Regionalno natjecanje RH
1999. godina

4. razred

1. Ivica i Marica odlučiše kupiti po jednu čokoladu. Ivici je nedostajalo 7, a Marici 2 kune. Kad su pokušali zajedno kupiti samo jednu čokoladu, nedostajala im je jedna kuna. Kolika je cijena jedne čokolade i koliko je svatko od njih imao kuna?

2. Koji osmeroznamenkasti brojevi napisani pomoću znamenaka 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4 imaju svojstvo da se između dviju znamenaka 1 nalazi jedna znamenka, između dviju znamenaka 2 dvije znamenke, između dviju znamenaka 3 tri znamenke, te između dviju znamenaka 4 četiri znamenke?

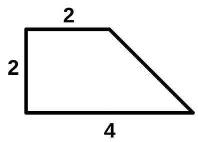
3. a) Umjesto znaka * stavi odgovarajuće znamenke tako da naznačeno množenje bude točno:

```
  * * * 7 · * * *
-----------------
* * 7 * *
  * * 2 0 3
    * * * * 6
-----------------
4 * * * * * *
```

   b) Umjesto slova stavi odgovarajuće znamenke takve da naznačeno zbrajanje bude točno:

$$U + AAA + AAA = U\ AAA\ .$$

4. Zadani lik podijeli na četiri jednaka dijela po obliku i površini.



5. U većem kvadratu $ABCD$ nacrtaj manji kvadrat $AEFG$. Razlika njihovih površina je 105 cm^2, a duljina stranice većeg kvadrata je za 7 cm veća od duljine stranice manjeg kvadrata. Izračunaj opseg i površinu manjeg kvadrata.

Regionalno natjecanje RH
1999.

5. razred

1. Čaša je napunjena crnom kavom. Iz čaše otpijemo šestinu kave pa dopunimo mlijekom, a zatim otpijemo trećinu mješavine kave i mlijeka i čašu ponovo napunimo mlijekom. Zatim otpijemo polovicu nove mješavine i čašu opet dopunimo mlijekom. Na kraju ispijemo cijelu mješavinu. Čega smo više popili – crne kave ili mlijeka?

2. Izračunaj vrijednost izraza:

   a) $\dfrac{T \cdot A \cdot L \cdot E \cdot S}{P \cdot I \cdot T \cdot A \cdot G \cdot O \cdot R \cdot A}$, b) $ABB + BB = BBA$

   ako svako slovo predstavlja jednu znamenku (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) i to tako da različita slova predstavljaju različite znamenke, a jednaka slova jednake znamenke.

3. Od znamenaka troznamenkastog broja moguće je sastaviti šest dvoznamenkastih brojeva. Koji je troznamenkasti broj jednak polovici zbroja svih šest tako dobivenih dvoznamenkastih brojeva?

4. Zadana su dva kvadrata. Razlika duljina njihovih stranica iznosi 11 cm, a razlika njihovih površina 671 cm^2. Izračunaj zbroj opsega zadanih kvadrata.

5. Zadana su dva različita usporedna pravca a i b i pravac c koji ih presijeca. Odredi parove točaka (B,C) takve da je B na pravcu b i C na pravcu c, koje su simetrične u odnosu na pravac a.

Regionalno natjecanje RH
1999.

6. razred

1. Pri rješavanju jednadžbe

$$\frac{5x-3}{2}-\frac{3x-5}{4}=5$$

učenik je umjesto koeficijenta 3 uz x u drugom razlomku napisao neki drugi broj i na taj način dobio za 18 veću vrijednost nepoznanice x u odnosu na njezinu stvarnu vrijednost. Koji je broj učenik napisao umjesto koeficijenta 3?

2. Odredi sve cijele brojeve y za koje je razlomak $\frac{5y-6}{y}$ pozitivan cijeli broj.

3. Umnožak dvaju troznamenkastih brojeva zapisuje se samo pomoću znamenke 3. Koji su to brojevi?

4. Dokaži: simetrala unutarnjeg kuta α i simetrala vanjskog kuta β_1 trokuta zatvaraju kut veličine $\frac{\gamma}{2}$.

5. Nacrtaj raznostraničan šiljastokutan trokut ABC i kroz vrh C povuci pravac p usporedan sa stranicom $\overline{AB}$. Simetrala kuta ABC siječe pravac p u točki D, a simetrala kuta BAC siječe pravac p u točki E. Dokaži da je $|DE|=|AC|+|BC|$.

Rješenja

Regionalno natjecanje RH
1999.

4. razred

1. Jedna čokolada stoji 9 kn; Ivica je imao 1 kn, a Marica 6 kn.

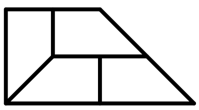
2. Traženi brojevi su 41312432 i 23421314.

3. a)

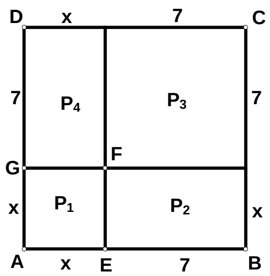
$5467 \cdot 898$		$4467 \cdot 898$
43736		35736
49203	ili	40203
+ 43736		+ 35736
4909366		4011366

   b) 1 + 999 + 999 = 1999.

4. Vidi sliku.



5.



Uz oznake sa slike vrijedi:

$$P_1 = x \cdot x$$
$$P_2 = P_4 = 7 \cdot x$$
$$P_3 = 7 \cdot 7$$
$$P_2 + P_3 + P_4 = 105$$

Uvrštavanjem nalazimo $7 \cdot x + 49 + 7 \cdot x = 105$, odakle je $x = 4\,\text{cm}$.
Zato je $o = 16\,\text{cm}$ i $P = 16\,\text{cm}^2$.

Rješenja

Regionalno natjecanje RH
1999.

5. razred

1. U čašu je dolijevano redom $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{2}$ mlijeka, dakle ukupno 1 čaša. Popili smo jednake količine (po jednu čašu) kave i mlijeka.

2. a) Razlomak ima 10 različitih slova (znamenki), pa je jedna od njih nula. Nula ne može biti u nazivniku, nego mora biti u brojniku. Zato je vrijednost tog razlomka nula.

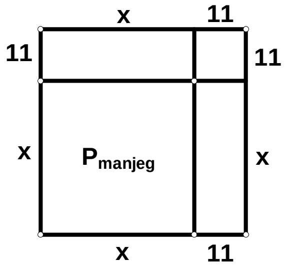
   b) 899 + 99 = 998.

3. $\overline{ab}+\overline{ba}+\overline{ac}+\overline{ca}+\overline{bc}+\overline{cb}=2\cdot\overline{abc}$

$$22\cdot(a+b+c)=2\cdot(100a+10b+c)$$
$$11a+11b+11c=100a+10b+c$$
$$89a=10c+b$$

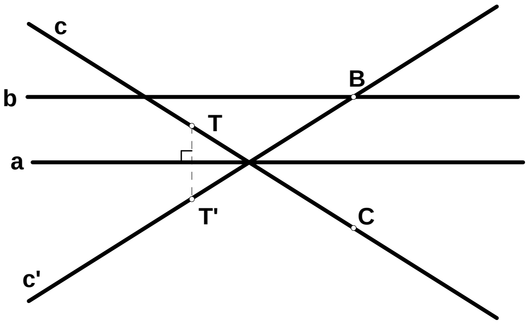
Odatle slijedi $a=1$, $c=8$ i $b=9$, tj. traženi je broj 198.

4.



Uz oznake kao na slici vrijedi $x\cdot 11+11\cdot 11+11\cdot x=671$, a odatle je $x=25$ cm. Stranica manjeg kvadrata ima duljinu 25 cm, a većeg 36 cm. Zbroj opsega tih dvaju kvadrata je 244 cm.

5.



Treba konstruirati pravac c' kao osnosimetričnu sliku pravca c u odnosu na pravac a. Tražena točka B je sjecište pravaca c' i b, a točka C je osnosimetrična slika točke B.

Rješenja

Regionalno natjecanje RH
1999.

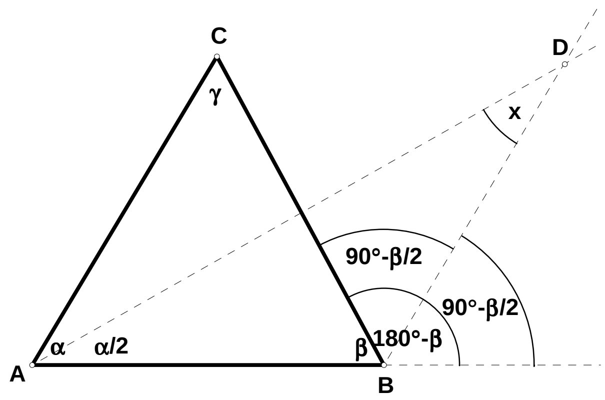
6. razred

1. Rješavanjem zadane jednadžbe dobivamo rješenje x=3.
Budući da je učenik dobio vrijednost za 18 veću, on je dobio 3+18=21.
S **a** označimo broj kojeg je učenik zapisao umjesto koeficijenta 3 u drugom razlomku. Budući da je 21 rješenje tako dobivene jednadžbe, mora vrijediti:
$\frac{5\cdot 21-3}{2}-\frac{a\cdot 21-5}{4}=5$.
Rješenje te jednadžbe je a=9. Dakle, učenik je umjesto koeficijenta 3 napisao koeficijent 9.

2. Sređivanjem zadanog izraza dobivamo:
$\frac{5y-6}{y} = \frac{5y}{y}-\frac{6}{y} = 5-\frac{6}{y}$.
Razlomak $\frac{6}{y}$ je cijeli broj ako je y jedan od sljedećih brojeva: 1, 2, 3, 6, -1, -2, -3 ili -6.
Izraz $5-\frac{6}{y}$ bit će pozitivan cijeli broj za sve navedene vrijednosti osim za 1.
Dakle, y može biti bilo koji od ovih brojeva: 2, 3, 6, -1, -2, -3 ili -6.

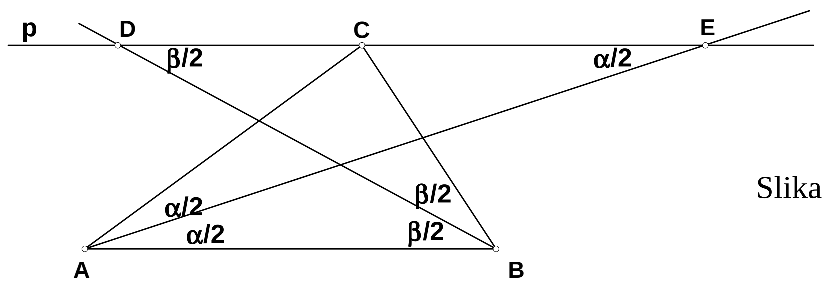
3. Traženi umnožak može biti peteroznamenaksti 33333 ili šesteroznamenaksti 333333. Oni se mogu dobiti na ove načine: 123·271=33333 i 429·777=333333.

4. Znamo da je zbroj kutova trokuta 180°, $\alpha+\beta+\gamma=180°$.
Za vanjski kut β_1 vrijedi $\beta_1=180°-\beta$. Simetrala tog kuta dijeli taj kut na dva jednaka kuta čije su veličine $\frac{180°-\beta}{2}=\frac{180°}{2}-\frac{\beta}{2}=90°-\frac{\beta}{2}$.
Ako sa D označimo sjecište simetrala kuta α i simetrala kuta β_1 (vidi sliku), za trokut ABD također vrijedi da je zbroj njegovih kutova jednak 180°. Ako sa x označimo kut kod vrha D, dobivamo:
$x=180°-\alpha/2-(90°-\beta/2)=90°-\alpha/2-\beta/2=(180°-\alpha-\beta)/2=\gamma/2$,
a to je i trebalo dokazati.



Slika - 4. zadatak

5.



Slika - 5. zadatak

Budući da je pravac p paralelan s pravcem AB, simetrale kutova α i β su transverzale tih paralelnih pravaca, pa iz jednakosti kutova zaključujemo da je $\measuredangle \mathrm{CEA} = \alpha / 2$. Stoga trokut AEC ima dva jednaka kuta, pa je on jednakokračan i vrijedi $|\mathrm{AC}| = |\mathrm{CE}|$.

Slično zaključujemo da je $|\mathrm{BC}| = |\mathrm{CD}|$.

Stoga je $|\mathrm{DE}| = |\mathrm{CE}| + |\mathrm{CD}| = |\mathrm{AC}| + |\mathrm{BC}|$.