REPUBLIKA HRVATSKA
MINISTARSTVO KULTURE I PROSVJETE
Z a v o d   z a   š k o l s t v o
Zagreb, Badalićeva 24

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

ZADACI ZA REGIONALNO NATJECANJE 1993. U V. RRAZREDU

1. Prijatelji Ivan, Marko i Pavle moraju podijeliti svotu od 7777 HRD tako da je dvije petine Ivanove svote jednako svoti koju će dobiti Marko, a sedam devetina Markove svote jednako je svoti koju će dobiti Pavle. Koliko će dobiti svaki prijatelj?

2. Za gradnju vodovoda duljine 70 metara mogu se rabiti ravne cijevi duljine 3 metra i 5 metara. Na koje sve načine možemo odabrati ove cijevi za izgradnju vodovoda uz uvjet da se cijevi ne režu?

3. Koliko ima prirodnih brojeva koji su manji od 3000 i čiji je umnožak znamenaka 210?

4. Oko bazena pravokutnog oblika opsega 150 m betonirana je staza jednake širine čiji izvanjski rub ima opseg 190 m. Kolika je širina staze?

5. Zadani pravokutnik opsega 112 cm podijeljen je na dva pravokutnika. Opseg jednog od njih je za 72 cm manji od opsega zadanog, a opseg drugog je za 34 cm manji od opsega zadanog pravokutnika. Kolika je površina zadanog pravokutnika?

RJEŠENJA ZADATAKA - V. RAZRED

1. Označimo s x svotu koja pripadne Ivanu. Tada Marko dobiva

$\frac{2}{5}x$, a Pavle $\frac{7}{9} \cdot \frac{2}{5}x = \frac{14}{45}x$.

Rješavamo jednadžbu

$$x + \frac{2}{5}x + \frac{14}{45}x = 7777$$

$$\frac{77}{45}x = 7777$$

$x = 4545$ (Ivan dobiva 4545 HRD)

Marko dobiva $\frac{2}{5} \cdot 4545 = 1818$ HRD

Pavle dobiva $\frac{14}{45} \cdot 4545 = 1414$ HRD

2. Označimo s x broj potrebnih cijevi duljine 3 m i s y broj potrebnih cijevi duljine 5 m.

To je $3x + 5y = 70$, odnosno

$$5y = 70 - 3x$$

$$y = \frac{70 - 3x}{5}$$

U tabeli prikažimo moguća rješenja.

x	0	5	10	15	20
y	14	11	8	5	2

3. Rastavimo 210 na umnožak prostih faktora:

$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

U zapisu broja mogu se pojaviti znamenke 1, 2, 3, 5, 6 i 7. Među traženim brojevima su:

(1) teroznamenkasti brojevi napisani pomoću znamenki 5, 6 i 7:
takvih ima 6;

(2) četveroznamenkasti brojevi napisani pomoću znamenki 1, 5, 6 i 7:

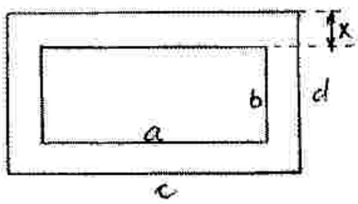
takvih ima 6 (jer prva znamenka smije biti samo 1);

(3) četverozbnamenkasti brojevi napisani pomoću znamenki 2, 3, 5 i 7:

takvih ima 6 (jer prva znamenka smije biti samo 2);

Ukupno postoji 3 . 6 = 18 brojeva traženog svojstva.

4.



Označimo s = širinu staze.

Tada je, uz oznake kao na slici:

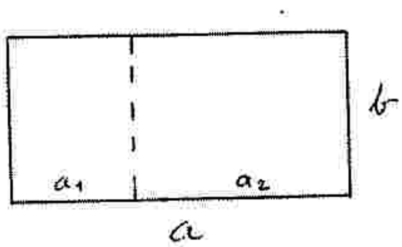
$$2.(a+b) = 150 \text{ m}$$
$$a+b = 75 \text{ m}$$

$$2.(c+d) = 190 \text{ m}$$
$$c+d = 95 \text{ m}$$
$$c = a + 2x$$
$$d = b + 2x$$

Odatle
$$c + d = a + 2x + b + 2x$$
$$c + d = a + b + 4x$$
$$95 = 75 + 4x$$
$$4x = 20$$
$$x = 5$$

Širina staze je 5 metara.

5.



$$o = 112 \text{ cm}$$
$$o1 = o - 72 \text{ cm}$$
$$o1 = 40 \text{ cm}$$

$$o2 = o - 34$$
$$o2 = 78 \text{ cm}$$

$2 . (a + b) = 112$ $\quad$ $a + b = 56$ cm $\quad$ (*)

$2 . (a1+b) = 40$ $\quad$ $a1+b = 20$ cm

$2 (a2+b) = 78$ $\quad$ $a2 + b = 39$ cm

Zbrajanjem posljednjih dviju relacija nalazimo

$a1 + a2 + 2b = 59$,

a zbog $a1 + a2 = a$ vrijedi $a + 2b = 59$.

Budući da je: $a + b = 56$ zaključujemo da je $b = 3$ cm, te da je $a = 53$ cm.

Odatle računamo $P = a . b$

$$P = 159 \text{ cm}^2.$$