REGIONALNO NATJECANJE 1994. GODINE

RJEŠENJE ZADATAKA – 6. RAZRED

1. Ako je broj djeljiv sa 15 onda je on djeljiv sa 3 i 5.
Iz djeljivosti sa 5 izlazi da je znamenka jedinica svakog od traženih brojeva 5. Nemože biti nula, jer je znamenka jedinica jednaka znamenki stotica, pa nula nemože biti na prvom mjestu.

Traženi brojevi su oblika $\overline{5a5}$.
Da bi bili djeljivi sa 3 moraju imati zbroj znamenaka djeljiv sa 3.

Dakle, traženi brojevi su: 525, 555, 585.

2. Neka je $\frac{m}{n}$ razlomak takav da je $\frac{7}{9} < \frac{m}{n} < \frac{8}{9}$ i

$n, m \in N$, $1 < m < n$, $n \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Uzimajući za n redom 2, 3, ..., 9 dobijemo tražene razlomke: 2

– za $n = 5$, $\frac{7}{9} < \frac{m}{5} < \frac{8}{9}$, pa je $\frac{35}{45} < \frac{9m}{45} < \frac{40}{45}$

odatle je $m = 4$ i $a = \frac{4}{5}$. 2

– za $n = 6$ dobijemo $m = 5$, pa je $b = \frac{5}{6}$. 2

– za $n = 7$ dobijemo $m = 6$, pa je $c = \frac{6}{7}$ 2

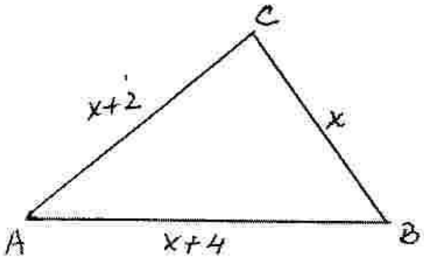
– za $n = 8$ dobijemo $m = 7$, pa je $d = \frac{7}{8}$ 2

3. U produktu brojeva 1 . 2 . 3 . 4 . ... 47 ima 9 brojeva koji su djeljivi sa 5, to su 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45. Od njih je jedino broj 25 produkt dviju petica 25 = 5 . 5, a ostali imaju 5 kao prosti faktor samo jedanput. 1 3 2

Ako se, dakle, produkt 1 . 2 . 3 . ... 47 rastavi na faktor u njemu će biti 10 petica. Produkt prostih faktora 2 i 5 je 10, tj. završava nulom. 3

Broj 2 se u zadanom produktu pojavljuje više do 10 puta, a broj 5 točno 10 puta. Zato će i produkt prvih 47 prirodnih brojeva završavati sa 10 nula. 1

4.



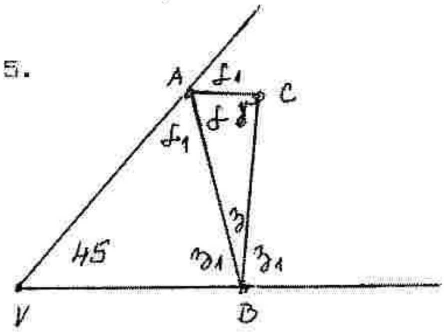
Označimo sa x duljinu najmanje stranice (neparan broj). Tada su duljine ostalih dviju stranica $x+2$ i $x+4$. 2 1

Budući da je najveća stranica manja od zbroja ostalih dviju stranica za 15 cm, imamo jednadžbu:

$x + x+2 = x+4 + 15$, a odatle je $x = 17$. 2 2

Duljine stranica trokuta su 17 cm, 19 cm i 21 cm, a opseg mu je 57 cm. 2 2

5.



Označimo kutove kao na slici, pa imamo:

$\alpha = 180° - 2\alpha_1$ 2

$\beta = 180° - 2\beta_1$

$\alpha + \beta = 360° - 2(\alpha_1 + \beta_1)$

Iz trokuta AVB dobijemo: (2)

$\alpha_1+\beta_1+45° = 180°$, tj. $\alpha_1+\beta_1 = 135°$, pa je

$\alpha + \beta = 360° - 2 \cdot 135°$, $\alpha + \beta = 90°$

Iz trokuta ABC slijedi $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, tj.

$\gamma = 180° - (\alpha + \beta)$, $\gamma = 180° - 90°$, $\gamma = 90°$.