REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
RIJEKA 1997.

Rješenja zadataka
4. razred

1. 1) $(7 \cdot 6 + 12) : 3 - 1 = 17$

2) $(7 \cdot 6 + 12) : (3 - 1) = 27$

3) $7 \cdot [(6 + 12) : 3 - 1] = 35$

4) $7 \cdot 6 + 12 : (3 - 1) = 48$

2. Traženi dijelovi su 810 kn i 12 150 kn.

3. Prvi je broj n, drugi je $n + 2$, treći je $n + 4$, a četvrti $n + 6$.
Njihov je broj $4n + 12$, pa je $4n + 12 = 4052$.
Odatle dobivamo da je prvi traženi broj $n = 1010$, drugi 1012, treći 1014 i četvrti 1016.

4. U većoj se košari nalazi 344 jabuka, a u svakoj od manjih košara po 328 jabuka.

5. Opseg je trokuta $o = 364 \cdot 3 = 1092$ cm. Stranica je kvadrata $a = 1092:4 = 273$ cm.
Površina je kvadrata $P = 273 \cdot 273 = 74\,529$ cm^2.

6. Obje ure pokazat će iznova isto vrijeme onog trenutka kada druga ura (ona koja "žuri") bude "otišla" naprijed 12 sati. Budući da svakog sata "žuri" po 2 minute, da bi "otišla" naprijed 12 sati = 720 minuta u odnosu na uru koja "ide" točno, drugoj uri bit će potrebno 360 sati, jer je 720 : 2 = 360. Ako sad 360 sati podijeljeno s 24 sata dobivamo 15 dana.

Dakle, obje će ure prvi put opet pokazati isto vrijeme za 15 dana. tj. 20. lipnja 1997. godine u 21 sat.

7. Prvi krug $13 \cdot 9 + 1 = 118$; drugi krug $15 \cdot 7 + 2 = 107$; treći krug $17 \cdot 5 + 3 = 88$.
Zato je traženi broj u četvrtom krugu $19 \cdot 3 + 4 = 61$.

REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
RIJEKA 1997.

Rješenja zadataka
5. razred

1. Zadana jednakost može se napisati i ovako:

$$\begin{array}{r}
\underline{*\,9\,*\ \cdot\ 11} \\
\mathbf{*\,9\,*} \\
\underline{*\,9\,*} \\
\,\,*\,1\,*
\end{array}$$

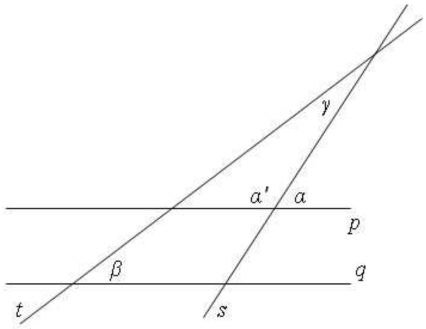
Rekonstruirano množenje glasi: $992 \cdot 11 = 10\,912$

2. $\alpha' = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 44^\circ 52' = 135^\circ 8'$,

$\gamma = 180^\circ - (\beta + \alpha') = 180^\circ - (30^\circ 7' + 135^\circ 8') =$

$= 180^\circ - 165^\circ 15' = 14^\circ 45'$.

Vidi sliku desno.



3. Zbroj je pet uzastopnih prirodnih brojeva, od kojih je n najmanji,

$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10 = 5(n + 2)$.

Broj $5(n + 2)$ nije jednostavan jer je djeljiv s 5 i s $(n + 2)$.

4. Budući da putniku poslije 5 dana putovanje ostaje 73 kn, ali zbog nedostatka 24 kn ne može ostati još jedan dan, znači da je putnik dnevno trošio (73 + 24) kn, tj. 97 kn. Prema tome, putnik je sa sobom ponio $97 \cdot 5 + 73 = 556$ kn.

5. Brojevi djeljivi s 5 jesu: 5, 10, 15, … , 990, 995 i ima ih 199.
Brojevi djeljivi sa 7 jesu: 7, 14, 21, … , 987, 994 i ima ih 142.
Brojevi djeljivi i s 5 i s 7 , tj. s 35 jesu: 35, 70, 105, …, 945, 980 i ima ih 28.
Dakle, brojeva koji su djeljivi s 5 ili sa 7 ima 199 + 142 – 28 = 313. Prema tome, prirodnih brojeva manjih od 1000, koji nisu djeljivi ni s 5 ni sa 7, ima ukupno: 999 – 313 = 686.

6. Označimo li tražene brojeve s a, b, c, d, onda je

$$a + b + c + d = 324 \qquad (*)$$

Dodamo li prvom broju 5, drugom oduzmemo 5, treći pomnožimo s 5, a četvrti podijelimo s 5, dobit ćemo jedan (isti) rezultat – označimo ga s k – dakle:

$$a + 5 = k, \qquad b - 5 = k, \qquad 5c = k, \qquad d : 5 = k \qquad (**)$$

Odavde je: $a = k - 5, \quad b = k + 5, \quad c = k : 5, \quad d = 5k.$

Zamjenom u (*) daje $(k - 5) + (k + 5) + (k : 5) + (5k) = 324$. Odatle dobivamo da je $k = 45$. Traženi brojevi su: $a = 40$, $b = 50$, $c = 9$, $d = 225$.

7. Označimo traženi broj s x. Budući da je djeljiv sa 7, oblika je $x = 7k$, $k \in \mathbb{N}$. Kako taj broj pri dijeljenju s 2, 3, 4, 5 i 6 daje ostatak 1, znači da je taj broj umanjen za 1 djeljiv s 2, 3, 4, 5 i 6. Najmanji tj. prvi takav broj je $V(2, 3, 4, 5, 6) = 60$.

S 2, 3, 4, 5 i 6 djeljivi su i svi višekratnici broja 60, tj. brojevi oblika $60n$, $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$.

Traženi brojevi su za 1 veći, tj. oni su oblika $60n+1$, $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$.

Odredimo sad ovakav broj tako da bude djeljiv sa 7, tj. takav da $7|(60n + 1)$, $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$.
Najmanji prirodni broj koji zadovoljava postavljene uvjete je 301.

REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
RIJEKA 1997.

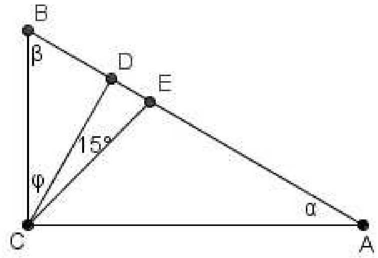
Rješenja zadataka
6. razred

1. 1

2. Zadani izraz možemo pisati ovako:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{9}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{13}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{13}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{13}=\frac{6}{13}.$$



3. Vidi sliku desno.
$\varphi = |\sphericalangle BCD| = |\sphericalangle ECB| - |\sphericalangle DCE| = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$,
$\beta = 90^\circ - \varphi = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, $\alpha = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

4. 1) Iz zadane jednadžbe slijedi $3\cdot\frac{9x+4}{6}=\frac{3}{4}\cdot p$. Dalje je $\frac{9x+4}{2}=\frac{3p}{4}$, $18x + 8 = 3p$,
$18x = 3p – 8$, $x = \frac{3p-8}{18}$.

2) Iz $\frac{2}{9}=\frac{3p-8}{18}$ slijedi $4 = 3p – 8$, a odavde je $p = 4$.

3) Zbog $x = \frac{3p-8}{18}$ mora biti $0\le\frac{3p-8}{18}\le 1$, tj. $0\le 3p-8\le 18$.

Tu nejednadžbu zadovoljavaju brojevi $p \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

5. Označimo s x duljinu cijelog puta. Iz uvjeta zadatka slijedi jednadžba: $1+\frac{x-1}{2}+\frac{x}{3}+1=x$.
Duljina cijelog puta iznosi 9 km.

6. Označimo traženi razlomak s $\frac{x}{y}$. Prema uvjetu zadatka je: $\frac{x+y}{y}=3\cdot\frac{x}{y}$.
Dalje je $1+\frac{x}{y}=3\cdot\frac{x}{y}$, $1=2\cdot\frac{x}{y}$, $\frac{x}{y}=\frac{1}{2}$. Dakle, traženi je razlomak $\frac{1}{2}$.

7. Označimo li s x znamenku desetica, a s y znamenku jedinica, traženi broj bit će oblika $10x+y$. Prema uvjetu zadatka je $10x + y = 2xy$. (*)
Odavde je vidljivo da je broj $10x + y$ djeljiv s 2, što znači da je y paran broj. Podijelimo li (*) s $2x$, dobit ćemo $5+\frac{y}{2x}=y$, (**)
a odavde zaključujemo da je $y < 5$. Kako je y paran jednoznamenkasti broj, znači da je ili $y = 6$, ili $y = 8$.
Ako je $y = 8$, tada iz (**) slijedi da je $x=\frac{4}{3}$, što je nemoguće jer je x znamenka.
Ako je $y = 6$, onda iz (**) slijedi da je $x = 3$. Dakle, traženi je broj 36.