MINISTARSTVO ZNANOSTI, PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
ZAVOD ZA ŠKOLSTVO REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko-gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
13. veljače 2006. godine

7. razred

1. Odredi znamenke a, b i c, pri čemu niti jedna od njih nije jednaka nuli, tako da za troznamenkasti broj $\overline{abc}$ vrijedi jednakost $\overline{abc} : c = \overline{bc}$.

2. Koliko zlata čistoće 0.45 i zlata čistoće 0.75 treba pomiješati da bi se dobilo 180 grama zlata čistoće 0.65?

3. U skladištu trgovine bilo je 5600 kg brašna. Prvog dana prodano je 10% te količine, a drugog dana $\frac{1}{3}$ ostatka. Preostalo brašno razdijeljeno je na dvije prodavaonice u odnosu $0.2 : \frac{4}{25}$. Koliko je brašna dobila svaka prodavaonica?

4. U koordinatnom sustavu na pravcu kome je točka O ishodište, odabrane su točke B, C, D tako da je $|OB| = 8$, $|OC| = 2$, $|CD| = 6$, te točka M koja je polovište dužine $\overline{BD}$. Odredi koordinate točaka D i M, ako je koordinata točke D pozitivna. Ispitaj sve slučajeve!

5. U jednakokračnom trapezu $ABCD$ s duljinama osnovica $|AB| = 5$cm i $|CD| = 3$ cm, dijagonale su međusobno okomite. Odredi duljinu visine tog trapeza.

RJEŠENJA ZA 7. RAZRED 2006. g.

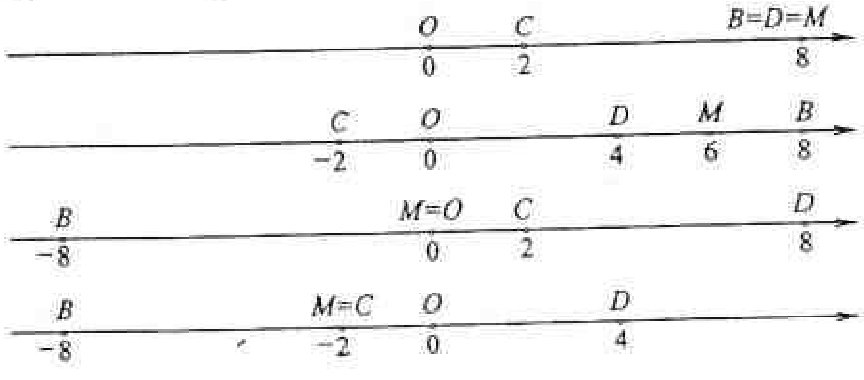
OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Iz uvjeta $\overline{abc} : c = \overline{bc}$ slijedi da je $\overline{abc} = c \cdot \overline{bc}$, odakle dobivamo da znamenka c može poprimiti sljedeće tri vrijednosti: $c = 1$, $c = 5$ i $c = 6$. 3 BODA
Ako je $c = 1$ slijedi da je $\overline{ab1} = \overline{b1}$, što ne može biti jer je lijeva strana troznamenkast, a desna strana dvoznamenkast broj. 1 BOD
Ako je $c = 5$ slijedi da je $100a + 10b + 5 = 5(10b + 5)$ odnosno nakon sređivanja $5a = 2b + 1$. 2 BODA
Ispitivanjem svih mogućnosti vidimo da prethodna jednadžba ima rješenje za $a = 1$ i $a = 3$.
Ako je $a = 1$, onda je $b = 2$, a ako je $a = 3$, onda je $b = 7$. 2 BODA
Preostaje još razmotriti slučaj kada je $c = 6$. Iz uvjeta zadatka slijedi jednakost
$100a + 10b + 6 = 6(10b + 6)$, odnosno nakon sređivanja $10a - 5b = 3$.
Ta jednadžba očito nema rješenja jer je lijeva strana jednadžbe djeljiva s 5, a desna nije. 2 BODA
Dakle imamo dva rješenja: $a = 1$, $b = 2$, $c = 5$ i $a = 3$, $b = 7$ i $c = 5$.
.... UKUPNO 10 BODOVA

2. Neka je x količina zlata čistoće 0.45 koju treba uzeti da se dobije 180 g zlata čistoće 0.65.
Od te količine dobiva se $0.45x$ g čistog zlata. 2 BODA
Sada, od zlata čistoće 0.75 treba uzeti $(180 - x)$ g koje sadrži $0.75(180 - x) = 135 - 0.75x$ g čistog zlata. 2 BODA
Kako treba dobiti 180 g zlata čistoće 0.65, vrijedi jednadžba $0.45x + 135 - 0.75x = 0.65 \cdot 180$,
odnosno $-0.3x = -18$, čije je rješenje $x = 60$. 4 BODA
Prema tome, treba uzeti 60 g zlata čistoće 0.45 i $180 - 60 = 120$ g zlata čistoće 0.75,
da bi se dobilo 180 g zlata čistoće 0.65. 2 BODA
.... UKUPNO 10 BODOVA

3. Prvog je dana u trgovini prodano 10% ukupne količine brašna, odnosno $0.1 \cdot 5600 = 560$ kg brašna. 2 BODA
Drugog je dana prodano $\frac{1}{3}$ ostatka, odnosno $\frac{1}{3}(5600 - 560) = 1680$ kg brašna. 2 BODA
Ostatak od $5600 - 560 - 1680 = 3360$ kg treba razdijeliti u dvije prodavaonice u omjeru $0.2 : \frac{4}{25} = 5 : 4$. 2 BODA
Prema tome, jedna prodavaonica dobiva $\frac{5}{9}$, a druga $\frac{4}{9}$ ostatka. 2 BODA
Konačno, jedna je prodavaonica dobila $\frac{5}{9} \cdot 3360 = 1866\frac{2}{3}$ kg, a druga $\frac{4}{9} \cdot 3360 = 1493\frac{1}{3}$ kg brašna. 2 BODA
.... UKUPNO 10 BODOVA

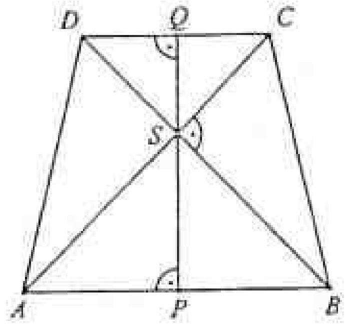
4. Kako je $|OB| = 8$, točka B može imati koordinate 8 i -8, a točka C koordinate 2 i -2, pa imamo sljedeća četiri slučaja. 2 BODA



$D(8)$, $M(8)$
$D(4)$, $M(6)$
$D(8)$, $M(0)$
$D(4)$, $M(-2)$

Svaki točno riješeni slučaj nosi po 2 boda. 8 BODOVA
.... UKUPNO 10 BODOVA

5. SKICA:



1 BOD

Neka je točka S sjecište dijagonala trapeza. Duljina h visine trapeza jednaka je zbroju duljina visina trokuta ABS i CDS iz vrha S na osnovice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. 1 BOD

Sada, kako je trapez jednakokračan i budući da se dijagonale sijeku pod pravim kutem, slijedi da su trokuti ABS i CDS jednakokračni pravokutni pa je $\measuredangle SAB = \measuredangle SBA = 45°$ i $\measuredangle SCD = \measuredangle SDC = 45°$. 2 BODA

Zbog toga je $\measuredangle ASP = \measuredangle BSP = 45°$ i $\measuredangle CSQ = \measuredangle DSQ = 45°$, pa su trokuti APS i SQD jednakokračni pravokutni, pri čemu su P i Q nožišta visina povučenih iz točke S na osnovice trapeza. 2 BODA

Zbog toga je $|PS| = |AP| = \frac{|AB|}{2}$ i $|QS| = |CQ| = \frac{|CD|}{2}$ 2 BODA

Konačno, $|PQ| = \frac{|AB|}{2} + \frac{|CD|}{2} = \frac{5+3}{2} = 4\,\text{cm}$. 2 BODA

.... UKUPNO 10 BODOVA