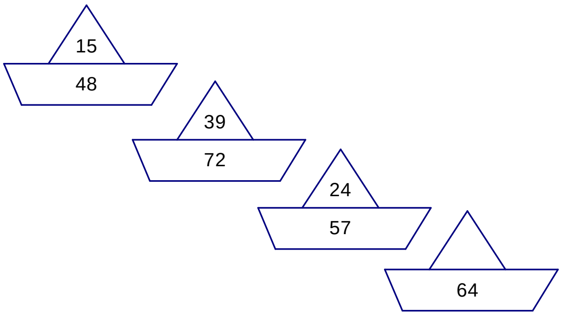
REGIONALNO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
DALMACIJA
1996. godina

IV RAZRED

1. Koji broj nedostaje četvrtoj brodici sa slike?

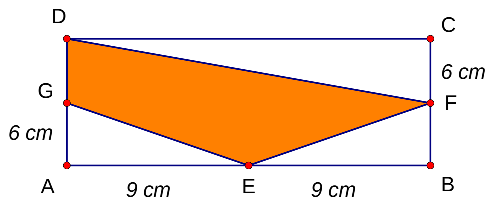


2. Kad se Ivor rodio, njegova je majka imala 24 godine. Koliko Ivor ima 1996. godine, ako se zna da je 1990. godine njegova majka bila pet puta starija od njega?

3. U broju 37 289 406 izbriši tri znamenke tako da preostale znamenke pročitane u istom slijedu daju:
   a) što je moguće manji broj;
   b) što je moguće veći broj.

4. Zbroj je 5 brojeva 20 440. Ako je svaki od njih za 1996 veći od prethodnog, koji su to brojevi?

5. U pravokutniku sa slike točke E, F i G polovišta su stranica. Izračunaj površinu osjenčanog dijela slike.



6. Zbroj je opsega dvaju kvadrata 52 cm. Izračunaj opseg i površinu tih kvadrata ako je stranica jednog od njih za 3 cm veća od stranice drugog kvadrata.

7. Trokut opsega 29 cm podijeljen je jednom dužinom na dva trokuta čiji su opsezi 18 cm i 26 cm. Izračunaj duljinu dužine kojom je podijeljen trokut.

REGIONALNO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
DALMACIJA
1996. godina

V RAZRED

1. Koristeći i zagrade naznači između svakog broja jednu od četiri računske operacije, tako da svaka bude navedena samo jednom, a da rezultat bude točan.

   9   8   16   7   5 = 13

2. Domaćica je imala više od 280 kn, a manje od 310 kn. Ako bi dnevno trošila 32 ili 36 kn, uvijek bi joj ostalo 12 kn. Koliko je domaćica imala kuna?

3. Prirodni brojevi napisani su bez razmaka, jedan iza drugog: 123456789101112131415161718192021222324252627... Koja se znamenka nalazi na 1996-om mjestu i u kojem je ona prirodnom broju?

4. Količnik je dvaju brojeva 32, a ostatak je 30. Koji su to brojevi ako im je zbroj 4 287 ?

5. Koji je kut od svog komplementnog kuta veći točno za onoliko za koliko je manji od svog suplementnog kuta?

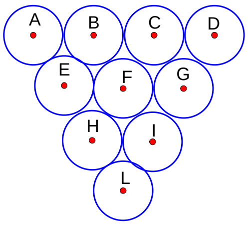
6. Ako se stranica kvadrata poveća za 2 cm, onda se njegova površina poveća za 24 cm^2. Izračunaj površinu prvobitnog i novonastalog kvadrata.

7. Zadan je pravokutnik *ABCD* čiji je opseg 128 cm. Neka je točka *E* polovište stranice $\overline{AB}$, a točka *F* polovište stranice $\overline{CD}$. Dužina $\overline{EF}$ pravokutnik *ABCD* dijeli na dva pravokutnika: pravokutnik *AEFD* i pravokutnik *EBCF*. Ako je opseg pravokutnika *AEFD* 80 cm, izračunaj površinu pravokutnika *ABCD.*

REGIONALNO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
DALMACIJA
1996. godina

VI RAZRED

1. Dužinama koje pripadaju krugovima sa slike moguće je spajati tri od deset središta krugova tako da se dobiju stranice trokuta, ali moguće je spajati na isti način i središte šest i devet krugova.



Koliko najmanje krugova treba izbrisati sa slike da se spajanjem središta preostalih više ne može dobiti trokut na gore opisani način? Iscrtaj krugove koje treba izostaviti.

2. Na pitanje učitelja matematike: „Koliko je odsutnih učenika?“, jedan je učenik odgovorio: „Jedna devetina.“ U tom trenutku ulazi jedan učenik, a učenici ispravljaju: „Sad nas nedostaje $\frac{1}{12}$. „ Koliko je ukupno učenika u tom razredu?

3. Odredi znamenke *x* i *y* tako da broj $\overline{1996xy}$ bude djeljiv s 8 i 9.

4. Ako radi sam, zidar može sagraditi garažu za 10 dana. Ako radi zajedno sa sinom, mogu je sagraditi za 6 dana. Za koliko dana garažu može sagraditi sam sin?

5. U trokutu *ABC* simetrala kuta β presijeca stranicu $\overline{AC}$ u točki *D.* Kut *BDC* iznosi 68°. Odredi razliku kutova γ i α.

6. Kutovi četverokuta razlikuju se uzastopno za 30°. Koliko stupnjeva ima svaki kut četverokuta?

7. Dokaži da simetrala kuta α trokuta *ABC* i simetrala vanjskog kuta pri vrhu *C* čine kut jednak polovici kuta β.

Rješenja

REGIONALNO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
DALMACIJA
1996. godina

IV RAZRED

1. Razlika između broja na brodici i jedru 48 – 15 = 33, 72 – 39 = 33, 57 – 24 = 33. Prema tome, i za četvrtu brodicu treba vrijediti 64 – x = 33, odakle je x = 64 – 33 ili x = 31. Dakle, na četvrtoj brodici nedostaje broj **31**.

   ....

2. Ako Ivorove godine označimo s x , onda prema uvjetu zadatka vrijedi $5x - x$. To su majčine godine kad se Ivor rodio ili, izraženo jednadžbom,
   $5x - x = 24$, $4x = 24$, $x = 6$. Kad se Ivor rodio, Majka je imala 24 godine. To je vrijedilo 1990. godine.
   1996. godine oboje su stariji za 6 godina. Prema tome, Ivor 1996. godine ima **12** godina.

   ....

3. Zadani je broj osmeroznamenkast.
   Poslije brisanja triju znamenki dobije se peteroznamenkasti broj, pri čemu se poredak preostalih znamenki nije promijenio.
   a) Da bi se tako dobio što manji broj, potrebno je da mu početna znamenka bude što manja, što znači da moramo brisati 3 i 7. Tako dobivamo 289 406.
   Sad se izostavlja još jedna znamenka (jasno, 9) i tako dobivamo **28 406**.
   b) Da bi nastali broj bio što veći, početna znamenka treba biti što veća.
   Rješenje je broj **89 406**.

   ....

4. Drugi je broj od prvog veći za 1996.
   Treći je broj od drugog veći za 1996 + 1996 = 3992.
   Četvrti je broj od trećeg veći za 3992 + 1996 = 5988.
   Peti je broj od četvrtog veći za 5988 + 1996 = 7984.
   Ova četiri broja zajedno daju broj 19 960. Ako se ovaj broj oduzme od zbroja svih 5 traženih brojeva imamo 20 440 – 19 960 = 480. Ako se 480 podijeli na pet jednakih dijelova, dolazi se do traženih pet brojeva:

prvi je traženi broj	**96**,
drugi je traženi broj	96 + 1996 = **2092**,
treći je traženi broj	2092 + 1996 = **4088**,
četvrti je traženi broj	4088 + 1996 = **6084**,
peti je traženi zbroj	6084 + 1996 = **8080**.

   ....

5. Prema uvjetima zadatka površina pravokutnika *ABCD* je $P = 18 \cdot 12 = 216\ cm^2$.
Površina je pravokutnih trokuta sa slike:

$$P_{AEG} = 27\ cm^2\ ,\ P_{EBF} = 27\ cm^2,\ \ P_{FCD} = 54\ cm^2,$$

$$P_{AEG} + P_{EBF} + P_{FCD} = 108\ cm^2.$$

Tražena je površina četverokuta *EFDG* jednaka $P_{ABCD} - 108\ cm^2$,
tj. $P_{EFDG} = 216 - 108 = \mathbf{108\ cm^2}$.

....

6. *x* i *x + 3* su stranice kvadrata. $O_1 = 4x$ i $O_2 = 4(x+3)$.
4x + 4x + 12 = 52, 8x = 40, x = 5. Stranice kvadrata su 5 i 8.
Njihovi **opsezi su 20 i 32**. Njihove **površine su 25 i 64**.

....

7. <u>*1. način*</u>
Zbroj je opsega trokuta koji su dobiveni 44 cm. Kako je 44 – 29 = 15 cm i kako ta razlika nastaje zbog toga jer se dužina koja dijeli zadani trokut uzima dva puta u toj razlici, dobivamo 15 cm : 2 = **7 cm 5 mm**.
<u>*2. način*</u>
Ako bi se vrhovi trokuta označili s *ABC* i druga rubna točka visine iz *C* s *D* , a visina s *x,* mogli bismo pisati:

$$\begin{aligned} & AC + x + AD = 18 \quad \text{i} \\ + \ & \underline{BC + x + DB = 26} \\ & AC + BC + (AD + DB) + 2x = 44 \\ & 29 + 2x = 44 \\ & 2x = 15 \\ & x = 15 : 2 \\ & x = \mathbf{7\ cm\ 5\ mm}. \end{aligned}$$

....

Rješenja

REGIONALNO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
DALMACIJA
1996. godina

V RAZRED

1. $(9 \cdot 8 - 16) : 7 + 5 = 13$.

   ....

2. Da bi se izračunalo koliko je domaćica imala kuna, treba izračunati najmanji zajednički višekratnik brojeva 32 i 36, zatim tom višekratniku dodamo 12.
   V (32, 36) = 288, 288 + 12 = 300 . Dakle, domaćica je imala **300 kuna**. Troši li dnevno 32 kune, nakon 9 dana ostat će joj 12 kuna. Troši li dnevno 36 kuna, nakon 8 dana ostat će joj 12 kuna.

   ....

3. Jednoznamenkastih brojeva ima 9.
   Dvoznamenkastih brojeva ima 90.
   Troznamenkastih brojeva ima 900.
   Za njihovo ispisivanje treba redom 9, 180 i 2700 znamenki.
   Broj je koji sadrži 1996-tu znamenku očito troznamenkast.
   Za pisanje svih jednoznamenkastih i dvoznamenkastih brojeva treba ukupno 9 + 180 = 189 znamenki, radi čega ostaje 1996 – 189 = 1807. S tih 1807 znamenki mogu se napisati 602 troznamenkasta broja i prestaje samo jedna znamenka, jer je 1807 = $3 \cdot 602 + 1$, što znači da se tražena znamenka nalazi na prvom mjestu u 603. troznamenkastom broju. Taj je **broj** 9 + 90 + 603 = **702**, a tražena je **znamenka 7**.

   ....

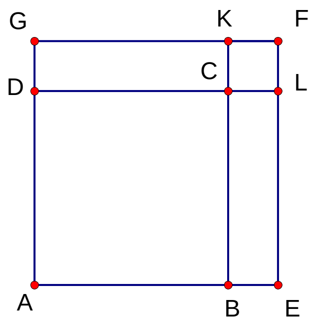
4. Ako su djeljenik i djelitelj brojevi a i b , vrijedi $a : b = 32$ (ostatak 30).
   Kako je djeljenik = količnik $\cdot$ divizor + ostatak, to je
   $a = 32 \cdot b + 30$, $a + b = 4287$, onda je $a = 4287 – b$.
   Iz tih jednakosti slijedi da je $32 \cdot b + 30 = 4287 - b$, $33b = 4257$, $b = 129$,
   $a = 4287 – 129$, $a = 4158$. Traženi brojevi su **4158 i 129**.

   ....

5. Traženom je kutu α komplementan $\beta = 90° - \alpha$, a suplementan $\gamma = 180° - \alpha$.
   Prema uvjetu zadatka je $\alpha – \beta = \gamma – \alpha$, odnosno $\alpha – (90° - \alpha) = (180° - \alpha) – \alpha$, odakle se dobiva $\alpha = 67.5° =$ **67° 30´**.

   ....

6. Nacrtaj kvadrat *ABCD.*



Produlji stranicu $\overline{AB}$ preko *B* do *E* i stranicu $\overline{AD}$ preko *D* do *G.* Iz *G* i *E* treba povući polupravce paralelne s $\overline{DC}$, odnosno $\overline{BC}$. Ova se dva polupravca sijeku u *F*.

Produljenjem $\overline{BC}$ kroz *C* do $\overline{GF}$ dobiva se *K*. Produljenjem $\overline{DC}$ kroz *C* do $\overline{EF}$ dobiva se *L.*

Iscrtaj razliku površina kvadrata *AEFG* i *ABCD.* Površina je kvadrata *CLFK* 4 cm^2. Površina je pravokutnika *BELC* jednaka površini pravokutnika DCKG

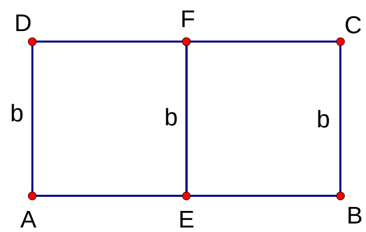
(24 – 4) : 2 = 10 cm^2 .

Odatle dobivamo $2 \cdot |BC| = 10$ ili $|BC| = 5\ cm$.

Dakle, površina manjeg kvadrata je **25 cm^2**, a većeg kvadrata **49 cm^2**.

....

7. Opseg je pravokutnika *ABCD 2a + 2b = 128.* Opseg je pravokutnika *AEFD 2b + a = 80,* a sastoji se od zbroja duljina stranica *d (A, E) + d (E, F) + d (F, D) + d (A, D) = 80.*



Kako su točke *E* i *F* polovišta stranica, to je *d (A, E) + d (F, D) = d (A, B) = a*, tj. opseg je pravokutnika *AEFD 2b + a = 80,* a on se od opsega pravokutnika *ABCD* razlikuje za duljinu stranice *a* , pa je *a = 128 – 80 = 48, a = 48 cm,*

O = 2a + 2b, 2b = O – 2a , 2b = 128 – 96, b = 16 cm,

P = $a \cdot b$*, P =* $48 \cdot 16$ *= 768,* ***P = 768 cm^2***.

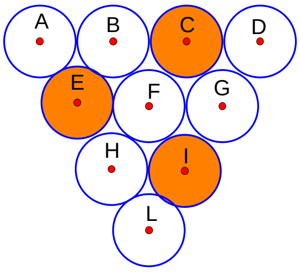
....

Rješenja

REGIONALNO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
DALMACIJA
1996. godina

VI RAZRED

1. Ovo je jedno od rješenja, ali treba uvažiti i svako drugo točno rješenje.



....

2. Ako s *x* označimo broj učenika, iz uvjeta zadatka stoji jednadžba

$$\frac{1}{9}x - 1 = \frac{1}{12}x \qquad \text{ili} \qquad \frac{8}{9}x + 1 = \frac{11}{12}x$$
$$\frac{1}{9}x - \frac{1}{12}x = 1 \qquad\qquad \frac{8}{9}x - \frac{11}{12}x = -1$$
$$\frac{4}{36}x - \frac{3}{36}x = 1 \qquad\qquad \frac{32}{36}x - \frac{33}{36}x = -1$$
$$x = 36 \qquad\qquad x = 36$$

U tom je razrednom odjelu bilo **36 učenika**.

....

3. Da bi naš broj bio djeljiv s 9, trebalo bi biti 1 + 9 + 9 + 6 + x + y djeljivo s 9, te je dalje 25 + x + y = 27 + x + y – 2 ili x + y – 2 = 9, x + y = 11. Tad bi *(x, y)* bio jedan od parova: (2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6), (6, 5), (7, 4), (8, 3), (9, 2).
Da bi naš broj bio djeljiv s 8, trebalo bi biti:
199 600 + 10x + y = $8 \cdot 24\,950 + 8x + 2x + y$.
Iz jednadžbe *x + y = 11* imamo *y= 11 – x.* Koristeći prethodnu jednakost dobivamo *2x + y = 2x + 11 – x = x + 11,* odakle zaključujemo da je *x = 5*, jer je tad dvoznamenkasti završetak 16.
Iz *x + y = 11* dobivamo *y = 6*, što znači da je naš broj **199 656**.

....

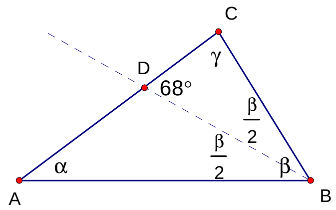
4. Za jedan dan zidar sazida $\frac{1}{10}$ garaže. Zidar i sin zajedno za jedan dan sazidaju $\frac{1}{6}$ garaže. Za jedan dan sam sin sazida $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$ garaže. Dakle, sam sin može sagraditi garažu **za 15 dana**.

....

5. Unutarnji kutovi trokuta imaju zajedno 180°. Vanjski kut trokuta ima toliko stupnjeva koliko imaju zajedno dva unutarnja kuta koji mu nisu sukuti.

   Za trokut *BCD* vrijedi:

   $$\frac{\beta}{2} + 68° + \gamma = 180°, \qquad (1)$$



   za trokut *ABD* vrijedi:

   $$68° = \alpha + \frac{\beta}{2}. \qquad (2)$$

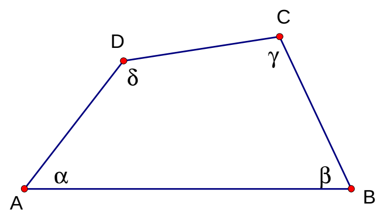
   Iz (1) i (2) slijedi:

   $$68° - \alpha + 68° + \gamma = 180°$$
   $$\gamma - \alpha = 180° - 136°$$
   $$\gamma - \alpha = 44°$$

   Tražena razlika je **44**°.

   ……

6. Unutarnji kutovi četverokuta imaju zajedno 360°.



   Dakle, $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$.

   Prema uvjetu zadatka $\alpha + \alpha + 30° + \alpha + 60° + \alpha + 90° = 360°$.

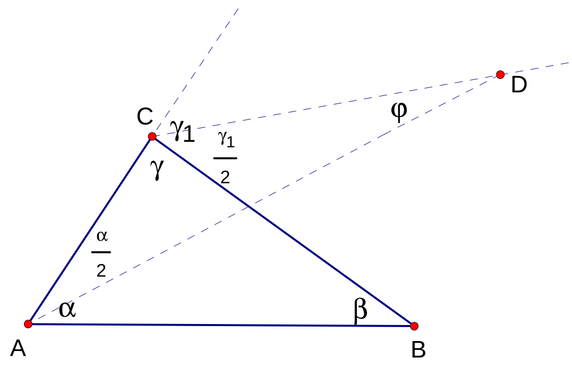
   Odatle slijedi $4\alpha = 180°$; $\boldsymbol{\alpha = 45°}$.

   Prema uvjetu zadatka $\boldsymbol{\beta = 75°}$ **;** $\boldsymbol{\gamma = 105°}$ **;** $\boldsymbol{\delta = 135°}$ **.**

   ……

7. Nacrtajmo sliku.

   Neka se spomenute simetrale sijeku u točki *D* pod kutom φ. Tad je $\gamma_1 = \alpha + \beta$ (vanjski kut trokuta *ABC*). Za trokut *ADC* imamo:



   $$\varphi + \frac{1}{2}\alpha + \gamma + \frac{1}{2}\gamma_1 = 180°$$

   odnosno

   $$\varphi + \frac{1}{2}\alpha + \gamma + \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 180°$$

   dakle

   $$\varphi + \alpha + \gamma + \frac{1}{2}\beta = 180°$$

   a jer je $\alpha + \beta + \gamma = 180°$,

   $$\alpha + \gamma = 180° - \beta$$

   imamo

   $$\varphi + 180° - \beta + \frac{1}{2}\beta = 180°$$

   odakle je

   $$\boldsymbol{\varphi = \frac{1}{2}\beta}$$

   ……