MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za 8. regionalno natjecanje učenika
osnovnih škola Zagrebačke, Krapinsko–zagorske,
Sisačko–moslavačke, Karlovačke, Varaždinske, Koprivničko–križevačke,
Bjelovarsko–bilogorske, Međimurske županije i Grada Zagreba
7. lipnja 1997. godine

4. razred

1. Unuka je upitala baku: "Koliko imaš godina?" Baka je odgovorila: "Svaka od dvije znamenke u broju mojih godina jednaka je broju godina jednog od tvoja dva brata. Ako zbrojiš moje godine i godine tvoja dva brata dobit ćeš 85." Koliko godina ima baka?

2. Voćnjak je oblika pravokutnika duljina stranica 66 m i 34 m. U njemu su posađene voćke u redove između kojih je razmak 4 metra. Razmak između voćaka u jednom redu je također 4 metra, a od ruba voćnjaka voćke su udaljene 3 metra. Koliko je voćaka zasađeno u tom voćnjaku?

3. Opseg pravokutnika je 26 cm, a duljina jedne stranice je za 5 cm veća od duljine susjedne stranice. Koliki je opseg kvadrata koji ima površinu jednaku površini danog pravokutnika?

4. Zbroj dva broja je 450. Ako se veći pribrojnik podijeli s manjim pribrojnikom, dobije se količnik 1 i ostatak 20. Odredi vrijednost svakog pribrojnika.

5. Točke E i F su polovišta stranica $\overline{BC}$ i $\overline{AD}$ pravokutnika $ABCD$. Ako je opseg pravokutnika $ABCD$ 70 cm, a opseg pravokutnika $ABEF$ 58 cm, kolika je duljina dužine $\overline{EF}$?

RJEŠENJA

1. Baka ima 76 godina.

2. U dužem redu ima $(66-2\cdot3):4+1=16$ voćaka, a takvih
redova ima $(34-2\cdot3):4+1=8$. U voćnjaku ima $16\cdot8=128$
voćaka

3. $2a+2b=26$
$a=5+b$ $\Rightarrow b=4$ cm
$a=9$ cm, tj. taj pravokutnik ima
površinu 36 cm². Kvadrat iste površine ima stranicu
duljine 6 cm, a njegov opseg jednak je 24 cm.

4. Veći je pribrojnik za 20 ... veći od manjeg, pa
manji pribrojnik iznosi $(450-20):2=215$,
Veći pribrojnik je 235.

5. Pravokutnici ABEF i ECDF imaju isti opseg, pa
ako zbrojimo ta dva opsega dobit ćemo 116 cm.
S druge strane, taj je zbroj jednak zbroju
opsega pravokutnika ABCD i dvostruke duljine
stranice $\overline{EF}$. Dakle, $2|EF|=116-70=46$, $|EF|=23$ cm

MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za 8. regionalno natjecanje učenika
osnovnih škola Zagrebačke, Krapinsko–zagorske,
Sisačko–moslavačke, Karlovačke, Varaždinske, Koprivničko–križevačke,
Bjelovarsko–bilogorske, Međimurske županije i Grada Zagreba
7. lipnja 1997. godine

5. razred

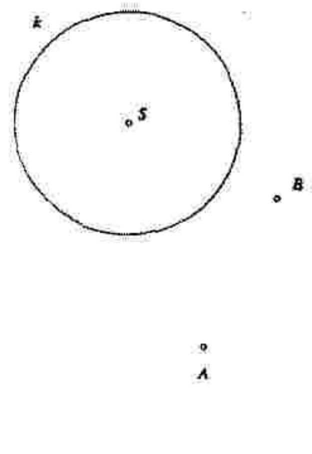
1. Koliko se puta broj 13 pojavljuje kao faktor u rastavu broja koji je jednak umnošku prvih 1000 prirodnih brojeva?

2. Ako nekom broju dopišemo zdesna nulu, pa dobiveni broj podijelimo s 15, a zatim dobivenom količniku zdesna dopišemo 3 i tako dobiveni broj podijelimo s 13, dobit ćemo 11. Koji je to broj?

3. Marko ima 64 sličice manje od Nenada. Kad bi svaki od njih kupio još 7 novih sličica tada bi Marko imao 5 puta manje sličica od Nenada. Koliko sličica ima Marko, a koliko Nenad?

4. Pavle ima određeni broj kuglica, koji je manji od 100. Igrajući se s kuglicama, počeo ih je brojati po 2, pri čemu mu je ostala 1 kuglica. Onda ih je prebrojao po 3 i opet mu je preostala jedna kuglica. Jedna kuglica je ostala i kad ih je brojao po 5 i po 6. Međutim brojeći ih po 7 nije preostala niti jedna kuglica. Koliko je kuglica imao Pavle?

5. Zadane su dvije točke A i B i kružnica k kao na slici. Konstruiraj sve jednakokračne trokute ABC kojima je $\overline{AB}$ osnovica, a vrh C pripada kružnici.



Rješenja
Regionalno 1997. g.
5. razred

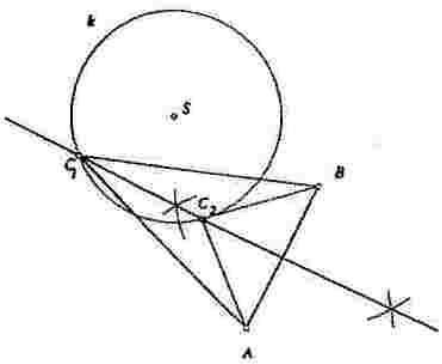
l. Od 1 do 5000 ima 76 višekratnika broja 13 koji u svom rastavu sadrže bar jednu 13. Ali među tim višekratnicima se nalaze i višekratnici koji u rastavu sadrže dvije 13. Takvih je brojeva 5. Brojeva sa tri i više 13 kao faktora nema manjih od 1000. Dakle, 13 se u umnošku 1 • 2 • 3... • 1000 pojavljuje 76+5=81 put kao faktor.

2. Pomnožimo li 11 i 13 dobit ćemo 143. Ispustimo li znamenku 3 dobit ćemo broj 14 koji pomnožen sa 15 daje 210. Ispustimo li znamenku 0 dobivamo traženi broj 21.

3. Ako je x broj i Markovih sličica, tada je x+64 broj Nenadovih sličica i vrijedi 5(x + 7) = x + 71, x = 9. Marko ima 9, a Nenad 73 sličice.

4. Neka je n traženi broj kuglica. Tada je n - 1 djeljiv sa 2, 3, 5 i 6, tj. n - 1 je višekratnik broja 30, tj. n - 1 je neki od brojeva 30, 60, 90. Tada je n $\in$ {31, 61, 91}, a od tih brojeva jedino je 91 djeljiv sa 7. Pavle ima 91 kuglicu.

5. Analiza:
Kako je $\overline{AB}$ osnovica jednakokračnog trokuta, to vrh C leži na simetrali te dužine.
Konstrukcija:
Konstruiramo simetralu dužine $\overline{AB}$. Presjek te simetrale i kružnice k su točke C_1 i C_2.
Traženi trokuti su ABC_1 *i* ABC_2.



MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za 8. regionalno natjecanje učenika
osnovnih škola Zagrebačke, Krapinsko–zagorske,
Sisačko–moslavačke, Karlovačke, Varaždinske, Koprivničko–križevačke,
Bjelovarsko–bilogorske, Međimurske županije i Grada Zagreba
7. lipnja 1997. godine

6. razred

1. Napiši sve četveroznamenkaste brojeve koji su djeljivi s 4 i s 9, koji pri dijeljenju s 10 imaju ostatak 4, a znamenka tisućica im je tri puta veća od znamenke stotica.

2. Krojačica je iz tkanine određene duljine iskrojila košulju. Za prednju stranu košulje upotrijebila je $\frac{3}{19}$ duljine tkanine. Zatim je $\frac{2}{11}$ ostatka upotrijebila za izradu stražnjeg dijela košulje. Za izradu rukava upotrijebila je $\frac{5}{16}$ novog ostatka i nakon toga joj je ostalo 180 cm više nego što je upotrijebila za izradu prednje strane košulje. Kolika je bila duljina tkanine prije početka krojenja?

3. Odredi sve pravokutnike čije su duljine stranica prirodni brojevi, a kojima su mjerni brojevi opsega i površine jednaki.

4. U jednakokračnom trokutu ABC s osnovicom $\overline{AB}$ i šiljastim kutom $\sphericalangle ACB$, visina iz vrha B siječe krak $\overline{AC}$ u točki E. Neka je D točka na pravcu AB takva da je trokut BED jednakokračan s osnovicom $\overline{DB}$. Dokaži da je $DE \perp BC$.

5. Kroz vrh tupog kuta paralelograma povučen je pravac p koji taj paralelogram više ne siječe niti u jednoj točki. Iz svakog od preostala tri vrha spuštene su okomice na pravac p. Dokaži da je duljina okomice spuštene iz vrha tupog kuta jednaka zbroju duljina okomica spuštenih iz vrhova dva šiljasta kuta.

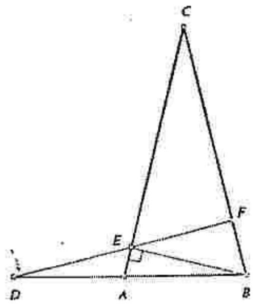
1.) Ako četveroznamenkasti broj $\overline{abcd}$ pri dijeljenju sa 10 ima ostatak 4, to znači da je $d=4$. Sada je, zbog djeljivosti sa 4, $c \in \{0,2,4,6,8\}$

slijedi je $a = 3b$. Prema kriteriju djeljivosti sa 9 slijedi da je $a+b+c+4 = 4b+c+4$ višekratnik broja 9. Traženi brojevi su 9324 i 6264.

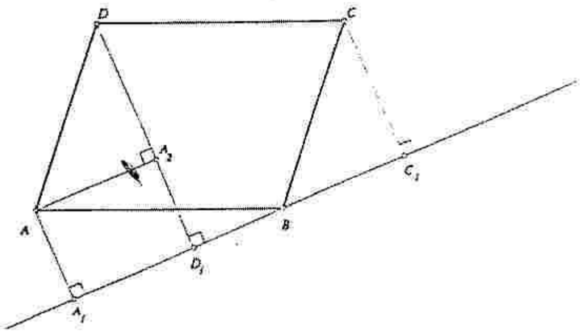
2. Vrijedi $\frac{11}{16}(\frac{9}{11}(\frac{16}{19}x)) = 180 + \frac{3}{19}$, tj. $x = 570$. Tkanina je bila dugačka 570 cm.

3. Uvjet zadatka $2a + 2b = ab$ se može napisati u obliku $a = 2 + \frac{4}{b-2}$. Dakle, $b - 2$ je djeljitelj broja 4, tj. $b \in \{3, 4, 6\}$. To su pravokutnici sa stranicama 3 i 6, te 4 i 4.

4. Neka je $\sphericalangle CAB = \alpha$. Tada je $\sphericalangle ABE = 90° - \alpha$, a zbog jednakokračnosti trokuta DBE je i $\sphericalangle EDB = 90° - \alpha$. Neka je točka F presjek pravaca DE i BC. Tada je $\sphericalangle DFB = 180° - \sphericalangle FDB - \sphericalangle DBF = 180° - (90° - \alpha) - \alpha = 90°$, tj. $DF = DE \perp BC$.



5. Iz točke A povucimo okomicu na dužinu $\overline{DD_1}$. Trokuti $\triangle BCC_1$ i $\triangle ADA_2$ su sukladni (zašto?), pa je $|DA_2| = |CC_1|$. $A_1D_1A_2A$ je pravokutnik, pa je $|AA_1| = |A_2D_1|$. Sada je $|DD_1| = |A_2D_1| + |DA_2| = |AA_1| + |CC_1|$.



3.)
$$2a + 2b = ab$$
$$2b = ab - 2a$$
$$2b = a(b-2)$$
$$a = \frac{2b}{b-2} = \frac{4+2b-4}{b-2} = \frac{4+2(b-2)}{b-2}$$
$$a = 2 + \frac{4}{b-2}$$

– [illegible] brojniku.

1997-OŠ-reg-456-zad+rj

http://www.matka.afu.hr/

http://public.carnet.hr/~ahorvate