

2. REGIONALNO NATJECANJE, Šibenik  
1989. godina

**6. RAZRED – zadaci**

---

1. SKUPINA

1. Izračunaj:

$$1 - \frac{1 + \frac{1}{1+2}}{2 + \frac{1}{1+3}}$$

2. Dokaži da je lijeva strana jednaka desnoj u jednakosti:

$$\left(-\frac{194}{75} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \left\{ \left[-\frac{3}{5} + 2 : \left(1 - \frac{3}{12}\right)\right] \cdot \left[\left(1 - \frac{2}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{5}\right)\right] - 1 \right\}$$

3. Riješi jednadžbu

$$5 + \frac{\frac{1}{3}(1-x)}{1 + \frac{1}{3}} - \frac{1 - \frac{4}{9}x}{1 - \frac{5}{6}} - 2x = \frac{2}{3}x - \frac{7}{8}$$

2. SKUPINA

4. Dva pravca se sijeku. Zbroj stupnjeva tri od četiri nastala kuta je  $212^\circ 30'$ . Koliko stupnjeva ima svaki od nastalih kutova?
5. Kada od jednog broja oduzmemo njegovih pet osmina, a zatim od ostatka oduzmemo pet šestina ostatka, a zatim od novoga ostatka oduzmemo šest, dobijemo nulu. Koji je to broj?

3. SKUPINA

6. Učenik je nekoliko od 10 listova papira isjekao na 10 dijelova, zatim je od dobivenih dijelova isjekao još nekoliko njih na 10 dijelova, itd. Na kraju je prebrojao 1989 listova papira (ukupno komada papira). Dokaži da je učenik pogriješio u brojenju.

7. Izračunaj sumu

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100}$$

2. REGIONALNO NATJECANJE, Šibenik  
1989. godina

6. RAZRED – rješenja

---

1. SKUPINA

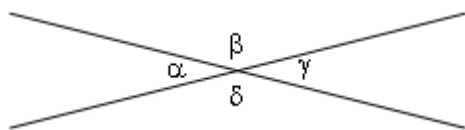
$$1. \quad 1 - \frac{1 + \frac{1}{1+2}}{2 + \frac{1}{1+3}} = 1 - \frac{1 + \frac{1}{3}}{2 + \frac{1}{4}} = 1 - \frac{\frac{4}{3}}{\frac{9}{4}} = 1 - \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 9} = 1 - \frac{16}{27} = \frac{11}{27}$$

$$2. \quad \left(-\frac{194}{75} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \left\{ \left[-\frac{3}{5} + 2 : \left(1 - \frac{3}{12}\right)\right] \cdot \left[\left(1 - \frac{2}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{5}\right)\right] - 1 \right\}$$
$$\frac{-194 - 30}{75} \cdot \frac{3}{4} = \left\{ \left[-\frac{3}{5} + 2 \cdot \frac{4}{3}\right] \cdot \left[\frac{3}{5} - \frac{6}{5}\right] - 1 \right\}$$
$$\frac{-224 \cdot 3}{75 \cdot 4} = \left\{ \left[-\frac{3}{5} + \frac{8}{3}\right] \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - 1 \right\}$$
$$\frac{-56}{25} = \left\{ \frac{31}{15} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - 1 \right\}$$
$$-\frac{56}{25} = -\frac{31}{25} - \frac{25}{25}$$
$$-\frac{56}{25} = -\frac{56}{25}$$

$$3. \quad 5 + \frac{\frac{1}{3}(1-x)}{1 + \frac{1}{3}} - \frac{1 - \frac{4}{9}x}{1 - \frac{5}{6}} - 2x = \frac{2}{3}x - \frac{7}{8}$$
$$5 + \frac{\frac{1-x}{3}}{\frac{4}{3}} - \frac{\frac{9-4x}{9}}{\frac{1}{6}} - 2x = \frac{2}{3}x - \frac{7}{8}$$
$$5 + \frac{1 \cdot (1-x)}{1 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{2 \cdot (9-4x)}{3 \cdot 9} - 2x = \frac{2}{3}x - \frac{7}{8}$$
$$5 + \frac{1-x}{4} - \frac{2(9-4x)}{3} - 2x = \frac{2}{3}x - \frac{7}{8} \quad / \cdot 24$$
$$120 + 6(1-x) - 16(9-4x) - 48x = 16x - 21$$
$$120 + 6 - 6x - 144 + 64x - 48x = 16x - 21$$
$$-6x + 64x - 48x - 16x = -21 - 120 - 6 + 144$$
$$-6x = -3 \quad / : (-6)$$
$$x = \frac{1}{2}$$

## 2. SKUPINA

4.



$$\begin{aligned}\alpha + \beta + \gamma &= 212^\circ 30', \text{ slijedi} \\ \delta &= 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma) \Rightarrow \delta = 147^\circ 30' \\ \beta &= \delta = 147^\circ 30' \\ \alpha + \gamma &= 212^\circ 30' - 147^\circ 30' \\ \alpha + \gamma &= 65^\circ \\ \alpha &= \gamma = 32^\circ 30'\end{aligned}$$

5. Neka je broj  $x$

$$\text{oduzmemo li } \frac{5}{8} \cdot x, \text{ ostaje } \frac{3}{8} \cdot x$$

$$\text{oduzmemo li } \frac{5}{6} \text{ od ostatka, to jest } \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot x, \text{ ostaje } \frac{3}{8} \cdot x - \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot x = \frac{1}{16} \cdot x$$

oduzmemo li od novog ostatka 6, dobijemo 0

$$\frac{1}{16} \cdot x - 6 = 0 \quad / \cdot 16$$

$$x - 96 = 0$$

$$x = 96$$

## 3. SKUPINA

6. Ako je učenik od 10 listova isjekao  $n$  listova na 10 dijelova, tada ima  $10 \cdot n + (10 - n)$  listova, a sređivanjem dobivamo da je to  $10 \cdot n + (10 - n) = 10n + 10 - n = 9n + 10 = 9(n+1) + 1$  listova.

Kada je isjekao sljedećih  $m$  listova na 10 dijelova, nakon toga ima ukupno

$10 \cdot m + (9n + 10 - m)$  listova, a sređivanjem dobivamo da je to

$10 \cdot m + (9n + 10 - m) = 10m + 9n + 10 - m = 9m + 9n + 10 = 9(m+n+1) + 1$  listova.

Itd.

Zaključujemo da je ukupan broj listova uvijek oblika  $9k+1$  (pri čemu je  $k$  neki prirodan broj), a taj broj pri dijeljenju s 9 daje ostatak 1.

Međutim,  $1989:9=221$  (bez ostatka), otkuda zaključujemo da je učenik pogriješio u brojanju.

$$\begin{aligned}7. \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100} &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \\ &= 1 - \frac{1}{100} = 0.99\end{aligned}$$