

6. RAZRED – zadaci

1. SKUPINA

1. Izračunaj:

$$0.75 + 0.8 + \frac{1}{4} + 0.5 + 1\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$$

2. Koliko je vrijednost izraza:

$$1.4 \cdot 0.5 : \left(\frac{3}{4} - 0.012 : 0.02 \right) \text{ veća od } 0.5?$$

3. Zadane su funkcije $f(x) = 3x$ i $g(x) = x + 2$.

$$\text{Izračunaj } g \circ f \left(-\frac{1}{9} \right).$$

4. Koja četiri uzastopna parna broja imaju sumu 156?

5. Izračunaj:

$$\text{a) } \frac{\frac{4}{3} + (1 : \frac{2}{3})}{3 + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot 10}$$

$$\text{b) } \frac{5.375 - 0.125 - 0.9 \cdot 5}{\frac{16}{25} + 0.15 - \frac{1}{25}}$$

2. SKUPINA

6. Bazen se može napuniti vodom trima cijevima. Prvom se napuni za 10 sati, drugom za 12 sati, a trećom za 6 sati. Za koliko vremena će se napuniti $\frac{3}{4}$ bazena ako se istovremeno puni sa sve tri cijevi?

7. Za koje cijele brojeve n je razlomak $\frac{3n+15}{n+2}$ cijeli broj?

3. SKUPINA

8. Branko je dugovao Ani neku svotu novca. Vraćanje duga je izvršeno na slijedeći način: prvo je vraćeno $\frac{1}{4}$ duga, zatim $\frac{4}{9}$ ostatka i još 640 dinara. Poslije toga Branko je dugovao Ani još $\frac{3}{20}$ duga. Koliko novca je Branko posudio kod Ane ili koliko je novca Branko dugovao Ani?
9. Ako je zbroj dvaju vanjskih kutova nekog trokuta 270° taj je trokut pravokutan. Dokaži ovu tvrdnju.

1. REGIONALNO NATJECANJE, Makarska
1988. godina

6. RAZRED – rješenja

1. SKUPINA

$$1. 0.75 + 0.8 + \frac{1}{4} + 0.5 + 1\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = 0.75 + 0.8 + 0.25 + 0.5 + 1.5 + 0.5 \\ = (0.75 + 0.25) + (0.8 + 0.2) + (0.5 + 1.5) = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$2. 1.4 \cdot 0.5 : \left(\frac{3}{4} - 0.012 : 0.02 \right) - 0.5 = 0.7 : (0.75 - 1.2 : 2) - 0.5 \\ = 0.7 : (0.75 - 0.6) - 0.5 \\ = 0.7 : 0.15 - 0.5 \\ = \frac{14}{3} - \frac{1}{2} = \frac{25}{6}$$

$$3. g \circ f(x) = g[f(x)] = g(3x) = 3x + 2 \\ g \circ f\left(-\frac{1}{9}\right) = 3 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) + 2 = -\frac{1}{3} + \frac{6}{3} = \frac{5}{3}$$

$$4. 2n + 2n + 2 + 2n + 4 + 2n + 6 = 156 \\ 8n + 12 = 156 \\ 8n = 156 - 12 \\ 8n = 144 \\ n = 18 \\ \text{Uzastopni parni brojevi 36, 38, 40 i 42 imaju sumu 156.}$$

$$5. \frac{\frac{4}{3} + (1 : \frac{2}{3})}{3 + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot 10} = \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{2}}{3 + \frac{1}{5} - \frac{3}{10} \cdot 10} = \frac{\frac{8+9}{6}}{\frac{1}{5}} = \frac{\frac{17}{6}}{\frac{1}{5}} = \frac{5 \cdot 17}{6} = \frac{85}{6}$$

$$\frac{5.375 - 0.125 - 0.9 \cdot 5}{\frac{16}{25} + 0.15 - \frac{1}{25}} = \frac{5.25 - 4.5}{\frac{15}{25} + 0.15} = \frac{0.75}{0.6 + 0.15} = \frac{0.75}{0.75} = 1$$

2. SKUPINA

6. 1. cijev za 1 sat ispuni $\frac{1}{10}$ bazena
2. cijev za 1 sat ispuni $\frac{1}{12}$ bazena
3. cijev za 1 sat ispuni $\frac{1}{6}$ bazena

Za 1 sat sve tri cijevi ispune $\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{6+5+10}{60} = \frac{21}{60} = \frac{7}{20}$ bazena, slijedi

$$\frac{7}{20} \cdot x = 1$$

$$x = 1 \cdot \frac{20}{7}$$

$$x = \frac{20}{7}$$

Za $\frac{20}{7}$ h ispuni se cijeli bazen, a $\frac{3}{4}$ bazena za $\frac{20}{7} \text{ h} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{7} \text{ h} = 2\frac{1}{7} \text{ h}$.

7.

$$\frac{3n+15}{n+2} = \frac{3n+6+9}{n+2} = \frac{3 \cdot (n+2) + 9}{n+2} = \frac{3(n+2)}{n+2} + \frac{9}{n+2} = 3 + \frac{9}{n+2}$$

Da bi broj $\frac{3n+15}{n+2} = 3 + \frac{9}{n+2}$ bio element iz Z, broj $n+2$ mora biti djelitelj broja 9. Djelitelji broja 9 su brojevi $-9, -3, -1, 1, 3, 9$ pa slijedi:

$$\begin{array}{llllll} n+2 = -9, & n+2 = -3, & n+2 = -1, & n+2 = 1, & n+2 = 3, & n+2 = 9 \\ n = -11 & n = -5 & n = -3 & n = -1 & n = 1 & n = 7 \end{array}$$

$$n \in \{-11, -5, -3, -1, 1, 7\}$$

3. SKUPINA

8. iznos duga x kn

prvi put vrati $\frac{1}{4}$ duga, to jest $\frac{1}{4} \cdot x$, pa je ostatak duga $\frac{3}{4} \cdot x$

drugi put vrati $\frac{4}{9}$ od ostatka i 640 kn, to jest $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{4} \cdot x + 640$

ostatak duga $\frac{3}{20} \cdot x$

$$\frac{1}{4} \cdot x + \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{4} \cdot x + 640 + \frac{3}{20} \cdot x = x$$

$$\frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x + 640 + \frac{3}{20} \cdot x = x$$

$$\frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x + \frac{3}{20} \cdot x - x = -640 / : 60$$

$$15 \cdot x + 20 \cdot x + 9 \cdot x - 60 \cdot x = -640 \cdot 60$$

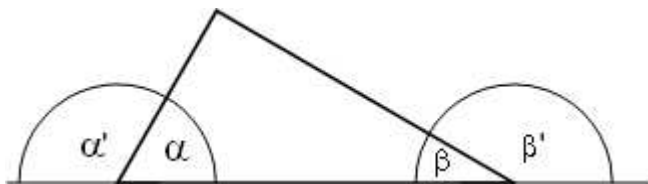
$$-16 \cdot x = -640 \cdot 60$$

$$x = \frac{-640 \cdot 60}{-16}$$

$$x = 2400$$

Branko je dugovao Ani 2400 kuna.

9.



$$\alpha' + \beta' = 270^\circ$$

$$\alpha' + \alpha = 180^\circ \text{ i } \beta' + \beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha' + \alpha + \beta' + \beta = 360^\circ$$

$$(\alpha' + \beta') + (\alpha + \beta) = 360^\circ$$

$$\alpha + \beta = 360^\circ - (\alpha' + \beta')$$

$$\alpha + \beta = 360^\circ - 270^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma = 90^\circ$$

Trokut je pravokutan.