

#### 4. REGIONALNO NATJECANJE 1991., BENKOVAC.

##### 6. RAZRED – zadaci

---

1. Izračunaj za koliko je razlomak

$$A = \frac{\frac{13}{21} + (\frac{1}{2} + \frac{1}{7}) : \frac{18}{13} - 0.15}{(\frac{1}{3} + 0.5) : \frac{5}{2} + 0.2} \quad \text{veći od razlomka} \quad B = \frac{3 - \frac{15}{22} \cdot (2 + \frac{1}{5})}{(\frac{5}{6} + \frac{7}{10} - \frac{11}{15}) \cdot 1.875 + \frac{1}{4}} ?$$

2. Koliko ima različitih peteroznamenastih brojeva čija je bar jedna znamenka petica?
3. Koje znamenke treba upisati umjesto x, y i z u zapisu  $\frac{x}{8} = 0.8yz$  uz uvjet da je  $\frac{x}{8} < 1$ ?
4. Zadanom trokutu ABC poznati su unutrašnji kut koji iznosi  $62^\circ$  i vanjski kut koji iznosi  $134^\circ$ . Izračunaj koliko stupnjeva iznosi kut kojeg zatvaraju dvije simetrale kutova.
5. U jednakokračnom trokutu simetrala kuta uz osnovicu i visina povučena iz istog vrha zatvaraju kut od  $15^\circ$ . Izračunaj koliko stupnjeva imaju unutrašnji kutovi tog trokuta.
6. Kojim najmanjim prirodnim brojem treba pomnožiti broj 21600 da bi se dobio kvadrat nekog prirodnog broja?
7. Daktilografkinja tipka jedan iza drugog prirodne brojeve na način:  
123456789101112131415161718192021222324...  
Otipkala je ukupno 1991 znamenku. Koliko se puta u tako napisanom broju nalazi znamenka 9?

#### 4. REGIONALNO NATJECANJE 1991., BENKOVAC.

### 6. RAZRED – rješenja

---

1.  $A = \frac{7}{4}, B = \frac{6}{7}$

$$A - B = \frac{7}{4} - \frac{6}{7} = \frac{25}{28}$$

2. Peteroznamenastih brojeva ima ukupno 90000. Odredimo najprije koliko je među njima onih u kojima se ne javlja niti jedna petica.

Na prvom mjestu tih brojeva s lijeva može biti svaka znamenka osim 0 i 5, što znači 8 različitih znamenki.

Na drugom mjestu, trećem, četvrtom i petom mjestu s lijeva tih brojeva mogu biti sve znamenke, osim petice, što znači da na svakom od tih mjesta može biti 9 različitih znamenaka.

Prema tome, ovakvih brojeva ima ukupno  $8 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 52488$ .

Znači da je broj peteroznamenastih brojeva čija je bar jedna znamenka petica  $90000 - 52488 = 37512$ .

3. Pošto je  $\frac{x}{8} < 1$ , zaključujemo da x može biti broj manji od 8 tj. i  $0.8yz < 1$ .

Učenici će najvjerojatnije raditi:

$$\frac{1}{8} = 0.125, \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25, \frac{3}{8} = 0.375, \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0.5, \frac{5}{8} = 0.625, \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0.75, \frac{7}{8} = 0.875$$

Iz  $7 : 8 = 0.875$  zaključujemo da je  $y = 7$  i  $z = 5$ .

4. Vanjski kut od  $134^\circ$  omogućuje izračunavanje još jednog unutarnjeg kuta koji iznosi  $180^\circ - 134^\circ = 46^\circ$ , a ovaj omogućuje izračunavanje trećeg unutarnjeg kuta koji iznosi  $180^\circ - (62^\circ + 46^\circ) = 72^\circ$ .

Skica pomaže da se uoče tri rješenja (treba uvažiti i jedno rješenje).

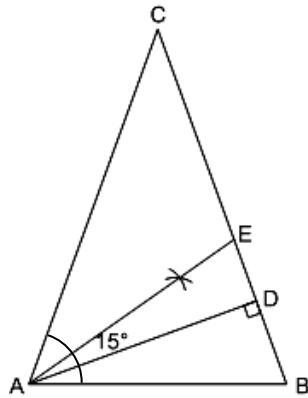
Treba promatrati trokute ABS, BSC i CSA i odatle

$$180^\circ - (36^\circ + 23^\circ) = 121^\circ$$

$$180^\circ - (23^\circ + 31^\circ) = 126^\circ$$

$$180^\circ - (31^\circ + 36^\circ) = 113^\circ$$

5.



Neka je u trokutu ABC, AE simetrala  $\angle A$  i  $\overline{AD}$  visina iz A na  $\overline{BC}$ . Kako je u pravokutnom trokutu ADE,  $\angle AED = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$  to je u trokutu ABE zbroj  $\angle EAB + \angle ABE = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ . Kutovi uz osnovicu jednakokraknog trokuta su međusobno jednaki i ako svaki od njih obilježimo sa  $\alpha$  imamo:

$$\alpha + \frac{\alpha}{2} = 105^\circ \Rightarrow \alpha = 70^\circ \Rightarrow \angle ACB = 40^\circ$$

6. Rastavljanjem na proste faktore broja 21600 dobijemo

$$21600 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\text{Iz } 21600 = (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5)^2 \cdot 6$$

zaključujemo da je 6 najmanji prirodan broj kojim treba pomnožiti 21600 da bi se dobio kvadrat prirodnog broja

$$(2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5)^2 \cdot 6 \cdot 6 = 129600 \text{ ili}$$

$$129600 = 360^2$$

7. Za jednoznamenaste brojeve upotrebljeno je  $1 \cdot 9$  znamenaka tj. 9 znamenaka.

Za dvoznamenkaste brojeve upotrebljeno je  $2 \cdot 90$  znamenaka tj. 180 znamenaka.

Za troznamenkaste brojeve upotrebljeno je  $3 \cdot 900$  znamenaka tj. 2700 znamenaka.

Daktilografinja je otipkala sve jednoznamenaste i sve dvoznamenkaste brojeve, ali ne i sve troznamenkaste.

Za sve jednoznamenaste i dvoznamenkaste brojeve otipkano je 189 znamenaka. Za sve troznamenkaste brojeve upotrebljeno je  $1991 - 189 = 1802$  znamenke. Ako se 1802 podijeli sa 3 dobije se 600 i ostatak 2, odakle zaključujemo da uz 189 znamenaka za jednoznamenaste i dvoznamenkaste brojeve, 1802 znamenke čine 600 troznamenkastog broja i još dvije znamenke posljednjeg troznamenkastog broja. Koji je posljednji troznamenkasti (šestoti) broj? Odgovor: 699.

Kako zaključiti broj devetki? Odgovor: 134.