REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
DALMACIJA 1994.

6. razred

1. Za koje brojeve a i b vrijedi $a+b=a\cdot b=\frac{a}{b}$?

2. Izračunaj:

$$\left(1+\cfrac{1}{9+\cfrac{1}{9+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{2}}}}\right)\cdot\frac{756}{839}=$$

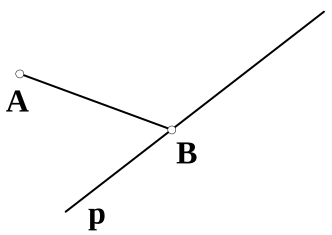
3. Za koje prirodne brojeve a i b vrijedi b=2a i $\frac{3}{44}<\frac{1}{a+b}<\frac{3}{28}$?

4. Decimalni broj 19.94949494... napiši u obliku razlomka.

5. Dvije pune posude sadrže zajedno 84 litre vina. Ako se iz jedne istoči $\frac{8}{9}$ količine, a iz druge $\frac{11}{12}$ količine, u obje posude ostat će jednaka količina vina.
   a) Koliko je vina ostalo u svakoj posudi nakon istakanja naznačenih količina vina?
   b) Koliko je bilo vina u svakoj posudi prije istakanja?

6. Kroz središte D kraka AC jednakokračnog trokuta ABC konstruiran je okomiti pravac koji siječe krak BC tog trokuta u točki E. Ako je d(A,C) = 18 cm i ako je opseg trokuta ABE jednak 27 cm, izračunaj opseg trokuta ABC.

7. Zadan je pravac p i dužina $\overline{AB}$ (vidi sliku). Konstruiraj kružnicu kojoj je pravac p tangenta, a dužina $\overline{AB}$ tetiva.



REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
DALMACIJA 1994.

RJEŠENJA
6. razred

1. $a = \frac{1}{2}$, $b = -1$.

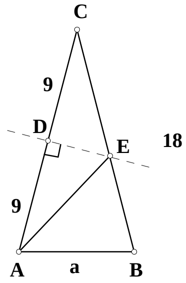
2. 1

3. a = 4, b = 8.

4. Prvo decimalni broj 0.949494... pretvorimo u razlomak. Označimo taj razlomak sa x,
   x = 0.949494...
   Pomnožimo tu jednakost sa 100, pa dobivamo:
   100x = 94.94949494..., tj.
   100x = 94 + 0.94949494..., odnosno
   100x = 94 + x.
   Otuda zaključujemo da je 99x=94, pa je $x=\frac{94}{99}$.
   Sad lako vidimo da je početni broj 19.949494... jednak $19+\frac{94}{99}$, tj. $\frac{1975}{99}$.

5. U svakoj posudi su ostale po 4 litre. Prije istakanja u jednoj je posudi bilo 36, a u drugoj 48 l vina.

6. Budući je d(A,C) = 18 cm, a točka D je polovište kraka AC, slijedi da je d(A,D) = d(D,C) = 9 cm.
   Nadalje, okomica koju u točki D konstruiramo na krak AC, ujedno je simetrala tog kraka, pa je svaka točka te simetrale jednako udaljena od A i od C. Stoga vrijedi i d(E,A) = d(E,C). S druge strane, opseg trokuta ABE jednak je
   a + d(B,E) + d(E,A) = 27 cm, odnosno (iskoristimo prethodnu jednakost)
   a + d(B,E) + d(E,C) = 27 cm, otkud slijedi (krak $\overline{BC}$ dug je 18 cm)
   a + 18 = 27, pa je
   a = 9 cm.
   Sad lako izračunamo opseg početnog trokuta, o(ABC) = 9 + 2·18 = 45 cm.



7. Budući je dužina $\overline{AB}$ tetiva kružnice, središte *C* kružnice nalazit će se na simetrali tetive. Stoga konstruiramo simetralu *s* tetive $\overline{AB}$.
   S druge strane, budući je pravac p tangenta kružnice i kružnica prolazi kroz točku B koja je na pravcu p, zaključujemo da je točka B upravo diralište kružnice i tangente, pa će radijus $\overline{CB}$ biti okomit na pravac p. Stoga konstruiramo i okomicu *n* na pravac *p* u točki B.
   Sjecište simetrale *s* i pravca *n* je upravo središte *C* tražene kružnice.
   Povučemo kružnicu sa središtem C kroz točke A i B.