MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

## 11. DRŽAVNI SUSRET MLADIH MATEMATIČARA REPUBLIKE HRVATSKE

Zadar, 2. – 5. svibnja 2002. godine

### Zadaci za 7. razred

1. U kutiji se nalazi jednaki broj crvenih i plavih kuglica. Da smo u kutiju stavili 3 crvene i 1 plavu kuglicu više, omjer broja crvenih kuglica i ukupnog broja kuglica u kutiji bio bi veći od 0.503.
   Koliki je najveći mogući broj crvenih kuglica u kutiji?

2. U svakom od dva voćnjaka uzgajaju se jabuke i kruške. Pri tome stabla jabuke čine 65% broja stabala u prvom voćnjaku i 45% broja stabala u drugom voćnjaku, odnosno 53% ukupnog broja stabala u oba voćnjaka zajedno.
   Koliki postotak ukupnog broja stabala u oba voćnjaka zajedno čine stabla voćaka iz prvog voćnjaka?

3. Odredi sve cijele brojeve $a$ takve da je površina trokuta što ga u koordinatnom sustavu određuju pravci $y = ax$, $y = 0$ i $x + 2y - 4 = 0$ prirodni broj.

4. Dan je jednakostranični trokut $ABC$. Na stranici $\overline{AB}$ odabrane su točke $M$ i $N$ takve da je $|AM| = |MN| = |NB|$, a na stranici $\overline{AC}$ točka $P$ takva da je $|CP| = |AM|$. Odredi $\sphericalangle PMC + \sphericalangle PNC$.

5. Dan je trokut $ABC$ površine 60 $\text{cm}^2$. Neka su točka $M$ na stranici $\overline{AB}$ i točka $N$ na stranici $\overline{BC}$ takve da je $|AM| = 2|MB|$ i $|BN| = |NC|$, te neka je točka $P$ sjecište dužina $\overline{AN}$ i $\overline{CM}$. Izračunaj površinu četverokuta $MBNP$.

MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

# 11. DRŽAVNI SUSRET MLADIH MATEMATIČARA REPUBLIKE HRVATSKE

Zadar, 2. – 5. svibnja 2002. godine

## Zadaci za 8. razred

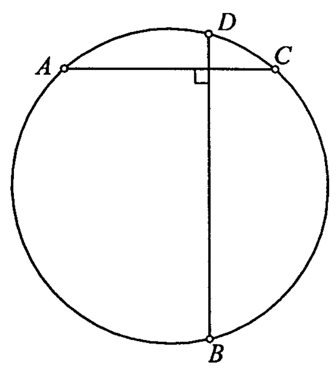
1. Odredi sve parove realnih brojeva $(x, y)$ takve da je $x - 12y = 4$ i $2x - 24y = 8xy$.

2. U kutiji se nalaze kuglice i kockice crvene i zelene boje, pri čemu kuglice čine 48% ukupnog broja predmeta u kutiji. Omjer broja crvenih kuglica i broja zelenih kuglica jednak je omjeru broja svih crvenih predmeta i broja svih zelenih predmeta u kutiji. Izračunaj omjer broja crvenih kuglica i broja crvenih kockica u kutiji.

3. Radnik je neki posao završio za 5 dana. Prvog je dana obavio $\frac{1}{m}$ posla, gdje je $m$ neki prirodni broj. Drugog dana obavio je $\frac{1}{n}$ ostatka posla koji mu je ostao nakon prvog dana, pri čemu je $n$ neki prirodni broj veći od $m$. Trećeg dana radnik je obavio $\frac{1}{m}$ ostatka posla koji mu je ostao nakon drugog dana, a četvrtog dana još $\frac{1}{n}$ posla preostalog nakon trećeg dana. Petog je dana obavio preostalu $\frac{1}{4}$ cijelog posla. Odredi brojeve $m$ i $n$.

4. Dan je pravokutni trokut $ABC$ takav da je $\sphericalangle BCA = 90°$ i $\sphericalangle CAB = 15°$. Izračunaj vrijednost izraza $\frac{|AC|}{|BC|} + \frac{|BC|}{|AC|}$.

5. Dužine $\overline{AC}$ i $\overline{BD}$ dvije su međusobno okomite tetive kružnice, kao na slici. Okomica povučena iz točke $A$ na pravac $CD$ siječe pravac $BD$ u točki $M$, a okomica iz točke $B$ na pravac $CD$ siječe pravac $AC$ u točki $N$. Dokaži da je četverokut $ABNM$ romb.



## RJEŠENJA ZADATAKA ZA 7. RAZRED

$\boxed{1.}$ Označimo li broj crvenih kuglica sa $x$, ukupni broj kuglica u kutiji jednak je $x + x = 2x$. Dodavanjem tri crvene i jedne plave kuglice broj crvenih kuglica u kutiji postaje $x + 3$, a ukupni broj kuglica u kutiji $2x + 3 + 1 = 2x + 4$. Prema uvjetu zadatka tada je

$$\frac{x+3}{2x+4} > 0.503, \quad \text{tj.} \quad \frac{x+3}{2x+4} > \frac{503}{1000}.$$

Budući da je $2x+4 > 0$, znak nejednakosti neće se promijeniti pomnožimo li prethodnu relaciju sa $1000\,(2x+4)$. Tako dobijemo da je $1000\,(x+3) > 503\,(2x+4)$, tj. $1000x + 3000 > 1006x + 2012$. Odavde je $988 > 6x$, odnosno $\frac{988}{6} > x$, tj. $164.\dot{6} > x$. Najveći prirodni broj $x$ za kojeg ovo vrijedi je $x = 164$.

Dakle, u kutiji se mogu nalaziti najviše 164 crvene kuglice.

.................................................................................................... UKUPNO 10 BODOVA

$\boxed{2.}$ Neka je $x$ broj stabala u prvom, a $y$ u drugom voćnjaku. U oba voćnjaka tada ima ukupno $x + y$ stabala voćaka. Broj stabala jabuke u prvom voćnjaku je $65\%x = \frac{65}{100}x$, u drugom voćnjaku $45\%y = \frac{45}{100}y$, a u oba voćnjaka zajedno $53\%\,(x+y) = \frac{53}{100}\,(x+y)$. Prema tome, vrijedi jednakost

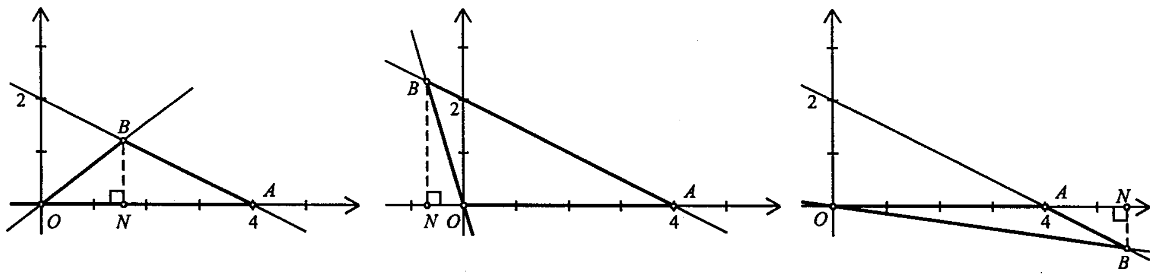
$$\frac{65}{100}x + \frac{45}{100}y = \frac{53}{100}\,(x+y),$$

tj. nakon množenja sa 100, $65x + 45y = 53\,(x+y)$. Nas zanima omjer $\frac{x}{x+y}$, pa prethodnu jednakost zapišimo u obliku $45x + 20x + 45y = 53\,(x+y)$, odakle je $45\,(x+y) + 20x = 53\,(x+y)$, tj. $20x = 8\,(x+y)$, odnosno $\frac{x}{x+y} = \frac{8}{20} = \frac{40}{100}$.

Dakle, $x = 40\%\,(x+y)$, tj. voćke iz prvog voćnjaka čine 40% ukupnog broja stabala u oba voćnjaka zajedno.

.................................................................................................... UKUPNO 10 BODOVA

$\boxed{3.}$ Uočimo odmah da je $y = 0$ jednadžba $x$-osi koordinatnog sustava i da svaki pravac s jednadžbom oblika $y = ax$ prolazi ishodištem $O(0,0)$. Prevedimo jednadžbu trećeg danog pravca u eksplicitni oblik. Dobijemo $y = -\frac{1}{2}x + 2$, odakle lagano slijedi da taj pravac siječe $x$-os u točki $A(4,0)$, a $y$-os u točki $C(0,2)$. Nacrtajmo sva tri pravca u koordinatnom sustavu. Razlikujemo tri slike, s obzirom na to u kojem se kvadrantu sijeku pravci $p \ldots y = ax$ i $q \ldots y = -\frac{1}{2} + 2$ (pravac $q$ ne prolazi trećim kvadrantom!).




Trokut kojeg određuju dana tri pravca ima osnovicu $\overline{OA}$ i visinu $\overline{BN}$, pri čemu je točka $B$ sjecište pravaca $p$ i $q$, a točka $N$ nožište visine iz vrha $B$ trokuta $OAB$. Odmah je $|OA| = 4$, a duljina visine $\overline{BN}$ je apsolutna vrijednost ordinate točke $B$. Dakle, površina trokuta $OAB$ je $P(OAB) = \frac{1}{2}\cdot|OA|\cdot|BN| = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot|BN| = 2|BN|$. Ostaje odrediti koordinate točke $B(x_B, y_B)$. Iz $ax = -\frac{1}{2}x + 2$ slijedi da je $x_B = \frac{4}{2a+1}$ (za $a = -\frac{1}{2}$ pravci $p$ i $q$ se ne sijeku!) i $y_B = \frac{4a}{2a+1}$. Prema tome,

$$P(OAB) = 2\cdot\left|\frac{4a}{2a+1}\right| = \left|\frac{4(2a+1)-4}{2a+1}\right| = \left|4 - \frac{4}{2a+1}\right|.$$

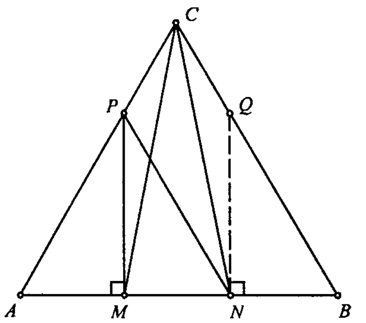
To znači da će površina $P(OAB)$ biti cijeli broj jedino ako je $\frac{4}{2a+1} \in \mathbf{Z}$, tj. za $2a+1 \in \{-4,-2,-1,1,2,4\}$. Tada je $2a \in \{-5,-3,-2,0,1,3\}$, tj. $a \in \left\{-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -1, 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right\}$. Budući da tražimo samo cijele brojeve $a$, ostaju jedino mogućnosti $a = -1$ i $a = 0$. No, za $a = 0$ pravac $p$ ima jednadžbu $y = 0$, tj. on je $x$-os koordinatnog sustava, pa tri (tj. dva) dana pravca ne određuju trokut. Za $a = -1$ površina trokuta $OAB$ je

$$P(OAB) = \left|4 - \frac{4}{-1}\right| = |4 + 4| = 8.$$

Dakle, jedini cijeli broj $a$ s traženim svojstvom je $a = -1$.

........................................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

**4.**



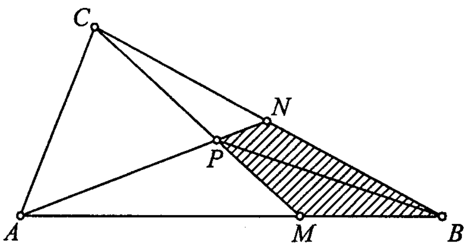

Neka je $a$ duljina stranica trokuta $ABC$. Prema pretpostavci tada je $|AM| = |MN| = |NB| = |PC| = \frac{1}{3}a$ i $|AN| = |MB| = |AP| = \frac{2}{3}a$. Odaberimo na stranici $\overline{BC}$ točku $Q$ takvu da je $|CQ| = \frac{1}{3}a$, odnosno $|BQ| = \frac{2}{3}a$. Budući da je $|AC| = |BC|$, $|AP| = |BQ|$, $|AM| = |BN|$, te $\sphericalangle CAM = \sphericalangle PAM = \sphericalangle QBN = \sphericalangle CBN = 60°$, vrijede sukladnosti $\triangle CAM \cong \triangle CBN$ i $\triangle AMP \cong \triangle BNQ$. Zbog toga je $|CM| = |CN|$ i $|PM| = |QN|$, te iz $|CP| = |CQ|$ slijedi i sukladnost trokuta $CPM$ i $CQN$. Prema tome, $\sphericalangle PMC = \sphericalangle QNC$. Uočimo još i da je trokut $ANP$ jednakostraničan ($|AP| = |AN|$, $\sphericalangle PAN = 60°$), a točka $M$ je polovište stranice $\overline{AN}$.

Zato je $\sphericalangle ANP = 60°$ i $\sphericalangle ANQ = \sphericalangle BNQ = \sphericalangle AMP = 90°$. Sada je

$$\sphericalangle PMC + \sphericalangle PNC = \sphericalangle QNC + \sphericalangle PNC = \sphericalangle PNQ = \sphericalangle ANQ - \sphericalangle ANP = 90° - 60° = 30°.$$

........................................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

**5.**




Odmah je $|AM| = \frac{2}{3}|AB|$, $|MB| = \frac{1}{3}|AB|$ i $|BN| = |NC| = \frac{1}{2}|BC|$. Površinu četverokuta $MBNP$ izračunat ćemo kao zbroj površina trokuta $MBP$ i $BNP$, tj.

$$P(MBNP) = P(MBP) + P(BNP).$$

Označimo $x = P(MBP)$ i $y = P(BNP)$. Tada je $P(MBNP) = x + y$. Pogledajmo sada trokute $ABP$, $AMP$ i $MBP$. Oni imaju zajedničku visinu iz vrha $P$. Označimo li duljinu te visine sa $v$, za površine tih trokuta vrijedi $P(ABP) = \frac{1}{2}v|AB|$,

$P(AMP) = \frac{1}{2}v|AM| = \frac{1}{2}v \cdot \frac{2}{3}|AB| = \frac{2}{3}P(ABP)$ i $P(MBP) = \frac{1}{2}v|MB| = \frac{1}{2}v \cdot \frac{1}{3}|AB| = \frac{1}{3}P(ABP)$, odakle je $P(ABP) = 3P(MBP) = 3x$ i $P(AMP) = \frac{2}{3} \cdot 3x = 2x$. Budući da i trokuti $BCP$, $BNP$ i $NCP$ imaju zajedničku visinu iz vrha $P$, analognim zaključivanjem dobivamo $P(BNP) = \frac{1}{2}P(BCP)$ i $P(NCP) = \frac{1}{2}P(BCP)$, tj. $P(BCP) = 2P(BNP) = 2y$ i $P(NCP) = y$. Ostaje još pronaći relacije koje povezuju $x$ i $y$. U tu svrhu promotrimo trokute $MBC$ i $ABN$. Odmah je $P(MBC) = P(MBP) + P(BCP) = x + 2y$ i $P(ABN) = P(ABP) + P(BNP) = 3x + y$. S druge strane, kako trokuti $ABC$ i $MBC$ imaju zajedničku visinu iz vrha $C$, slično kao i prije imamo $P(MBC) = \frac{1}{3}P(ABC) = \frac{1}{3} \cdot 60 = 20\ \text{cm}^2$. Isto tako, zbog zajedničke visine iz vrha $A$, za površine trokuta $ABC$ i $ABN$ vrijedi $P(ABN) = \frac{1}{2}P(ABC) = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30\ \text{cm}^2$. Sada je konačno

$$\begin{aligned} x + 2y &= 20 \\ 3x + y &= 30, \end{aligned}$$

odakle rješavanjem sustava dobijemo $x = 8\ \text{cm}^2$ i $y = 6\ \text{cm}^2$. Zato je $P(MBNP) = 8 + 6 = 14\ \text{cm}^2$.

........................................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

## RJEŠENJA ZADATAKA ZA 8. RAZRED

$\boxed{1.}$ U zadatku zapravo trebamo riješiti sustav jednadžbi

$$\begin{cases} x - 12y = 4 \\ 2x - 24y = 8xy. \end{cases}$$

Pomnožimo li prvu jednadžbu sa 2, imamo $2x - 24y = 8$, pa druga jednadžba prelazi u $8 = 8xy$, tj. u $xy = 1$. Budući da je umnožak $xy$ različit od nule, zaključujemo da je $x, y \neq 0$ i $y = \frac{1}{x}$. Uvrstimo li dobiveni izraz za $y$ natrag u prvu jednadžbu sustava, dobivamo $x - \frac{12}{x} = 4$, odakle je množenjem sa $x$ dalje $x^2 - 12 = 4x$, tj. $x^2 - 4x - 12 = 0$. Dobili smo kvadratnu jednadžbu koju ćemo riješiti svođenjem na potpuni kvadrat. Imamo $x^2 - 4x + 4 - 4 - 12 = 0$, tj. $x^2 - 4x + 4 - 16 = 0$, što možemo pisati u obliku $(x-2)^2 - 4^2 = 0$. Uvažimo li da je izraz na lijevoj strani razlika kvadrata, slijedi da je $[(x-2)-4] \cdot [(x-2)+4] = 0$, tj. $(x-6)\cdot(x+2) = 0$, što je moguće samo za $x_1 = 6$ ili $x_2 = -2$. U prvom je slučaju $y_1 = \frac{1}{x_1} = \frac{1}{6}$, a u drugom $y_2 = \frac{1}{x_2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$. Zato polazni sustav ima dva rješenja: $\left(6, \frac{1}{6}\right)$ i $\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$.

........................................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

$\boxed{2.}$ Neka je $a$ broj crvenih kuglica, $b$ broj zelenih kuglica, $c$ broj crvenih kockica, a $d$ broj zelenih kockica u kutiji. U njoj tada ima $a+b$ kuglica, $a+c$ crvenih predmeta, $b+d$ zelenih predmeta, tj. ukupno $a+b+c+d$ predmeta. Prema uvjetima zadatka vrijedi relacija $a + b = 48\%\,(a+b+c+d)$, odnosno

$$a + b = 0.48\,(a+b+c+d). \tag{1}$$

Također je i

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}. \tag{2}$$

Trebamo izračunati omjer $\frac{a}{c}$. Jednakost (2) vrijedit će i ako objema njenim stranama dodamo 1, čime dobivamo $\frac{a}{b} + 1 = \frac{a+c}{b+d} + 1$, tj. $\frac{a+b}{b} = \frac{a+b+c+d}{b+d}$. Zbog (1) sada je $\frac{0.48\,(a+b+c+d)}{b} = \frac{a+b+c+d}{b+d}$, odakle nakon mnnoženja s $\frac{b}{a+b+c+d}$ imamo

$$\frac{b}{b+d} = 0.48. \tag{3}$$

Pomnožimo li relaciju (2) sa $b$, zbog (3) slijedi da je $a = (a+c)\cdot\frac{b}{b+d} = (a+c)\cdot 0.48$, tj. $a = 0.48a + 0.48c$, odakle je $0.52a = 0.48c$, odnosno $\frac{a}{c} = \frac{0.48}{0.52} = \frac{12}{13}$.

........................................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

$\boxed{3.}$ Zadatak ćemo riješiti rekonstrukcijom akcija obrnutim redoslijedom od onog kojim su se odvijale, tj. redom od posljednjeg, tj. petog, do prvog radnog dana. Označimo sa $O_1$, $O_2$, $O_3$ i $O_4$ redom dijelove posla koji su ostali za obaviti nakon prvog, drugog, trećeg, odnosno četvrtog dana. Budući da je radnik četvrtog dana obavio $\frac{1}{n}O_3$ posla, za peti dan ostalo mu je za napraviti $O_4 = O_3 - \frac{1}{n}O_3 = \frac{n-1}{n}O_3$ posla. Slično, trećeg je dana napravio $\frac{1}{m}O_2$ posla, pa mu je do završetka ostalo još $O_3 = O_2 - \frac{1}{m}O_2 = \frac{m-1}{m}O_2$ posla. Analogno, $O_2 = O_1 - \frac{1}{n}O_1 = \frac{n-1}{n}O_1$, i konačno, $O_1 = 1 - \frac{1}{m} = \frac{m-1}{m}$, jer je radnik prvog dana obavio $\frac{1}{m}$ posla. Dakle,

$$O_4 = \frac{n-1}{n}O_3 = \frac{n-1}{n}\cdot\frac{m-1}{m}O_2 = \frac{n-1}{n}\cdot\frac{m-1}{m}\cdot\frac{n-1}{n}O_1 = \frac{n-1}{n}\cdot\frac{m-1}{m}\cdot\frac{n-1}{n}\cdot\frac{m-1}{m} = \left[\frac{(m-1)(n-1)}{mn}\right]^2.$$

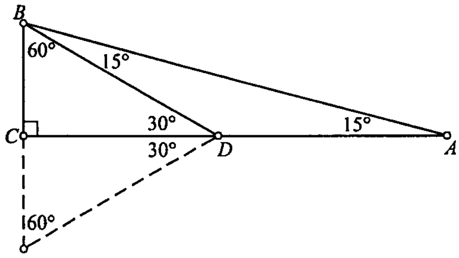
S druge je strane $O_4 = \frac{1}{4}$, pa vrijedi relacija $\left[\frac{(m-1)(n-1)}{mn}\right]^2 = \frac{1}{4}$, odakle vađenjem drugog korijena slijedi $\frac{(m-1)(n-1)}{mn} = \frac{1}{2}$ ($m$ i $n$ su prirodni brojevi!), tj. $2(m-1)(n-1) = mn$, odnosno $mn - 2m - 2n + 2 = 0$.

Izrazimo sada $m$ pomoću $n$. Imamo redom $m(n-2) = 2n-2$, tj. $m = \frac{2n-2}{n-2} = \frac{2(n-2)+2}{n-2} = 2 + \frac{2}{n-2}$. Da bi $m$ bio prirodni broj, nužno je $n-2=1$ ili $n-2=2$, tj. $n=3$ ili $n=4$. Za $n=3$ dobivamo $m=4$, tj. $m>n$, što je u suprotnosti s pretpostavkom, dok za $n=4$ imamo $m=3$. Dakle, traženi brojevi su $m=3$ i $n=4$.

Napomena. Primijetimo da smo do rješenja došli dijeljenjem relacije $m(n-2)=2n-2$ sa $n-2$, a da pritom nismo diskutirali slučaj $n=2$. No, za $n=2$ u toj relaciji imamo $0=2$, što je nemoguće, pa taj slučaj nije ni mogao nastupiti.

........................................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

**4.**




Uočimo odmah da je

$$\sphericalangle ABC = 180° - \sphericalangle BCA - \sphericalangle CAB = 180° - 90° - 15° = 75°.$$

Odaberimo na stranici $\overline{AC}$ točku $D$ takvu da je $\sphericalangle DBC = 60°$. Tada je $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ABC - \sphericalangle DBC = 75° - 60° = 15°$, pa je trokut $ABD$ jednakokračan i $|AD| = |BD|$. S druge strane, trokut $CDB$ je pravokutan, s kutovima $\sphericalangle DBC = 60°$, $\sphericalangle BCD = 90°$ i $\sphericalangle CDB = 180° - \sphericalangle DBC - \sphericalangle BCD = 180° - 60° - 90° = 30°$.

To znači da je trokut $CDB$ polovina jednakostraničnog trokuta sa stranicama duljine $|BD|$, a točka $C$ polovište jedne stranice tog jednakostraničnog trokuta, tj. nožište njegove visine iz vrha $D$. Zato je $a = |BC| = \frac{1}{2}|BD|$, tj. $|BD| = 2a$, a primjenom Pitagorinog poučka vrijedi i

$$|CD| = \sqrt{|BD|^2 - |BC|^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}.$$

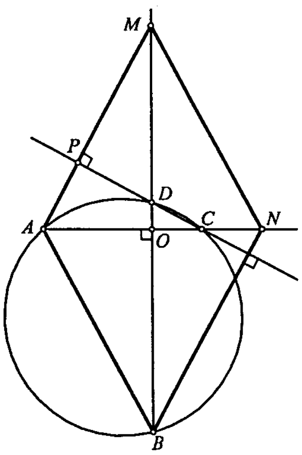
Sada je $|AC| = |AD| + |CD| = |BD| + |CD| = 2a + a\sqrt{3} = a(2+\sqrt{3})$ i

$$\frac{|AC|}{|BC|} + \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{a(2+\sqrt{3})}{a} + \frac{a}{a(2+\sqrt{3})} = 2+\sqrt{3} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3} = 4.$$

Dakle, $\frac{|AC|}{|BC|} + \frac{|BC|}{|AC|} = 4$.

........................................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

**5.**




Uočimo odmah da je $ABNM$ četverokut s okomitim dijagonalama $\overline{AN}$ i $\overline{BM}$. Da bi on bio romb, dovoljno je dokazati da je $|AB| = |BN| = |NM| = |AM|$, tj. da su mu sve četiri stranice jednake duljine. Primijetimo da je $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ACD$ (obodni kutovi nad tetivom $\overline{AD}$ kružnice) i $\sphericalangle ACD = \sphericalangle DBN$ (zbog $CA \perp BD$ i $CD \perp BN$ to su kutovi s okomitim krakovima), te je $\sphericalangle ABO = \sphericalangle ABD = \sphericalangle DBN = \sphericalangle OBN$. To znači da je $\triangle AOB \cong \triangle NOB$ ($\sphericalangle ABO = \sphericalangle NBO$, $\overline{OB}$ je zajednička stranica i $\sphericalangle AOB = \sphericalangle NOB = 90°$), odakle je $|AB| = |NB|$. Također je i $|AO| = |ON|$, što znači da je pravac $BM$ simetrala dužine $\overline{AN}$ (okomit je na nju i prolazi njenim polovištem), te je i $|AM| = |MN|$. Ostalo je još dokazati da je $|AB| = |AM|$. Neka je točka $P$ nožište okomice iz točke $A$ na pravac $CD$. Tada je $\triangle AOB \sim \triangle APC$ ($\sphericalangle ABO = \sphericalangle ACD = \sphericalangle ACP$ i $\sphericalangle APC = \sphericalangle AOB = 90°$) pa je i $\sphericalangle MAO = \sphericalangle PAC = \sphericalangle BAO$. Zbog toga je $\triangle AOM \cong \triangle AOB$ ($\sphericalangle MAO = \sphericalangle BAO$, stranica $\overline{AO}$ im je zajednička i $\sphericalangle MOA = \sphericalangle BOA = 90°$), tj. $|AB| = |AM|$. Prema tome, dokazali smo da je $|AB| = |BN| = |NM| = |AM|$, te je četverokut $ABNM$ romb.

........................................................................................ UKUPNO 10 BODOVA