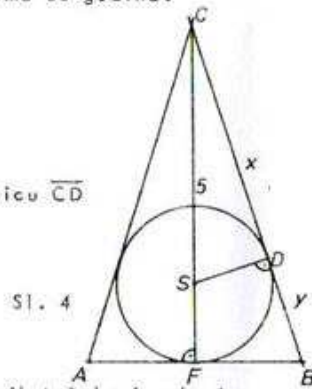
$$\overline{CD} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

Trokutu CFB i CSD su slični (sva tri kuta su jednaka).

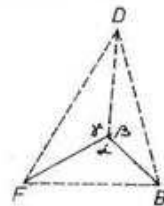
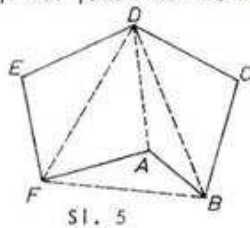
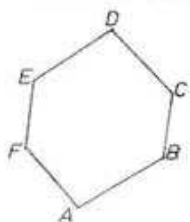
$$y : 8 = 3 : 4$$

$$y = 6 \text{ cm.}$$

$$\overline{AB} = 12, \quad \overline{BC} = \overline{AC} = 16.$$



4. Neka su A, B, C, D, E i F šest zadanih točaka i neka je žesterokut konvaksan. Kako je zbroj kutova u tom žesterokutu jednak  $(6-2) \cdot 180^\circ = 720^\circ$  tada po Dirichletovom principu postoji bar jedan kut ne manji od  $120^\circ$ .



Neka je žesterokut ABCD konkavan. Tada postoji trokut čiji su vrhovi 3 od tih šest zadanih točaka i u čijoj se unutrašnjosti nalazi jedna od tri preostale točke. Neka je točka A u unutrašnjosti trokuta FBD. Točka A se ne nalazi na stranicama tog trokuta jer su svake tri zadane točke nekolinearne. Kako je  $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$ , tada po Dirichletovom principu mora biti bar jedan od kutova  $\alpha, \beta, \gamma$  ne manji od  $120^\circ$ .