RJEŠENJA ZA 4. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Najmanji neparan troznamenkasti broj je $a = 101$, a najveći dvoznamenkasti broj je $b = 99$. Zato je **4 BODA**

$2 \cdot a + 9999 : b = 2 \cdot 101 + 9999 : 99 = 202 + 101 = 303$ **6 BODOVA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2. $\triangle ABG$, AGF, AFE, BCG, CFG, CDF, DEF **3 BODA**

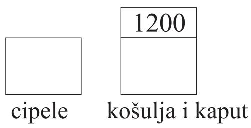
$\triangle ABC$, ABF, ACF, ADE, BCF, CDE **3 BODA**

$\triangle ACD$, ACE **2 BODA**

Na slici ima 15 trokuta. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3.

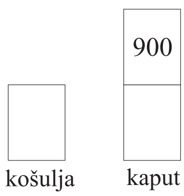


1 BOD

$2\,\square = 1600 - 1200 = 400$

$\square = 200$ **2 BODA**

Cipele je platila 200 kn pa je košulju i kaput platila 1400 kn. **2 BODA**



1 BOD

$2\,\square = 1400 - 900 = 500$

$\square = 250$ **2 BODA**

Kako je $250 + 900 = 1150$, Nika je platila cipele 200 kn, košulju 250 kn i kaput 1150 kn. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4.

50	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
20	–	2	1	–	5	4	3	2	1	–	7	6	5	4	3
10	–	1	3	5	–	2	4	6	8	10	1	3	5	7	9
50	1	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	
20	2	1	–	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	–	
10	11	13	15	–	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	

Postoji 29 načina.

3 kombinacije vrijede 1 bod, a dvije posljednje i odgovor još jedan bod.

. . . . **UKUPNO** **10 BODOVA**

5. Sa slike je vidljivo da je duljina manjeg pravokutnika tri puta veća od njegove širine. Neka su duljine stranica manjeg pravokutnika a i $3a$. **2 BODA**

Vrijedi: $2 \cdot 3a + 2 \cdot a = 40$ pa je $a = 5$ cm. **2 BODA**

Stranice velikog pravokutnika su $4a$ i $3a$, tj. 20 cm i 15 cm. **2 BODA**

Opseg velikog pravokutnika je

$o = 2 \cdot 20 + 2 \cdot 15$,

$o = 70$ cm. **2 BODA**

Površina velikog pravokutnika je

$p = 20 \cdot 15$,

$p = 300\ \text{cm}^2$. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO** **10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 5. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Kako je $2008 : (7+1) = 251$, razlomak je skraćen s 251. **5 BODOVA**

Kako je $7 \cdot 251 = 1757$ i $1 \cdot 251 = 251$, traženi razlomak je $\dfrac{251}{1757}$. **5 BODOVA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2. Velika kazaljka pokazuje 12, a mala 4 ili 8 sati.

4 BODA

Nakon 2008 sati, zbog $2008 = 167 \cdot 12 + 4$ velika će kazaljka pokazivati 12, a mala

1) 12 sati   2) 8 sati **4 BODA**

kut je $0°$ ili $120°$. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3. Traženi brojevi su 4, 9, 14, 19, 24, ..., 994, 999. **2 BODA**

Kako je $4 = 5 \cdot 0 + 4$, $9 = 5 \cdot 1 + 4$, $14 = 5 \cdot 2 + 4$, $19 = 5 \cdot 3 + 4$, ..., $999 = 5 \cdot 199 + 4$, **2 BODA**

vrijedi

$$\begin{aligned}
4 + 9 + 14 + \cdots + 999 =& (5 \cdot 0 + 4) + (5 \cdot 1 + 4) + (5 \cdot 2 + 4) + \cdots + (5 \cdot 199 + 4) = \\
=& 5 \cdot (0 + 1 + 2 + \cdots + 199) + \underbrace{(4 + 4 + \cdots + 4)}_{200} = \\
=& 5 \cdot \frac{199 \cdot 200}{2} + 200 \cdot 4 = \\
=& 99500 + 800 = \\
=& 100300
\end{aligned}$$

6 BODOVA

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4. a) Kako je broj djeljiv s 9 ako mu je zbroj znamenaka djeljiv s 9 i zbroj znamenaka broja 9 835 412 je 32, onda treba izostaviti znamenku 5. **3 BODA**

Traženi broj je 983 412. **2 BODA**

b) Budući da je $15 = 3 \cdot 5$, novi broj mora biti djeljiv i s 3 i s 5. **1 BOD**

Da bi broj bio djeljiv s 5, znamenka jedinica mora biti 0 ili 5. **1 BOD**

Ako je znamenka jedinica 5, onda je zbroj znamenaka 30 te je broj djeljiv i s 3. **1 BOD**

Ako je znamenka jedinica 0, onda je zbroj znamenaka 25 pa broj nije djeljiv s 3. **1 BOD**

Traženi broj je 983 415. **1 BOD**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

5. Za 1. skupinu 1. dječak se može odabrati na 5 načina, a nakon toga preostanu 4 dječaka pa se 2. dječak može odabrati na 4 načina.

Kako u tom paru dječaka nije bitno koji je odabran prvi, a koji drugi, ukupan broj različitih izbora 2 dječaka za 1. skupinu je $(5 \cdot 4) : 2 = 10$. **2 BODA**

Za 1. skupinu 1 djevojčica se može odabrati na 5 načina pa je ukupan broj različitih izbora 1. skupine $10 \cdot 5 = 50$. **2 BODA**

Nakon izbora 1. skupine preostanu 3 dječaka i 4 djevojčice za izbor 2. skupine. **1 BOD**

Za 2. skupinu se 2 dječaka mogu odabrati na $(3 \cdot 2) : 2 = 3$ načina, a 1 djevojčica na 4 načina pa je ukupan broj različitih izbora 2. skupine $3 \cdot 4 = 12$. **3 BODA**

S obzirom da za igru nije bitno pripada li osoba 1. skupini ili 2. skupini, ukupan broj različitih izbora skupina za igru je $(50 \cdot 12) : 2 = 300$. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO** **10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Prirodnih brojeva manjih od 1000 koji su djeljivi s 2 ima 499. **3 BODA**

Od toga broja valja oduzeti broj onih brojeva koji su djeljivi i s 2 i s 5, odnosno s 10. Takvih je brojeva 99. **4 BODA**

Prema tome, prirodnih brojeva manjih od 1000 koji su djeljivi s 2, a nisu djeljivi s 5 ima 400. **3 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2. Godinu rođenja te osobe označimo s $\overline{abcd}$. Lako se zaključuje da je tada
1) $a = 1$ i $b = 9$ ili
2) $a = 2$ i $b = c = 0$. **2 BODA**

U prvom slučaju je

$$(1900 + 10c + d) + (a + b + c + d) = 2008,$$

tj.

$$11c + 2d = 98,$$

odakle slijedi da je $c = 8$ i $d = 5$. Prema tome, jedno rješenje je 1985, tj. osoba je rođena 1985. godine. **4 BODA**

U drugom je slučaju

$$(2000 + d) + (2 + d) = 2008,$$

odakle slijedi $2d = 6$, odnosno $d = 3$. Dakle, drugo je rješenje 2003, tj. osoba je rođena 2003. godine. **4 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3. Brojnik lijeve strane ima vrijednost:

$$(1 + 2007) + (3 + 2005) + \cdots + (1003 + 1005) = 2008 \cdot 502.$$ **4 BODA**

Nazivnik lijeve strane ima vrijednost:

$$2 \cdot (1 + 2 + 3 + \cdots + 1003 + 1004) = 2 \cdot \frac{1004}{2} \cdot 1005 = 1004 \cdot 1005.$$ **4 BODA**

Jednadžba prelazi u:

$$\begin{aligned} \frac{2008 \cdot 502}{1004 \cdot 1005} &= \frac{x}{2010} \\ \frac{1004}{1005} &= \frac{x}{2010} \\ \frac{2008}{2010} &= \frac{x}{2010} \\ x &= 2008 \end{aligned}$$ **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4. S obzirom da je broj 1 četiri puta učestaliji od brojeva koji se pojavljuju najmanji broj puta, broj pojavljivanja broja 1 je višekratnik broja 4. **2 BODA**

Ako bi se broj 1 pojavljivao 8 puta, onda bi se brojevi koji se pojavljuju najmanji broj puta pojavljivali 2 puta, a brojevi 7 i 3 po 6 puta. To bi značilo da već imamo 24 broja što nije moguće. **1 BOD**

Lako zaključujemo da bi ta količina brojeva bila još veća ako bi broj pojavljivanja broja 1 bio neki veći višekratnik broja 4 (npr. 12, 16,...). **1 BOD**

To znači da se broj 1 pojavljuje 4 puta, ona dva uzastopna broja po 1 put, a brojevi 7 i 3 po 3 puta. **1 BOD**

To daje 12 brojeva na zastavi pa se svaki od preostalih brojeva pojavljuje po 2 puta. **2 BODA**

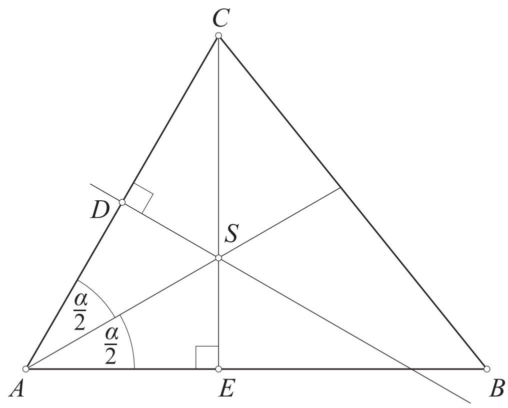
Dva uzastopna broja s najmanjim brojem pojavljivanja mogu biti:
a) 4 i 5,
b) 5 i 6,
c) 8 i 9. **1 BOD**

Slučaj a) bi dao zbroj 93, slučaj b) zbroj 91 i slučaj c) zbroj 85. **1 BOD**

Dakle, broj 1 se pojavljuje 4 puta, brojevi 7 i 3 po 3 puta, brojevi 5 i 6 po 1 put i brojevi 0, 2, 4, 8 i 9 po 2 puta. **1 BOD**

. . . . **UKUPNO** **10 BODOVA**

5.



Neka je $|\sphericalangle BAC| = \alpha$. **2 BODA**

Kako točka S pripada simetrali stranice $\overline{AC}$, onda je $|AS| = |CS|$ odnosno trokut $\triangle ASC$ je jednakokračan. **2 BODA**

To znači da je $|\sphericalangle SCA| = |\sphericalangle CAS|$. **2 BODA**

Trokut $\triangle AEC$ je pravokutan pa je $|\sphericalangle ECA| + |\sphericalangle CAE| = 90°$. **2 BODA**

Dakle, $\dfrac{\alpha}{2} + \alpha = 90°$ odnosno $\alpha = 60°$. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO** **10 BODOVA**