REGIONALNO NATJECANJE

1997. godina

Slavonija - Osječka regija

6. razred

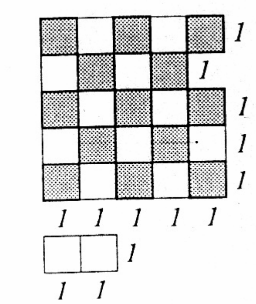
1. Izračunaj:

$$\left(\frac{1}{a-b}+\frac{1}{a+b}\right):\frac{2a}{a^2-b^2}$$

ako je $a=0.1$ i $b=\frac{1}{5}$ $(a^2=a\cdot a,\ b^2=b\cdot b)$.

2. Učenik je trebao zamišljeni broj podijeliti s *2, pa* dobivenom količniku dodati 6, ali je zabunom zamišljeni broj pomnožio *s 2* i od umnoška oduzeo 6. Međutim, dobio je rezultat kao da se nije zabunio. Koji je broj učenik zamislio?

3. Dana je "krnja" šahovska ploča 5 x 5 iz koje je uklonjeno jedno polje (vidi sliku).



Može li se ta ploča prekriti domino pločicama *(2 x 1),* ali tako da svaka pločica prekriva točno *2* polja ploče i da se pločice ne preklapaju?

4. Prodavačica prodaje punu košaru jaja. Kupac A prvo kupi polovicu sadržaja košare i još pola jaja. Zatim dođe kupac *B* i kupi polovicu ostatka jaja i još pola jaja. To isto učiniše redom kupci *C, D i E.* Nakon odlaska kupca *E* u košari više nije bilo jaja. Koliko je jaja bilo u košari? Je li prodavačica mogla prodati cijela jaja (bez razbijanja)?

5. Dan je pravac p i točke A i B s iste strane pravca p (izvan njega). Na pravcu *p* treba odrediti točku *C* tako da zbroj udaljenosti $|AC| + |BC|$ bude najmanji.

REGIONALNO NATJECANJE

1997. godina

Slavonija - Osječka regija

RJEŠENJA - 6. RAZRED

1. 1.

2. Neka je x zamišljeni broj. Prema uvjetu zadatka vrijedi jednadžba
$x:2+6 = x\cdot 2-6$. Njezino je rješenje $x = 8$. Učenik je zamislio broj 8.

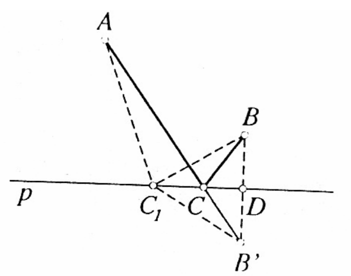
3. Na "krnjoj" ploči imamo 13 crnih i 11 bijelih polja. Budući da svaka domino pločica prekriva po jedno crno i jedno bijelo polje, a broj tih polja nije međusobno jednak, zadatak nema rješenja.

4. Budući da je svaki kupac uzeo pola sadržaja košare i još pola jaja, zaključujemo da je svaki od njih uzeo jedno jaje vise nego što je iza njega ostalo u košari. Nadalje, broj u košari preostalih jaja jednak je zbroju broja jaja koje je kupio sljedeći kupac i broja nakon njega u košari preostalih jaja. Gledajući unatrag imamo:

OSOBA	OST. JAJA	BR. KUPLJ. JAJA	UKUPNO
E	$e_1 = 0$	$e_2 = e_1 + 1 = 1$	$e_3 = e_1 + e_2 = 1$
D	$d_1 = e_3 = 1$	$d_2 = d_1 + 1 = 2$	$d_3 = d_1 + d_2 = 3$
C	$c_1 = d_3 = 3$	$c_2 = c_1 + 1 = 4$	$c_3 = c_1 + c_2 = 7$
B	$b_1 = c_3 = 7$	$b_2 = b_1 + 1 = 8$	$b_3 = b_1 + b_2 = 15$
A	$a_1 = b_3 = 15$	$a_2 = a_1 + 1 = 16$	$a_3 = a_1 + a_2 = 31$

U košari je bilo 31 jaje pa je prodavačica mogla prodati jaja bez razbijanja.

5. Vidi sliku.



Neka je B' osnosimetrična slika točke B s obzirom na pravac p i neka je točka C presjek pravaca AB' i p, a točka D presjek pravaca BB' i p. Zbog sukladnosti trokuta BCD i $B'CD$ zaključujemo da je $|BC| = |B'C|$.
Zato je $|AC| + |CB| = |AC| + |CB'| = |AB'|$.
Ako je $C_1 \in p$, $C_1 \neq C$, tada je
$|AC_1| + |C_1B| = |AC_1| + |C_1B'| > |AB'|$ (nejednakost trokuta),
tj. $|AC_1| + |C_1B| > |AC| + |CB|$.
Tražena točka je C jer je $|AC| + |BC|$ minimalno.