

ZAVOD ZA ŠKOLSTVO MINISTARSTVA KULTURE I PROSVJETE
REPUBLIKE HRVATSKE

POKRET "ZNANOST MLADIMA" HRVATSKE ZAJEDNICE TEHNIČKE
KULTURE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko-gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske

20. ožujka 1993. godine

8. razred

1. Za koju vrijednost x je razlika $(x - 0, 1)^2 - (0, 2x + 1)^2$ jednaka nuli?
2. U afinoj funkciji $f(x) = \frac{9-m^2}{3}x + 3$ odredi vrijednost parametra m , tako da graf te funkcije bude paralelan grafu funkcije zadane jednadžbom $\frac{x-2}{9} - \frac{1-y}{27} = 1$.
3. Unutar pravokutnika $ABCD$ istaknuta je točka T čije su udaljenosti od vrhova A, B, C redom 15, 24, 20. Kolika je udaljenost točke T od vrha D ?
4. Ako zbroju godina dvoje djece dodamo umnožak njihovih godina dobiva se 34. Koliko godina ima svako dijete?
5. Dan je kvadrat $ABCD$. Na stranici \overline{BC} istaknuta je točka M , a na stranici \overline{CD} istaknuta je točka N tako da je $\angle AMB = \angle AMN$.
Koliki je kut $\angle MAN$?

Rješenja za 8. razred

1. Kako je navedeni izraz razlika kvadrata, to možemo pisati

$$(x - 0, 1)^2 - (0, 2x + 1)^2 = 0, \text{ pa nakon rastavljanja na faktore i sređivanja}$$

$$\text{dobivamo: } (1, 2x + 0, 9)(0, 8x - 1, 1) = 0. \quad 6 \text{ bodova}$$

$$\text{Sada očitno iz } 1, 2x + 0, 9 = 0 \text{ slijedi da je } x_1 = -\frac{3}{4}. \quad 2 \text{ boda}$$

$$\text{Isto tako iz } 0, 8x - 1, 1 = 0 \text{ slijedi } x_2 = \frac{11}{8}. \quad 2 \text{ boda}$$

2. Nakon sređivanja jednadžbe $\frac{x-2}{9} - \frac{1-y}{27} = 1$, dobivamo $y = -3x + 34$

4 boda

pri čemu je koeficijent smjera $a = -3$.

1 bod

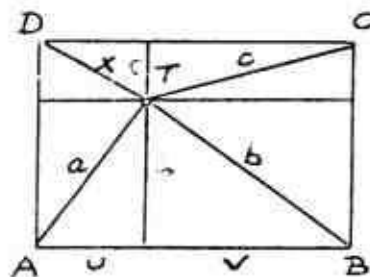
$$\text{Zato vrijedi: } \frac{9-m^2}{3} = -3.$$

1 bod

Rješavajući ovu jednadžbu po m dobivamo:

$$9 - m^2 = -9, \text{ tj. } m^2 = 18 \text{ odnosno } m_1 = 3\sqrt{2} \text{ odnosno } m_2 = -3\sqrt{2}. \quad 4 \text{ boda}$$

- 3.



Skica 1 bod

Neka je x tražena udaljenost. Imamo redom

$$a^2 = u^2 + s^2,$$

$$b^2 = v^2 + s^2,$$

$$c^2 = v^2 + t^2,$$

$$x^2 = u^2 + t^2.$$

2 boda

Oдавde je $a^2 + c^2 = b^2 + x^2$, tj.

4 boda

$$x^2 = a^2 - b^2 + c^2.$$

1 bod

U našem slučaju je $x^2 = 225 - 576 + 400 = 49$ tj. $x = 7$.

2 boda

4. Neka je x i y broj godina jednog odnosno drugog djeteta. Zato vrijedi:
 $x + y + xy = 34$ ili redom: 1 bod

$$y(1+x) = 34 - x, \quad y = \frac{-x+34}{1+x}, \quad y = \frac{34-x}{x+1} = \frac{-(x+1)+35}{x+1} = -1 + \frac{35}{x+1}. \quad 3 \text{ boda}$$

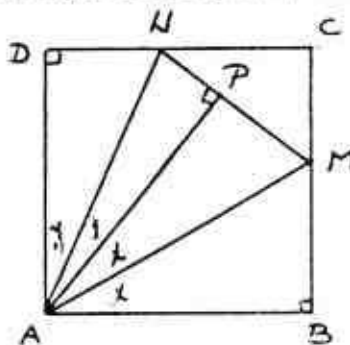
Razlomak $\frac{35}{x+1}$ bit će cijeli broj ako je

$$x + 1 = \pm 1, \pm 5, \pm 7, \pm 35. \quad 2 \text{ boda}$$

Zbog uvjeta da su x i y pozitivni cijeli brojevi lagano utvrdimo da jedino dolazi u obzir $x + 1 = 5$, tj. $x = 4$, a $y = 6$, odnosno $x + 1 = 7$, tj. $x = 6$, a $y = 4$. 3 boda

Prema tome, jedno dijete ima 4 godine, a drugo 6 godina. 1 bod

5. Skica:



1 bod

Na dužini \overline{MN} odaberemo točku P tako da je $AP \perp MN$. Kako je $\angle AMB = \angle AMN$ i \overline{AB} zajednička stranica, zaključujemo da $\triangle ABM \cong \triangle AMP$, 2 boda

pa je $\angle BAM = \angle MAP = x$ i $|AB| = |AP|$. 1 bod

Trokuti APN i ADN su pravokutni i uz to je $|AP| = |AD|$, a \overline{AN} je zajednička stranica, pa je $\triangle APN \cong \triangle ADN$. 2 boda

Iz sukladnosti ova dva trokuta slijedi da je

$$\angle PAN = \angle DAN = y. \quad 1 \text{ bod}$$

Sada je očito da je $\angle MAN = x + y$, a

$$\angle BAD = 2x + 2y = 90, \text{ pa je } x + y = 45^\circ. \quad 2 \text{ boda}$$

Prema tome, $\angle MAN = 45^\circ$. 1 bod