Najtoplije zahvaljujem višem savjetniku **Luki Čelikoviću** i prof. **Milanu Šariću** na dopuštenju da se dijelovi zbirke zadataka "Matematička natjecanja u Jugoslaviji 1990. godine - za učenike osnovnih škola" skeniraju i objave na http://public.carnet.hr/mat-natj .

Antonija Horvatek
http://public.carnet.hr/~ahorvate

DMM »PITAGORA« BELI MANASTIR

PRIREDILI:
MILAN ŠARIĆ — LUKA ČELIKOVIĆ

MATEMATIČKA NATJECANJA U JUGOSLAVIJI 1990. GODINE

ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA

Beli Manastir, 1990.

MATEMATIČKA NATJECANJA OSNOVNOŠKOLACA U SFRJ U 1990. GODINI

Izdavač:

DRUŠTVO MLADIH MATEMATIČARA »PITAGORA«
BELI MANASTIR
Školska 3, 54300 Beli Manastir

Priredili:

Milan Šarić
Luka Čeliković

Recenzent:

Prof. Ivan Stanić

Korektura:

Anđa Mijatović
Denis Vidović

Urednici:

Luka Čeliković
Milan Šarić

Tehnički urednik:

Branko Vujaklija

Tiraž:

700 primjeraka

Tisak:

GP »Slovo« Beli Manastir

Oslobođeno plaćanja Saveznog poreza na promet mišljenjem Republičkog komiteta za prosvjetu, kulturu, fizičku i tehničku kulturu ur. broj 532—03/1—90—1 od 30. 05. 1990.

REPUBLIKA HRVATSKA

OPĆINSKO NATJECANJE

1990.

Zadaci:

V razred:

1. a) Izračunaj: $16+4.5-(7-12:3)+8$.
   b) Dani su skupovi: $A=\{a,b,c,d,e\}$, $B=\{a,d,f\}$, $C=\{b,e,f,g\}$, $D=\{a,f,g,h\}$. Odrediti skup S ako je $S\subset A$, $S\cap(B\cup D)=\emptyset$, $A\cap C\subset S$ i $C\not\subset S$.
2. U dvjema košarama nalazi se ukupno 33 jabuke. Kada bismo premjestili 4 jabuke iz prve u drugu košaru, onda bi u drugoj košari bilo 2 puta više jabuka nego u prvoj. Koliko je jabuka u svakoj košari ?
3. Riješi jednadžbu: $100:\{[(7.x+24):5].4+36\}=1$.
4. Može li zbroj 4 uzastopna prirodna broja biti prost broj ? Obrazloži !
5. Što sve može biti presjek dva jednaka kvadrata ? Nacrtaj odgovarajuće slike.

VI razred:

1. a) Izračunaj $8-6.(2/3)-(0,5.10-7,5:5)$.
   b) Kvadrat i pravokutnik imaju jednake opsege koji iznose 48 cm. Kolike su duljine stranica pravokutnika, ako je dulja stranica pravokutnika jednaka 3/2 duljine stranice kvadrata ?
2. Prikaži pomoću 4 trojke i 4 računske operacije svaku od 10 znamenaka 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Pri tome smiješ upotrijebiti i zagrade.
3. Put između 2 grada auto je prešao za 3 dana. Prvi dan je prešao 3/8, a drugi dan 5/12 cijelog puta. Treći dan je prešao 45 km više od 1/6 cijelog puta. Kolika je udaljenost ta dva grada ?
4. Odredi najveći šesteroznamenkasti broj $\overline{456abc}$ koji je djeljiv sa 7,8 i 9.
5. Dana su 3 kvadrata čije su površine redom $4\ cm^2$, $9\ cm^2$, $36\ cm^2$. Dva od danih kvadrata treba podijeliti na po 2 dijela, tako da se od svih 5 dobivenih dijelova može sastaviti novi kvadrat. Nacrtaj sliku.

VII razred:

1. Neka su x, y cijeli brojevi. Ako se prvi broj podijeli drugim brojem, dobit će se količnik 2 i ostatak 2. Ako se pak njihov zbroj podijeli njihovom razlikom, dobit će se količnik 2 i ostatak 8. Koji su to brojevi ?
2. Tek oboreno stablo težilo je 2,25 tone i sadržalo je 64% vode. Poslije tjedan dana to stablo je sadržalo 46% vode. Za koliko se smanjila masa stabla tog tjedna ? Izrazi smanjenje u postocima.
3. Razlomak 101/110 prikaži kao zbroj dvaju razlomaka kojima su nazivnici 5 i 22 i brojnici prirodni brojevi.
4. Za koje cjelobrojne vrijednosti parametra m jednadžba $(3/2)x-3=2(1-m)$ ima negativno rješenje ?

5. Dan je pravokutnik ABCD za koji je $|AB| > |BC|$ i dana je točka B_1, simetrična točki B u odnosu na dijagonalu AC. Pravac AB_1 siječe stranicu $\overline{CD}$ u točki E. Dokaži da je $|AE| = |EC|$.

VIII razred:

1. Izračunaj $(\sqrt{5}-\sqrt{3})/(\sqrt{5}+\sqrt{3}) + (\sqrt{5}+\sqrt{3})/(\sqrt{5}-\sqrt{3}) + (\sqrt{3}-3)/(\sqrt{3}+3)$.
2. Riješi nejednaDŽBU $(x+4)/(3-x) < 2$.
3. Okomica, spuštena iz vrha B paralelograma ABCD na dijagonalu $\overline{AC}$, dijeli tu dijagonalu na 2 dijela duljina 15 cm i 6 cm. Odredi duljine stranica, ako je razlika duljina dviju susjednih stranica 7 cm.
4. Odredi brojeve a i b za koje vrijedi $a^2+b^2=2(2a-3b)-13$.
5. Dan je paralelogram ABCD, pri čemu je kut kod vrha B tup. Stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CB}$ produžene su preko vrha B i na produžecima su određene točke E i F, tako da su dužine $\overline{BE}$ i $\overline{BF}$ osnovice jednakokračnih trokuta BCE i ABF. Dokaži da je trokut DEF jednakokračan.

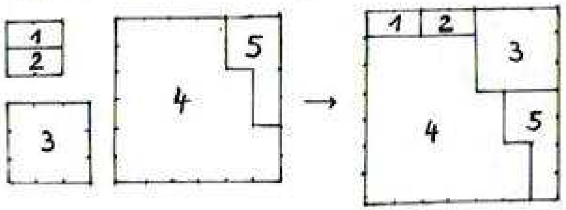
R j e š e n j a :

V razred:

1. a) 41, b) $S=\{b,e\}$. Obrazložite rješenje.
2. $(33-x)+4=2.(x-4) \Rightarrow x=15$. U prvoj košari je 15, a u drugoj 18 jabuka.
3. $x=8$.
4. U skupu od 4 uzastopna prirodna broja uvijek su 2 parna i 2 neparna broja. Zbroj 2 broja iste parnosti je paran broj, pa je zbroj 4 uzastopna prirodna broja paran broj veći od 2, što znači da taj zbroj nije prost broj.
   Drugi način: $n+(n+1)+(n+2)+(n+3)=4n+6=2.(2n+3)$, što je očito složen broj.
5. Ø, točka, dužina, trokut, četverokut, peterokut, šesterokut, sedmerokut i osmerokut. Nacrtajte pripadne slike.

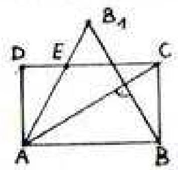
VI razred:

1. a) 0,5.
   b) Stranica kvadrata je $a=12$ cm, dulja stranica pravokutnika ima duljinu $a_1=18$ cm, a kraća $b_1=6$ cm. Obrazložite odgovor.
2. $3.3-3.3=0$, $3:3+3-3=1$, $3:3+3:3=2$, $(3+3+3):3=3$, $(3.3+3):3=4$, $3+3-3:3=5$, $3+3+3-3=6$, $3+3+3:3=7$, $3.3-3:3=8$, $3.3+3-3=9$.
3. $3x/8 + 5x/12 + (x/6+45) = x \Rightarrow x=108$ km.
4. 456624. Obrazložite odgovor.
5.



VII razred:

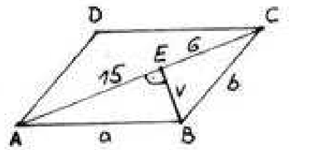
1. Iz $x=2y+2$ i $x+y=2.(x-y)+8$ slijedi $x=22$, $y=10$.
2. Suha tvar stabla je $36\%.2,25=0,81$ tona, što poslije sušenja čini 54% mase stabla. Dakle, masa stabla nakon tjedan dana je $0,81.100/54=1,5$ tone, pa je gubitak mase stabla 0,75 tone, tj. $0,75.100/2,25=33,33\%$.
3. $101/110=3/5+7/22$. Obrazložite odgovor.
4. $3x/2-3=2.(1-m) \Rightarrow x=(10-4m)/3$, $x<0 \Rightarrow (10-4m)/3<0 \Rightarrow 10-4m<0 \Rightarrow m>5/2 \Rightarrow m \in \{3,4,5,\ldots\}$.
5.



$\sphericalangle CAB = \sphericalangle B_1AC$ (točke B i B_1 su simetrične u odnosu na AC) i $\sphericalangle CAB = \sphericalangle ACD$ (izmjenični kutevi), pa je $\sphericalangle EAC = \sphericalangle ECA$, tj. trokut ACE je jednakokračan, što znači da je $|AE| = |EC|$.

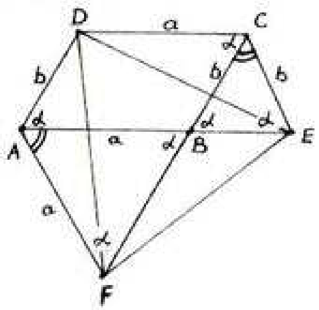
VIII razred:

1. $6+\sqrt{3}$.
2. $(x+4)/(3-x) < 2 \Rightarrow (x+4)/(3-x) - 2 < 0 \Rightarrow (3x-2)/(3-x) < 0 \Rightarrow$
   $\Rightarrow (3x-2>0 \wedge 3-x<0) \vee (3x-2<0 \wedge 3-x>0) \Rightarrow$
   $\Rightarrow (x>2/3 \wedge x>3) \vee (x<2/3 \wedge x<3) \Rightarrow x>3 \vee x<2/3 \Rightarrow$
   $\Rightarrow x \in R \setminus [2/3, 3]$.
3.



Primjenom Pitagorinog teorema na trokute ABE i BCE slijedi redom:
$a^2-15^2 = v^2 = b^2-6^2$,
$a^2-b^2=256-36$, $(a-b)(a+b)=189$,
$7.(a+b)=189$ (jer je $a-b=7$),
$a+b=27$.
Sada iz $a-b=7$ i $a+b=27$ slijedi $a=17$ cm, $b=10$ cm.

4. $a^2+b^2=2.(2a-3b)-13 \Rightarrow a^2+b^2-4a+6b+13=0 \Rightarrow (a^2-4a+4)+(b^2+6b+9)=0 \Rightarrow (a-2)^2+(b+3)^2=0 \Rightarrow a-2=0$ i $b+3=0$ (zbog $(a-2)^2 \geq 0$ i $(b+3)^2 \geq 0$, a desna strana jednadžbe je nula) $\Rightarrow a=2$, $b=-3$.
5.



Neka je $\sphericalangle BAD=\alpha$. Tada je $\sphericalangle BCD=\alpha$, $\sphericalangle EBC=\sphericalangle BEC=\alpha$, $\sphericalangle FBA=\sphericalangle BFA=\alpha$, $\sphericalangle BCE=\sphericalangle BAF=180^\circ-2\alpha$, $\sphericalangle ECD=\sphericalangle DAF=180^\circ-\alpha$ (obrazložite navedene tvrdnje !). Iz sukladnosti trokuta ECD i DAF ($|EC|=|DA|=b$, $|CD|=|AF|=a$, $\sphericalangle ECD=\sphericalangle DAF=180^\circ-\alpha$) slijedi $|ED|=|DF|$, tj. trokut FED je jednakokračan.