

MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za županijsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
3. travnja 1998. godine

5. razred

1. Dani su razlomci: $\frac{35}{77}$, $\frac{220}{473}$, $\frac{1335}{2948}$, $\frac{137160}{301752}$ i $\frac{505050}{11111111}$. Za svaki od navedenih razlomaka utvrdi je li jednak razlomku $\frac{5}{11}$.

2. Tri prijatelja, Alen, Darko i Marko uspoređivala su svoje kućne brojeve. Njihovi kućni brojevi su troznamenkasti, pri čemu su ustanovili da su zbrojevi znamenaka kućnih brojeva međusobno jednaki. Koji je Alenov i Markov kućni broj, ako:

1. niti jedan broj ne sadrži znamenku koja se nalazi u nekom drugom broju;
2. niti jedan broj nema znamenku stotica 4;
3. Darkov kućni broj je 252;
4. Markov kućni broj ima znamenku jedinica 6;
5. Alenov kućni broj počinje znamenkom 7?

3. Na skladištu je bilo 6 sanduka jabuka od 22, 23, 26, 28, 29 i 31 kg. Dva su kupca kupila pet sanduka jabuka, tako da je jedan kupac kupio 4 puta manju masu jabuka od drugog kupca.

Koji je sanduk jabuka ostao neprodan ?

4. Umnožak dva prirodna broja je 1176, a njihov najmanji zajednički višekratnik je 168. Koji su to brojevi ?

5. Na koliko različitih načina možemo razmijeniti novčanicu od 50 kuna koristeći se kovanicama ili novčanicama od 2 kn, 5 kn i 10 kn?

RJEŠENJA ZA 5. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Kako je $\frac{35}{77} = \frac{5 \cdot 7}{7 \cdot 11} = \frac{5}{11}$, $\frac{220}{473} = \frac{5 \cdot 44}{11 \cdot 43}$, $\frac{1335}{2948} = \frac{5 \cdot 267}{11 \cdot 268}$, $\frac{137160}{301752} = \frac{5 \cdot 27432}{11 \cdot 27432} = \frac{5}{11}$, $\frac{505050}{11111111} = \frac{5 \cdot 101010}{11 \cdot 1010101}$.
Slijedi da su prvi i četvrti razlomak jednaki razlomku $\frac{5}{11}$, a drugi, treći i peti razlomak nisu jednaki razlomku $\frac{5}{11}$.

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Očito je zbroj znamenki svakog od tri kućna broja jednak $2 + 5 + 2 = 9$. Kako Alenov kućni broj počinje znamenkom 7, slijedi da je zbroj znamenki desetica i jedinica jednak 2, a zbog prvog uvjeta zaključujemo da je Alenov kućni broj 711. 5 bodova

Zbroj znamenki stotica i desetica Markovog kućnog broja je 3, a to znači da su jedino moguće znamenke stotica i desetica 0 i 3. Kako broj ne može početi sa 0, slijedi da je Markov kućni broj 306. 5 bodova

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Očito je u svih 6 sanduka ukupno bilo 159 kg jabuka. 1 bod

Ako je jedan kupac kupio 4 puta manje od drugog, slijedi da je ukupna masa koju su kupila oba kupca, broj djeljiv sa 5, a to znači da je zadnja znamenka tog broja 0 ili 5. 4 boda

Sad je jasno da od broja 159 valja oduzeti broj kome je zadnja znamenka ili 4 ili 9. Kako broj sa zadnjom znamenkom 4 ne postoji, zaključujemo da od 159 valja oduzeti broj komu je zadnja znamenka 9. 3 boda

Kako je broj 29 jedini od navedenih brojeva sa zadnjom znamenkom 9, slijedi da je ostao neprodan sanduk sa 29 kg jabuka. 2 boda.

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Rastavimo li umnožak traženih brojeva i njihov najmanji zajednički višekratnik na proste faktore dobivamo $1176 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$ i $168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$. 2 boda

Iz definicije zajedničkog višekratnika slijedi da jedan od traženih brojeva mora među svojim prostim faktorima imati 3 dvojke, pri čemu drugi od traženih brojeva nema niti jednu dvojku, jer bi u suprotnom u umnošku bile 4 ili više dvojki. 2 boda

Kada bi jedan od traženih brojeva imao među svojim prostim faktorima 2 sedmice, tada bi i njihov zajednički višekratnik imao 2 sedmice, a ako bi jedan imao 2 sedmice, a drugi 1 sedmicu, tada bi njihov umnožak imao 3 sedmice. To znači da svaki od traženih brojeva ima među svojim prostim faktorima jednu sedmicu. 2 boda

Faktor 3 može biti ili u jednom ili u drugom od traženih brojeva. 2 boda

Zato imamo ova dva rješenja: 168 i 7 ili 56 i 21. 2 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Svota koju čine kovanice od 5 kn i novčanice od 10 kn sigurno je djeljiva sa 5, a kako je i 50 kn djeljivo sa 5, slijedi da svota koju čine kovanice od 2 kn mora biti djeljiva sa 5, a to je moguće samo ako je broj tih kovanica djeljiv sa 5. Dakle, kovanica od 2 kn ima 0,5,10,15,20 ili 25. 2 boda

Svota koju čine kovanice od 2 kn i novčanice od 10 kn sigurno je djeljiva sa 2, a kako je i 50 kn djeljivo sa 2, slijedi da svota koju čine kovanice od 5 kn mora biti djeljiva sa 2, a to je moguće samo ako je broj tih kovanica djeljiv sa 2. 2 boda

U sljedećoj tabeli prikazane su sve mogućnosti:

Broj kovanica po 2 kn	Broj kovanica po 5 kn	Broj novčanica po 10 kn	Broj načina
0	0,2,4,6,8,10	5,4,3,2,1,0	6
5	0,2,4,6,8	4,3,2,1,0	5
10	0,2,4,6	3,2,1,0	4
15	0,2,4	2,1,0	3
20	0,2	1,0	2
25	0	0	1

5 bodova

Prema tome, 50 kn možemo razmijeniti na 21 različit način.

1 bod

..... UKUPNO 10 BODOVA