U. I

MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko - gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
16. ožujka 1996. godine

6. razred

1. Učitelj matematike je na općinsko natjecanje iz matematike doveo 4 svoja učenika. Na pitanje koliko ima ukupno učenika kojima predaje matematiku, on je odgovorio: "Na školskom natjecanju sudjelovala je jedna trećina onih učenika kojima predajem, a na ovo natjecanje doveo sam jednu petnaestinu mojih učenika koji su sudjelovali na školskom natjecanju." Koliki je broj učenika kojima ovaj učitelj predaje matematiku?

2. Odredi sve četveroznamenkaste brojeve oblika $\overline{abab}$ djeljive sa 16.

3. Polovina zbroja tri prirodna broja je 1996, pri čemu je drugi broj tri puta veći od prvog broja, a treći je broj za 1 veći od trećine prvog broja. Koji su to brojevi?

4. Dan je jednakostranični trokut ABC. Na pravcu AC preko vrha C odabrana je točka D. Opseg trokuta ABD je 67 cm, a opseg trokuta BCD je 53 cm. Koliki je opseg trokuta ABC?

5. Simetrala vanjskog kuta trokuta ABC pri vrhu C siječe pravac AB pod kutom $45°$. Koliki su kutovi trokuta ABC, ako je $\angle ABC = 35°$?

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA ČLAN KOMISIJE JE DUŽAN I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka je x broj učenika kojima učitelj predaje matematiku. Tada je na školskom natjecanju sudjelovalo $\frac{1}{3}x$ učenika, a na općinskom natjecanju $\frac{1}{15}\cdot\frac{1}{3}x$ učenika. ....3 boda
   Zato vrijedi jednadžba $\frac{1}{15}\cdot\frac{1}{3}x = 4$. ....2 boda
   Rješenje ove jednadžbe je $x = 180$. ....3 boda
   Broj učenika kojima učitelj predaje matematiku je 180. ....2 boda

   ______________________ UKUPNO 10 bodova

2. Četveroznamenkasti broj $\overline{abab}$ možemo pisati kao

$$\overline{abab} = 1000a + 100b + 10a + b = 1010a + 101b = 101(10a + b)\,.$$

   ....2 boda
   Traženi četveroznamenkasti broj bit će djeljiv sa 16 ako je dvoznamenkasti broj $10a + b$ djeljiv sa 16, jer je 101 prost broj. Svi dvoznamenkasti višekratnici broja 16 su brojevi: 16,32,48,64,80,96. 4 boda
   Traženi četveroznamenkasti brojevi su: 1616,3232,4848,6464,8080,9696. ....4 boda

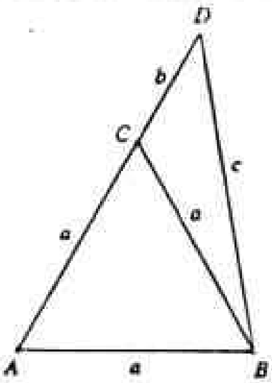
   ______________________ UKUPNO 10 bodova

3. Neka su a, b, c tri prirodna broja. Tada je $\frac{a+b+c}{2} = 1996$, ili $a + b + c = 2\cdot 1996$, tj. $a + b + c = 3992$.
   ....1 bod
   Kako je $b = 3a$ i $c = \frac{1}{3}a + 1$, zamjenom u zadnjoj jednakosti dobivamo $a + 3a + \frac{1}{3}a + 1 = 3992$.
   ....4 boda
   Rješenje ove jednadžbe je $a = 921$. ....3 boda
   Sad lako odredimo $b = 2763$ i $c = 308$. ....2 boda

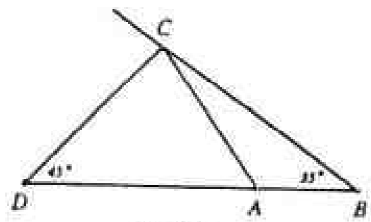
   ______________________ UKUPNO 10 bodova

4. Skica ....1 bod
   Neka je a duljina stranice jednakostraničnog trokuta ABC, $|CD| = b$, $|BD| = c$. U trokutu ABD vrijedi $2a + b + c = 67$, a u trokutu BCD vrijedi $a + b + c = 53$. ....3 boda
   Iz $2a + b + c = 67$ dobivamo redom $a + a + b + c = 67$, $a + 53 = 67$, tj. $a = 14$. ....5 bodova
   Opseg trokuta ABC je 42 cm. ....1 bod

   ______________________ UKUPNO 10 bodova



s1-6-4.



s1-6-5.

5. Skica ....1 bod
   Neka je $\angle BAC = \alpha$, $\angle ABC = \beta$, $\angle ACB = \gamma$ i γ_1 vanjski kut kod vrha C. U trokutu BCD vrijedi $\angle BCD = 180 - (35 + 45)$, ili $\angle BCD = 180 - 80$, tj. $\angle BCD = 100°$. ....2 boda
   Sada je očito $\gamma + \frac{\gamma_1}{2} = 100$, a zbog $\gamma_1 = \alpha + \beta$ (svojstvo vanjskog kuta trokuta), tj. zbog $\frac{\gamma_1}{2} = \frac{\alpha+\beta}{2}$, vrijedi jednakost $100 = \gamma + \frac{\alpha+\beta}{2}$, odnosno $100 = \frac{2\gamma+\alpha+\beta}{2}$, ili $100 = \frac{\gamma+\gamma+\alpha+\beta}{2}$, tj. $100 = \frac{\gamma+180}{2}$. ..4 boda
   Rješenje zadnje jednadžbe je $\gamma = 20°$. ....2 boda
   Zato je $\alpha = 180 - (35 + 20)$, tj. $\alpha = 125°$. ....1 bod

   ______________________ UKUPNO 10 bodova