Regionalno natjecanje - Osječka regija
Osječko-baranjska, Vukovarsko-srijemska,
Požeško-slavonska i Virovitičko-podravska županija

1995. godina

4. razred

1. Nađite 1995. znamenku u nizu
   1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 ...
   Obrazložite odgovor!

2. Dešifrirajte (umjesto slova stavite znamenke – različita slova predstavljaju različite, a jednaka slova jednake znamenke):

$$\begin{array}{cccccc} AB & \cdot & B & = & CB \\ + & & - & & + \\ B & : & A & = & B \\ \hline DE & \cdot & F & = & GE \end{array}$$

3. Na jednoj polici u knjižari nalazi se šest matematičkih knjiga po cijeni od 22, 23, 26, 28, 29 i 31 kn. Ivica i Perica zajedno su kupili pet knjiga s te police. Koja je knjiga ostala, koje je knjige kupio svaki od njih i koliko je kuna svaki od njih potrošio, ako se zna da je Perica platio četiri puta više kuna od Ivice. Obrazložite odgovor!

4. Imamo tri zatvorene kutije s po dvije kuglice. Na prvoj je kutiji oznaka BB (obje bijele kuglice), na drugoj BC (bijela i crna kuglica) i na trećoj CC (obje crne kuglice). Znamo da nijedna oznaka nije točna. Kako ćemo vađenjem samo jedne kutije ustanoviti u kojoj su kutiji koje kuglice? Obrazložite odgovor!

5. Duljine stranica pravokutnika ABCD su $|AB| = 12cm,\ |\mathrm{AD}| = 8cm.$ Dana je točka E na stranici $\overline{AB}$ i točka F na stranici $\overline{CD}$. Ako je opseg četverokuta AEFD 28cm, a opseg četverokuta BCFE 32 cm, odredi duljinu $|EF|$ dužine $\overline{EF}$.

Regionalno natjecanje - Osječka regija
Osječko-baranjska, Vukovarsko-srijemska,
Požeško-slavonska i Virovitičko-podravska županija

1995. godina

5. razred

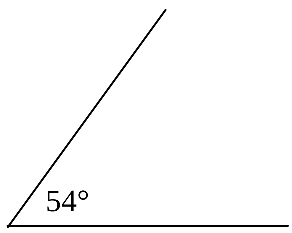
1. Zamislio sam jedan broj. Od njega sam oduzeo 1.05, dobivenu razliku pomnožio s 0.8, zatim sam tom umnošku dodao 2.84 i dobiveni zbroj podijelio s 0.01. Konačno dobiveni broj je 700. Koji sam broj zamislio?

2. Odredite najmanje prirodne brojeve $x,y,z \in N$ za koje vrijedi $z = 2160 \cdot x = y^2$, gdje je $y^2 = y \cdot y$!

3. Ako dva zeca za dva dana pojedu dvije mrkve, koliko mrkava pojede deset zečeva za deset dana?

4. Mali Ivica došao je u trgovinu kupiti čokoladu. Trgovac mu reče da ima 10 kutija s po 20 čokolada u svakoj kutiji. U 9 kutija svaka čokolada ima masu od 10 dag, a samo u jednoj kutiji svaka čokolada ima masu od 11 dag. Uspije li Ivica samo pomoću jednog mjerenja na vagi (koja mjeri i dekagrame) ustanoviti koja kutija sadrži čokolade mase od po 11 dag, trgovac će mu pokloniti cijelu tu kutiju čokolada. Pomozite Ivici da sigurno dobije čokolade. Obrazložite odgovor!

5. Dan je kut od 54°. Kako ćete samo pomoću šestara i ravnala podijeliti taj kut na tri jednaka dijela? Opišite postupak. Nacrtajte kut od 54° (pomoću kutomjera ili ga šestarom prenesite iz zadatka) i konstruktivnom metodom podijelite ga na tri jednaka dijela.



Regionalno natjecanje - Osječka regija
Osječko-baranjska, Vukovarsko-srijemska,
Požeško-slavonska i Virovitičko-podravska županija

1995. godina

6. razred

1. Antun, Branko i Cvjetko zajedno imaju manje od 100 kuna. Antun je uzeo jednu trećinu kuna, Branko jednu trećinu ostatka kuna i na kraju Cvjetko uzima jednu trećinu kuna preostalih od Antuna i Branka. Ostatak kuna podijelili su na jednake dijelove. Koliko je bilo ukupno kuna i koliko je svaki od njih dobio?

2. Zbroj četiri broja je 108. Ako se prvom broju doda 3, drugom oduzme 3, treći pomnoži s 3 i četvrti podijeli s 3, dobiva se isti rezultat. Odredi te brojeve.

3. Za koje je cijele brojeve $x \in \mathbb{Z}$ izraz $a = \frac{x+5}{x+3}$ cijeli broj?

4. Prva cijev napuni bazen za 20 sati, druga za 16 sati, a treća ga isprazni za 8 sati. Tri sata bazen pune prva i druga cijev. Nakon toga pokvari se druga cijev i prva cijev nastavi sama puniti bazen još dva sata, a za to vrijeme majstor popravi drugu cijev. Međutim, umjesto da uključi drugu cijev, majstor zabunom uključi treću cijev. Nakon jednog sata primijeti zabunu, isključi treću i uključi drugu cijev. Koliki se dio bazena još mora napuniti i za koje će vrijeme to biti učinjeno? Koliko se ukupno vremena punio bazen?

5. U pravokutnom trokutu ABC $\overline{CD}$ je visina na hipotenuzu $\overline{AB}$, a E i F središta su kateta $\overline{AC}$ i $\overline{BC}$. Dokaži da je kut $\angle$FDE = 90°!

Rješenja

Regionalno natjecanje - Osječka regija

1995. godina

4. razred

1. Ima devet jednoznamenkastih brojeva i za njihov ispis potrebno je devet znamenki. Dvoznamenkastih brojeva ima 90 i za njihov ispis potrebno je $90\cdot2$ = 180 znamenki. Dakle preostalih 1995 – 9 – 180 = 1806 znamenki potrebno je za ispis troznamenkastih brojeva. Pri tome je 1806 = $3\cdot602$, pa su s tih 1806 znamenki ispisana 602 troznamenkasta broja. Drugim riječima, 1995. znamenka zadnja je znamenka 602. troznamenkastog broja, a to je broj 701. Tražena znamenka je 1.
2.

15	·	5	=	75
+		–	=	+
5	:	1	=	5
20	·	4	=	80

3. Ako je Perica plati četiri puta više kuna od Ivice, tada je ukupno plaćeni iznos djeljiv s pet, tj. to su knjige od 22, 23, 26, 28 i 31 kn (jer ako bilo koji od tih brojeva zamijenimo s 29, nećemo dobiti zbroj djeljiv s 5). Ostala je knjiga čija je cijena 29 kn. Ivica je platio (22 + 23 + 26 + 28 + 31): 5 = 26 kn, a Perica 104 kune i kupio knjige s cijenama 22, 23, 28 i 31 kn.

4. Kako su oznake na kutijama netočne, imamo sljedeću situaciju: u prvoj kutiji je BC ili CC, u drugoj BB ili CC, u trećoj BB ili BC. Vadimo jednu kuglicu iz druge kutije. Ako je izvađena kuglica bijela, onda su u drugoj kutiji obje bijele, u trećoj BC, a u prvoj CC. Ako je izvađena kuglica crna, onda su u drugoj kutiji obje crne, u prvoj BC, a u trećoj BB.

5. Uz oznaku $|EF| = x$ imamo: O(ABCD) = $2\cdot12 + 2\cdot8$ = 40 cm i O(AEFD) + O(BCFE) = O(ABCD) + 2x, 28 + 32 = 40 + 2x, x = 10 cm. Duljina dužine $|EF|$ je 10 cm.

Rješenja

Regionalno natjecanje - Osječka regija

1995. godina

5. razred

1. Ako je x zamišljeni broj, tada vrijedi $((x - 1.05) \cdot 0.8 + 2.84) : 0.01 = 700$, dakle, dobivamo $x = 6.25$.

2. Rastavimo li 2160 na faktore dobit ćemo $y \cdot y = 12 \cdot 12 \cdot 15 \cdot x$, tj. $x = 15$ i $y = 12 \cdot 15 = 180$. Sad je lako izračunati da je $z = 2160 \cdot x = 32400$.

3. Ako dva zeca u dva dana pojedu dvije mrkve, tada dva zeca za jedan dan pojedu jednu mrkvu. Stoga deset zečeva za jedan dan pojede pet mrkava, a deset zečeva za deset dana pojede pedeset mrkava.

4. Numerirajmo kutije brojevima od 1 do 10. Iz prve kutije uzmimo jednu čokoladu, iz druge dvije, iz treće tri i tako redom. Svih $1+2+3+\ldots+10 = 55$ čokolada stavit ćemo na vagu. Kada bi u svih deset kutija sve čokolade imale masu 10 dag, tada bi vaga pokazivala 550 dag. Ako su teže čokolade u prvoj kutiji, vaga će pokazivati 551 dag, ako su teže čokolade u drugoj kutiji, vaga će pokazivati 552 dag, ako su teže čokolade u trećoj kutiji, vaga će pokazivati $553 = 550 + 3$ dag itd. Ukratko, broj dekagrama preko 550 dag ujedno je i broj kutije u kojoj su teže čokolade.

5. Nacrtamo kut od 54° i dopunimo ga pomoću šestara i ravnala do 60°. Tada razliku $60° - 54° = 6°$ nanesemo tri puta i dobijemo kut od 18°, što je trećina od 54°. Sad je lako 54° razdijeliti na tri kuta od 18°.

Rješenja
Regionalno natjecanje - Osječka regija
1995. godina
6. razred

1. Neka je s x označen ukupan broj kuna. Antun je uzeo $\frac{1}{3}x$, a ostalo je $\frac{2}{3}x$.
   Branko je uzeo $\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}x\right)=\frac{2}{9}x$ i ostalo je $\frac{2}{3}x-\frac{2}{9}x=\frac{4}{9}x$. Od toga Cvjetko uzima trećinu, tj. $\frac{1}{3}\left(\frac{4}{9}x\right)=\frac{4}{27}x$ i ostalo je $\frac{4}{9}x-\frac{4}{27}x=\frac{8}{27}x$. Taj su ostatak podijelili na tri jednaka dijela, pa zaključujemo da je $\frac{8}{27}x$ djeljivo s 3, tj. x je višekratnik od 81. Budući da mora biti x < 100, rješenje je da imaju 81 kunu. Sad je $\frac{8}{27}x=\frac{8}{27}\cdot 81=24$, pa je pri posljednjem dijeljenju svaki dobio 8 kuna. Ukupno, antun je dobio 35 kn, Branko 26 kn, a Cvjetko 20 kn.
2. Označimo te brojeve redom s a,b,c i d. Tada je a + 3 = b – 3 = 3c = $\frac{d}{3}$ i a + b + c + d = 108. Rješenje je a = $\frac{69}{4}$, b = $\frac{93}{4}$, c = $\frac{27}{4}$ i d = $\frac{243}{4}$.
3. a = $\frac{x+5}{x+3}=1+\frac{2}{x+3}$, a je cijeli broj ako i samo ako (x+3) dijeli broj 2, tj. ako je x + 3 $\in \{-2,-1,1,2\}$. Dakle, x $\in \{-5,-4,-2,-1\}$.

4. Prva cijev za jedan sat napuni $\frac{1}{20}$ bazena, druga za jedan sat napuni $\frac{1}{16}$ bazena, a treća za jedan sat isprazni $\frac{1}{8}$ bazena. Prva cijev radila je 3 + 2 + 1 = 6 sati, druga 3 sata, a treća 1 sat, pa je napunjeno $6\cdot\frac{1}{20}+3\cdot\frac{1}{16}-1\cdot\frac{1}{8}=\frac{29}{80}$ bazena. Preostaje još napuniti $\frac{51}{80}$ bazena. Neka je x broj sati koji su još potrebni da se bazen napuni. Tada je $x\cdot\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{16}\right)=\frac{51}{80}$, tj. x = $\frac{17}{3}$ h = 5h 40 min. Bazen se punio ukupno 11 h 40 min.

5. Trokut CAD pravokutan je s hipotenuzom $\overline{AC}$. Kako je E polovište te hipotenuze, to je $|EC|=|ED|$, pa je trokut CED jednakokračan i $\angle DCF=\angle CDF$. Sad imamo
   $\angle EDF=\angle EDC+\angle CDF=\angle ECD+\angle DCF=90°$.