ZAVOD ZA ŠKOLSTVO MINISTARSTVA KULTURE I PROSVJETE REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko–gradsko natjecanje učenika osnovnih škola Republike Hrvatske

5. ožujka 1994. godine

7. razred

1. Vanjski kut na osnovici jednakokračnog trokuta odnosi se prema vanjskom kutu pri vrhu nasuprot osnovici kao $29 : 32$.
   Odredi unutarnje kutove tog jednakokračnog trokuta.

2. Dan je jednakokračan trokut ABC , pri čemu je $|AC|=|BC|$.
   Okomica iz vrha A na krak $\overline{BC}$ dijeli kut $\angle BAC$ na dva kuta, tako da je razlika ta dva kuta 30° .
   Koliki su unutarnji kutovi trokuta ABC ?

3. Zbroj peteroznamenkastog broja $\overline{abcde}$ i peteroznamenkastog broja $\overline{abced}$ je 31587 .
   Koji su to brojevi ?

4. Jedan radnik može završiti neki posao za 10 dana ako radi sam.
   Ako taj radnik radi zajedno s nekim drugim radnikom 2 dana, tada će posao biti završen za 6 dana.
   Za koliko bi dana cijeli posao završio drugi radnik ako radi sam ?

5. Neka su brojevi a, b, c, d redom ostaci dijeljenja broja n sa 2, 3, 5 i 11 .
   Dokaži da je zbroj $15a + 10b + 6c + 30d - n$ djeljiv sa 30 .

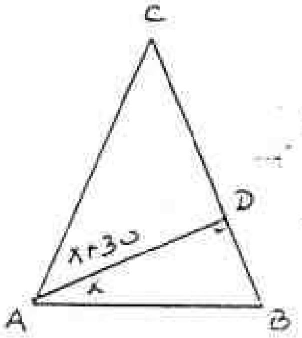
AH

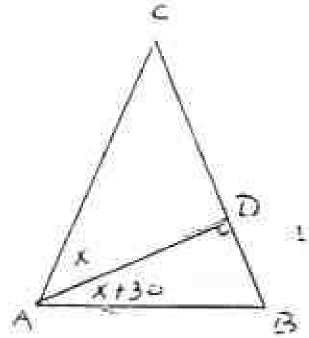
R j e š e n j a za 7. razred 194

bodovi

1. Neka je α unutarnji kut uz osnovicu, α_1 vanjski kut uz osnovicu, γ unutarnji kut nasuprot osnovice i γ_1 vanjski kut. Tada vrijedi $\alpha_1 : \gamma_1 = 29 : 32$. Uvođenjem parametra k , tj. $\alpha_1 = 29k$ i $\gamma_1 = 32k$ i svojstva da je zbroj vanjskih kutova trokuta 360° dobivamo $2\alpha_1 + \gamma_1 = 360$, ili $2 \cdot 29k + 32k = 360$, tj. $k = 4$.
Zato je $\alpha_1 = 116^\circ$, $\alpha = 64^\circ$, $\gamma_1 = 128^\circ$ i $\gamma = 52^\circ$.
Unutarnji kutovi trokuta su 64° , 64° , 52° . 10

2.





Neka je točka D nožište okomice iz vrha A na krak $\overline{BC}$.
Razlikujemo dva slučaja:

1. Neka je $\angle BAD = x$, tada je kut $\angle CAD = x + 30$, odnosno $\angle BAC = 2x + 30$. Kako je trokut ABD pravokutan, a zbog $\angle BAC = \angle ABC$ vrijedi jednadžba $x + 2x + 30 = 90$, ili $3x = 60$, tj. $x = 20$.
   To znači da je $\angle BAC = \angle ABC = 70^\circ$ i $\angle ACB = 40^\circ$ 5

2. Neka je $\angle CAD = x$, tada je $\angle BAD = x + 30$, odnosno $\angle BAC = 2x + 30$. Zato vrijedi $x + 30 + 2x + 30 = 90$, tj. $x = 10$.
   Kutovi trokuta ABC su $\angle BAC = \angle ABC = 50^\circ$ i $\angle ACB = 80^\circ$. 5

3. Kako je $\overline{abcde} + \overline{abced} = 31587$ to vrijedi
$20000a + 2000b + 200c + 11d + 11e = 31587$.
Sad je očito $a = 1$, pa imamo $2000b + 200c + 11d + 11c = 11587$.
Treba pokazati da je $4 < b < 6$, tj. $b = 5$.
Zato vrijedi $200c + 11d + 11c = 1587$.
Za $c = 8$, lijeva strana jednakosti je veća od desne, a za $c = 6$ dobivamo $11d + 11c = 387$ što ne može biti, jer je najveća moguća vrijednost lijeve strane 198 .
Zato je $c = 7$, pa je $11d + 11e = 187$ ili $d + e = 17$.
Zaključujemo da je $d = 8$ i $e = 9$, ili $d = 9$ i $e = 8$ iz čega proizlaze dva rješenja.
Traženi brojevi su: 15789 i 15798 , ili 15798 i 15789 . 10

4. Prvi radnik za 1 dan obavi $\frac{1}{10}$ posla, a za 6 dana $\frac{6}{10}$, tj. $\frac{3}{5}$ posla. Preostale $\frac{2}{5}$ posla obavio je drugi radnik radeći zajedno sa prvim radnikom 2 dana. To znači, da je drugi radnik za 1 dan obavio $\frac{1}{5}$ posla, iz čega proizlazi da cijeli posao može završiti za 5 dana ako radi sam . 10

5. Broj n možemo pisati u obliku:
$n = 2x + a$, odnosno $a = n - 2x$,
$n = 3y + b$, odnosno $b = n - 3y$,
$n = 5z + c$, odnosno $c = n - 5z$,
$n = 11u + d$, odnosno $d = n - 11u$.
Uvrštavanjem dobivenih vrijednosti za ostatke a, b, c, d u zadani zbroj dobivamo redom:
$$15a + 10b + 6c + 30d - n =$$
$$= 15(n - 2x) + 10(n - 3y) + 6(n - 5z) + 30(n - 11u) - n =$$
$$= 15n - 30x + 10n - 30y + 6n - 30z + 30n - 330u - n =$$
$$= 60n - 30(x + y + z + 11u) .$$
Kako su i umanjenik i umanjitelj djeljivi sa 30 , znači da je i razlika djeljiva sa 30 , pa prema tome i zadani zbroj . 10