Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

4. razred – osnovna škola
7. ožujka 2008.

1. U izrazu $84 - 8 \cdot 6 + 24 : 6 - 3$ treba postaviti zagrade tako da vrijednost izraza bude:

   a) 44; b) 1.

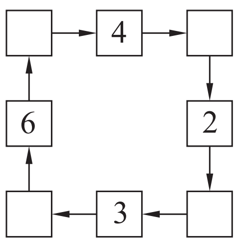
   Izračunaj vrijednost izraza s postavljenim zagradama.

2. Zamijeni zvjezdice znamenkama tako da rezultat zbrajanja bude točan:
$$7* + **6 + *49 = 2008.$$

3. Tijekom praznika Neven, Marijana i Mirna skupa su zaradili 3285 kn. Neven je radio tri puta više od Marijane i šest puta više od Mirne. Zaradu su odlučili pravedno podijeliti. Koliko kuna je dobio svako od njih?

4. Brat i sestra imaju zajedno 56 godina. Prije dvadeset godina brat je imao triput više godina nego sestra. Koliko godina sada ima brat, a koliko sestra?

5. U prazne kvadratiće upišite brojeve 1, 5, 7 i 8 tako da idući u smjeru strjelica čitamo najmanji neparan šesteroznamenkasti broj.



   Koji je to broj?

   (*Napomena.* Sliku precrtajte na papir na kojem rješavate zadatak.)

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

5. razred – osnovna škola

7. ožujka 2008.

1. Izračunaj

$$2008 : 8 + (36 \cdot 8 \cdot 7 + 4 \cdot 44 \cdot 9) : 72 - 12 \cdot (49 \cdot 12 \cdot 6 - 8 \cdot 5 \cdot 72) : 81.$$

2. Odredi četveroznamenkasti broj $\overline{abcd}$ za koji vrijedi jednakost

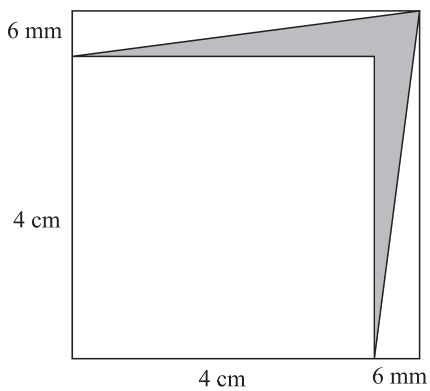
$$\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + \overline{a} = 2008,$$

pri čemu su znamenke a, b, c, d međusobno različite.

3. Koliko šesteroznamenkastih brojeva počinje znamenkama 2008, a koliko završava znamenkama 2008? Kojih ima manje?

4. Odredi najmanji četveroznamenkasti broj koji pri dijeljenju sa svakim složenim jednoznamenkastim brojem daje ostatak 2.

5. Izračunaj površinu osjenčanog dijela kvadrata prikazanog na slici.



Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

6. razred – osnovna škola

7. ožujka 2008.

1. Koje pribrojnike treba izbrisati u zbroju

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}$$

tako da vrijednost novog zbroja bude 1?

2. Izračunaj vrijednost izraza

$$1+2-3-4+5+6-7-8+\ldots-2008.$$

3. Napiši broj 45 kao zbroj nekoliko uzastopnih prirodnih brojeva. Odredi sve mogućnosti.

4. Neka su dužine $\overline{AB}$ i $\overline{BC}$ međusobno okomite i $|AB| = |BC| = a$, $a \in \mathbf{Q}^+$. Neka su K i L polovišta dužina $\overline{AB}$ i $\overline{BC}$ te K' i L' njihove osnosimetrične slike s obzirom na pravac AC. Odredi površinu lika $AKLCL'K'$.

5. Zadan je jednakokračan trokut duljinom kraka 7.5 cm i kutom na osnovici od 75°. Kolika je površina trokuta?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

7. razred – osnovna škola

7. ožujka 2008.

1. Izračunaj x

$$\frac{1.5-\frac{3}{4}}{0.5+\frac{3}{4}}:\frac{1.75-\frac{4}{5}}{0.25+\frac{4}{5}}=\frac{\left(0.5-\frac{1}{3}\right)\cdot 9}{0.5-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)}:x.$$

2. Povjerenstvo za natjecanje ne raspolaže potpunim podacima o natjecanjima u nekoj općini. Poznato je da je na općinskom natjecanju sudjelovalo 50 učenika, a 12% ih se plasiralo na županijsko natjecanje. Od ukupnog broja učenika te općine koji su sudjelovali na školskim natjecanjima njih 2.5% se plasiralo na županijsko natjecanje. Koliko je učenika te općine sudjelovalo na školskim natjecanjima? Školsko natjecanje je prethodilo općinskom natjecanju.

3. Dva broja se odnose kao $4:3$, dok se zbroj tih brojeva prema njihovom umnošku odnosi kao $7:6$. Koji su to brojevi?

4. Dan je jednakostraničan trokut ABC, pri čemu je $|AB|=9$ cm. Neka je točka M na stranici $\overline{AC}$, točka P nožište okomice iz M na $\overline{AB}$, točka Q nožište okomice iz P na $\overline{BC}$ i okomica iz Q na $\overline{AC}$ siječe $\overline{AC}$ u točki M. Izračunaj duljinu $|AM|$.

5. U jednakokračnom trapezu $ABCD$, $|AB|>|DC|$, srednjica trapeza $\overline{MN}$ ($M\in\overline{AD}$, $N\in\overline{BC}$) siječe dijagonale $\overline{AC}$ i $\overline{BD}$ redom u točkama K i L. Ako je točka S sjecište dijagonala, dokaži da četverokuti $DMKS$ i $CSLN$ imaju jednake površine.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

8. razred – osnovna škola

7. ožujka 2008.

1. Izračunaj vrijednost izraza
$$x^{2008} + 2008y$$
ako je $x^2 + 4y^2 + 2x - 12y + 10 = 0$.

2. Ako se brojnik nekog razlomka uveća za 4, a nazivnik umanji za 3, dobije se $\frac{3}{5}$. No, ako se brojnik istog razlomka umanji za 3, a nazivnik uveća za 4, dobije se $\frac{1}{11}$. Koji je to razlomak?

3. Vlak se kreće brzinom 4 m/s. Ptica leti brzinom 12 m/s. Za 60 sekundi preletjela je od kraja do početka vlaka i natrag. Koliko je dugačak vlak?

4. Razlika duljina kateta pravokutnog trokuta iznosi 6 cm, a duljina visine iz vrha pravog kuta iznosi 8 cm. Izračunaj duljinu hipotenuze.

5. Zadan je trapez s okomitim dijagonalama. Kolika je duljina srednjice trapeza ako su duljine dijagonala 2.5 cm i 6 cm?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

RJEŠENJA ZA 4. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. a)

$$\begin{aligned} 84-8\cdot 6+24:(6-3) &= 84-48+24:3 \\ &= 84-48+8 \\ &= 36+8 \\ &= 44 \end{aligned}$$

5 BODOVA

b)

$$\begin{aligned} 84-8\cdot(6+24:6)-3 &= 84-8\cdot(6+4)-3 \\ &= 84-8\cdot 10-3 \\ &= 84-80-3 \\ &= 4-3 \\ &= 1 \end{aligned}$$

5 BODOVA

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2.

$$\begin{array}{r} 7\,* \\ *\,*\,6 \\ +\,*\,4\,9 \\ \hline 2\,0\,0\,8 \end{array}$$

1 BOD

$$\begin{array}{r} 7\,3 \\ *\,*\,6 \\ +\,*\,4\,9 \\ \hline 2\,0\,0\,8 \end{array}$$

2 BODA

$$\begin{array}{r} 7\,3 \\ *\,8\,6 \\ +\,*\,4\,9 \\ \hline 2\,0\,0\,8 \end{array}$$

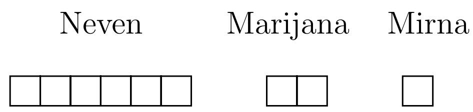
2 BODA

$$\begin{array}{r} 7\,3 \\ 9\,8\,6 \\ +\,9\,4\,9 \\ \hline 2\,0\,0\,8 \end{array}$$

5 BODOVA

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3.



$$9\,\square = 3285$$

1 BOD

2 BODA

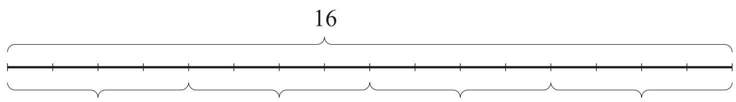
$$\square = 365 \text{ kn}$$

2 BODA

Mirna je dobila 365 kn, Marijana 730 kn, a Neven 2190 kn. **5 BODOVA**

. . . . **UKUPNO** **10 BODOVA**

4. Prije 20 godina brat i sestra imali su zajedno $56 - 2 \cdot 20 = 16$ godina. **3 BODA**

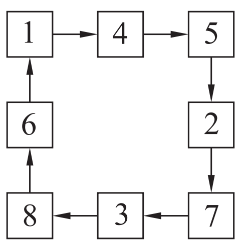


Brat je tada imao 12, a sestra 4 godine. **4 BODA**

Sada brat ima $12 + 20 = 32$ godine, a sestra $4 + 20 = 24$ godine. **3 BODA**

. . . . **UKUPNO** **10 BODOVA**

5. Da bismo dobili najmanji neparan šesteroznamenkasti broj, brojeve valja upisati kako je to prikazano slikom.



8 BODOVA

Na taj se način dobije broj

$$145\,273.$$

2 BODA

. . . . **UKUPNO** **10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 5. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Uz primjenu svojstva distributivnosti množenja prema zbrajanju odnosno prema oduzimanju slijedi

$$2008 : 8 + (36 \cdot 8 \cdot 7 + 4 \cdot 44 \cdot 9) : 72 - 12 \cdot (49 \cdot 12 \cdot 6 - 8 \cdot 5 \cdot 72) : 81$$
$$= 251 + (36 \cdot 56 + 36 \cdot 44) : 72 - 12 \cdot (49 \cdot 72 - 40 \cdot 72) : 81$$

3 BODA

$$= 251 + 36 \cdot (56 + 44) : 72 - 12 \cdot 72 \cdot (49 - 40) : 81$$

2 BODA

$$= 251 + 36 \cdot 100 : 72 - 12 \cdot 72 \cdot 9 : 81$$
$$= 251 + 36 \cdot 2 \cdot 50 : 72 - 12 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 9 : 81$$

2 BODA

$$= 251 + 72 \cdot 50 : 72 - 96 \cdot 81 : 81$$
$$= 251 + 50 - 96$$

2 BODA

$$= 205$$

1 BOD

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2.

$$\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + \overline{a} = 2008$$
$$1000a + 100b + 10c + d + 100a + 10b + c + 10a + b + a = 2008$$
$$1111a + 111b + 11c + d = 2008$$

2 BODA

$$\Longrightarrow a = 1$$

1 BOD

$$111b + 11c + d = 2008 - 1111$$
$$111b + 11c + d = 897$$

2 BODA

$$\Longrightarrow b = 8$$

1 BOD

$$11c + d = 897 - 888$$
$$11c + d = 9$$

1 BOD

$$\Longrightarrow c = 0$$

1 BOD

$$d = 9$$

1 BOD

Traženi broj je 1809. **1 BOD**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3. Šesteroznamenkasti broj koji počinje s 2008 je oblika $\overline{2008ab}$, pri čemu je $a, b \in \{0, 1, \ldots, 9\}$.

Takvih ima $10 \cdot 10 = 100$. **4 BODA**

Šesteroznamenkasti broj koji završava s 2008 je oblika $\overline{xy2008}$, pri čemu je $x \in \{1, 2, \ldots, 9\}$, $y \in \{0, 1, \ldots, 9\}$.

Takvih ima $9 \cdot 10 = 90$. **4 BODA**

Budući da je $90 < 100$, brojeva koji završavaju znamenkama 2008 ima manje. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4. Ako je x traženi broj, onda je $x - 2$ višekratnik od 4, 6, 8 i 9, tj. $x - 2$ je višekratnik od 72. **4 BODA**

Kako je $1000 = 13 \cdot 72 + 64$, to je

$$1008 = 14 \cdot 72$$

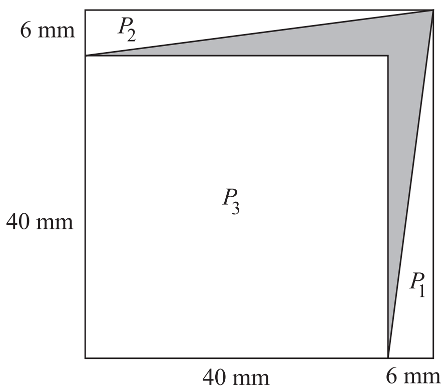
4 BODA

$$\begin{aligned} x - 2 &= 1008 \\ x &= 1010 \end{aligned}$$

Traženi broj je 1010. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

5.



2 BODA

$$P_1 = 46 \cdot 46 = 2116 \text{ mm}^2$$

2 BODA

$$P_2 = (46 \cdot 6) : 2 = 138 \text{ mm}^2$$

2 BODA

$$P_3 = 40 \cdot 40 = 1600 \text{ mm}^2$$

2 BODA

$$P = P_1 - 2P_2 - P_3 = 2116 - 2 \cdot 138 - 1600 = 240 \text{ mm}^2$$

Površina osjenčanog dijela je 240 mm^2. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Kako je $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}=\frac{60}{120}+\frac{30}{120}+\frac{20}{120}+\frac{15}{120}+\frac{12}{120}+\frac{10}{120}=\frac{147}{120}$ i $1=\frac{120}{120}$, treba izbrisati $\frac{147-120}{120}=\frac{27}{120}$. **5 BODOVA**

To znači da treba izbrisati $\frac{15}{120}+\frac{12}{120}$ odnosno pribrojnike $\frac{1}{8}$ i $\frac{1}{10}$. **5 BODOVA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2. Vrijedi $1+2-3-4=-4$, $5+6-7-8=-4$, $9+10-11-12=-4$. **5 BODOVA**
Kako je $2008=4\cdot 502$, onda je

$$1+2-3-4+5+6-7-8+\cdots-2008=502\cdot(-4)=-2008.$$

5 BODOVA

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

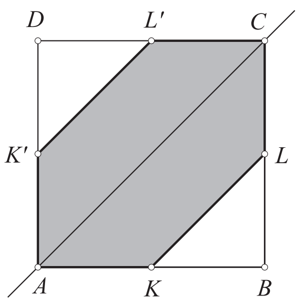
3. 1° Ako zbroj ima dva pribrojnika
$x+x+1=45 \implies x=22, \quad 22+23=45.$ **1 BOD**
2° Ako zbroj ima tri pribrojnika
$x+x+1+x+2=45 \implies x=14, \quad 14+15+16=45.$ **1 BOD**
3° Ako zbroj ima četiri pribrojnika
$x+x+1+x+2+x+3=45 \implies 4x=39$, nema rješenja u $\mathbf{N}$. **1 BOD**
4° Ako zbroj ima pet pribrojnika
$x+x+1+\cdots+x+4=45 \implies x=7, \quad 7+8+9+10+11=45.$ **1 BOD**
5° Ako zbroj ima šest pribrojnika
$x+x+1+\cdots+x+5=45 \implies x=5, \quad 5+6+7+8+9+10=45.$ **1 BOD**
6° Ako zbroj ima sedam pribrojnika
$x+x+1+\cdots+x+6=45 \implies 7x=24$, nema rješenja u $\mathbf{N}$. **1 BOD**
7° Ako zbroj ima osam pribrojnika
$x+x+1+\cdots+x+7=45 \implies 8x=17$, nema rješenja u $\mathbf{N}$. **2 BODA**
8° Ako zbroj ima devet pribrojnika
$x+x+1+\cdots+x+8=45 \implies x=1, \quad 1+2+3+4+5+6+7+8+9=45.$
Dakle, imamo pet različitih rješenja. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4. Neka je osnosimetrična slika trokuta $\triangle ABC$ obzirom na pravac AC trokut $\triangle ACD$. Kako je $|AB|=|BC|$ i $\overline{AB}\perp\overline{BC}$, onda je trokut $\triangle ABC$ jednakokračan pravokutan pa je i trokut $\triangle ACD$ jednakokračan pravokutan. **2 BODA**

Tada je očito četverokut $ABCD$ kvadrat. **1 BOD**

Kako su K i L polovišta dužina $\overline{AB}$ i $\overline{BC}$, onda su njihove osnosimetrične slike K' i L' polovišta dužina $\overline{AD}$ i $\overline{CD}$.



2 BODA

Očito su trokuti $\triangle KBL$ i $\triangle K'L'D$ jednakokračni pravokutni.

Neka je P površina lika $AKLCL'K'$.

Tada je $P_{\triangle KBL} = \dfrac{\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}}{2} = \dfrac{a\cdot a}{8}$, $P_{\square ABCD} = a\cdot a$ i $P_{\triangle K'L'D} = \dfrac{\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}}{2} = \dfrac{a\cdot a}{8}$.

3 BODA

Lako se uoči da je $P = P_{\square ABCD} - P_{\triangle KBL} - P_{\triangle K'L'D}$, pa vrijedi

$$P = a\cdot a - \frac{a\cdot a}{8} - \frac{a\cdot a}{8} = \frac{6}{8}a\cdot a = \frac{3}{4}a\cdot a.$$

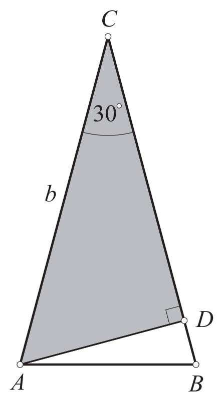
Dakle, površina lika $AKLCL'K'$ je $\dfrac{3}{4}\cdot a\cdot a$. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

5.

$$\begin{aligned} & |AC| = |BC| = b = 7.5 \text{ cm} \\ & |\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle ABC| = 75^\circ \\ \Longrightarrow \quad & |\sphericalangle ACB| = 30^\circ \end{aligned}$$

2 BODA



Odaberimo točku D na $\overline{BC}$ tako da je $\overline{AD} \perp \overline{BC}$. **2 BODA**

$\overline{AD}$ je visina trokuta ABC i kateta pravokutnog trokuta $\triangle ADC$ nasuprot kutu od 30° te je:

$$|AD| = \frac{1}{2}|AC| = \frac{1}{2}\cdot 7.5 = 3.75 \text{ cm}.$$

3 BODA

$$P_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}|BC|\cdot|AD| = \frac{1}{2}\cdot 7.5\cdot 3.75 = 14.0625 \text{ cm}^2.$$

3 BODA

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 7. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.

$$\frac{\frac{3}{2}-\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}} : \frac{\frac{7}{4}-\frac{4}{5}}{\frac{1}{4}+\frac{4}{5}} = \frac{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot 9}{\frac{1}{2}-\frac{4-3}{12}} : x$$

1 BOD

$$\frac{\frac{6-3}{4}}{\frac{2+3}{4}} : \frac{\frac{35-16}{20}}{\frac{5+16}{20}} = \frac{\frac{3-2}{6}\cdot 9}{\frac{1}{2}-\frac{1}{12}} : x$$

2 BODA

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} : \frac{\frac{19}{20}}{\frac{21}{20}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{12}} : x$$

2 BODA

$$\frac{3}{5} : \frac{19}{21} = \frac{18}{5} : x$$

2 BODA

$$\begin{aligned}
\frac{3}{5}x &= \frac{19}{21}\cdot\frac{18}{5} \\
\frac{3}{5}x &= \frac{19\cdot 6}{35} \quad / \cdot \frac{5}{3} \\
x &= \frac{38}{7}
\end{aligned}$$

3 BODA

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2. Neka je x broj učenika koji su sudjelovali na školskim natjecanjima.

Na županijsko se natjecanje plasiralo $12\%(50)$, tj. ukupno 6 učenika iz te općine. **2 BODA**

Prema uvjetu zadatka postavljamo jednadžbu

$$2.5\%(x) = 6.$$

3 BODA

Dakle,

$$\begin{aligned}
0.025x &= 6 \\
x &= 6 : 0.025 \\
x &= 240
\end{aligned}$$

3 BODA

Na školskim je natjecanjima sudjelovalo 240 učenika. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3. Ako su x i y traženi brojevi, onda vrijedi

$$x : y = 4 : 3 \quad \text{i} \quad y = \frac{3}{4}x.$$

2 BODA

$$(x+y) : xy = 7 : 6$$

2 BODA

$$\begin{aligned} 6(x+y) &= 7xy \\ 6\left(x + \frac{3}{4}x\right) &= 7x \cdot \frac{3}{4}x \\ 6 \cdot \frac{7}{4}x &= 3x \cdot \frac{7}{4}x, \ x \neq 0 \\ 6 &= 3x \\ x &= 2 \end{aligned}$$

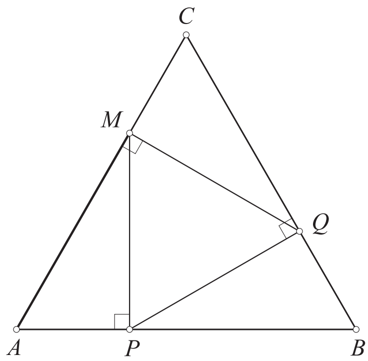
3 BODA

$$y = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2}$$

Uvjete zadatka ispunjavaju brojevi 2 i $\frac{3}{2}$. **3 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4.



1 BOD

Kako je $\triangle ABC$ jednakostraničan, onda je $|\sphericalangle CAB| = |\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle BCA| = 60°$.

Obzirom da je $|\sphericalangle APM| = 90°$, onda je $|\sphericalangle PMA| = 180° - |\sphericalangle APM| - |\sphericalangle MAP| = 180° - |\sphericalangle APM| - |\sphericalangle CAB| = 180° - 90° - 60° = 30°$.

Analogno, $|\sphericalangle QPB| = 30°$ i $|\sphericalangle MQC| = 30°$. **2 BODA**

To znači da su $\triangle APM$, $\triangle BQP$ i $\triangle CMQ$ polovice jednakostraničnog trokuta. **1 BOD**

Vrijedi $|\sphericalangle APM| + |\sphericalangle MPQ| + |\sphericalangle QPB| = 180°$ odnosno $|\sphericalangle MPQ| = 60°$.

Analogno, $|\sphericalangle PQM| = 60°$ i $|\sphericalangle QMP| = 60°$ što znači da je $\triangle PQM$ jednakostraničan. **2 BODA**

Iz $|MP| = |PQ| = |QM|$, $|\sphericalangle APM| = |\sphericalangle BQP| = |\sphericalangle QMC| = 90°$ i $|\sphericalangle PMA| = |\sphericalangle QPB| = |\sphericalangle MQC| = 30°$ prema teoremu K-S-K o sukladnosti slijedi $\triangle APM \cong \triangle BQP \cong \triangle CMQ$. **2 BODA**

Dakle, $|AP| = |CM|$ i $|AP| = \dfrac{|AM|}{2}$.

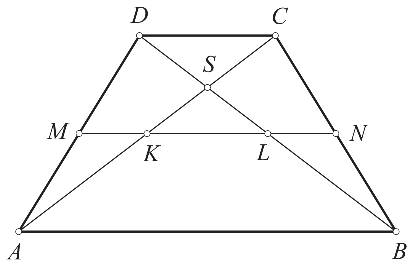
Slijedi

$$\begin{aligned} |AM| + |MC| &= 9 \\ 2|AP| + |AP| &= 9 \\ 3|AP| &= 9 \\ |AP| &= 3 \end{aligned}$$

odnosno $|AM| = 6$ cm. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

5.



1 BOD

Budući da je $ABCD$ jednakokračan trapez, onda je $|\sphericalangle DAB| = |\sphericalangle ABC|$ i $|AD| = |BC|$.

Zato prema poučku S-K-S o sukladnosti slijedi $\triangle ABD \cong \triangle BAC$. **2 BODA**

Iz sukladnosti slijedi $|\sphericalangle BDA| = |\sphericalangle ACB|$ što znači $|\sphericalangle LDM| = |\sphericalangle KCN|$. **1 BOD**

Kako je $\overline{MN}$ srednjica trapeza $ABCD$, onda je $\overline{MN} \| \overline{AB}$ pa vrijedi $|\sphericalangle DML| = |\sphericalangle DAB|$ i $|\sphericalangle KNC| = |\sphericalangle ABC|$.

Dakle, $|\sphericalangle DML| = |\sphericalangle KNC|$. **2 BODA**

Točke M i N su polovišta krakova $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ pa je $|DM| = |CN|$.

Prema poučku K-S-K o sukladnosti slijedi $\triangle DML \cong \triangle CNK$. **2 BODA**

Na kraju je $P_{\square DMKS} = P_{\triangle DML} - P_{\triangle KLS} = P_{\triangle CNK} - P_{\triangle KLS} = P_{\square CSLN}$ te je time tvrdnja dokazana. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 8. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Vrijedi

$$\begin{aligned} x^2+4y^2+2x-12y+10 &= x^2+2x+1+4y^2-12y+9 \\ &= (x+1)^2+(2y-3)^2=0. \end{aligned}$$

4 BODA

Zato slijedi $x=-1$, $2y-3=0$ odnosno $y=\dfrac{3}{2}$. **3 BODA**

Na kraju

$$x^{2008}+2008y=(-1)^{2008}+2008\cdot\frac{3}{2}=1+3012=3013.$$

3 BODA

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

2.

$$\frac{x+4}{y-3}=\frac{3}{5}$$
$$\frac{x-3}{y+4}=\frac{1}{11}$$

$$5(x+4)=3(y-3)$$
$$11(x-3)=1(y+4)$$

2 BODA

$$5x+20=3y-9$$
$$11x-33=y+4 \implies y=11x-37$$

2 BODA

$$5x+20 = 3(11x-37)-9$$

1 BOD

$$\begin{aligned} 5x+20 &= 33x-111-9 \\ 5x-33x &= -111-9-20 \\ -28x &= -140 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

2 BODA

$$\begin{aligned} y &= 11\cdot 5-37 \\ y &= 18 \end{aligned}$$

1 BOD

Traženi razlomak je $\dfrac{5}{18}$. **2 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

3. Kada ptica leti u smjeru kretanja vlaka, njena brzina u odnosu na vlak iznosi

$$12 - 4 = 8 \text{ m/s}.$$

2 BODA

Kada ptica leti u smjeru suprotnom od kretanja vlaka, njena brzina u odnosu na vlak iznosi

$$12 + 4 = 16 \text{ m/s}.$$

2 BODA

Neka je x duljina vlaka u metrima. Tada je

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{16} = 60$$

3 BODA

$$\begin{aligned} 3x &= 960 \\ x &= 320. \end{aligned}$$

Duljina vlaka je 320 metara. **3 BODA**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

4. Neka su duljine kateta a i b $(a > b)$. Tada je $a - b = 6$.

Iz $P_\triangle = \dfrac{ab}{2} = \dfrac{c \cdot v_c}{2}$ slijedi $a \cdot b = c \cdot v_c$. **1 BOD**

Nakon kvadriranja jednakosti $a - b = 6$, vrijedi

$$a^2 - 2ab + b^2 = 36$$

2 BODA

$$\begin{aligned} a^2 - 2cv_c + b^2 &= 36 \\ c^2 - 2cv_c &= 36 \\ c^2 - 16c &= 36 \\ c^2 - 16c + 64 &= 100 \\ (c-8)^2 &= 100 \end{aligned}$$

2 BODA

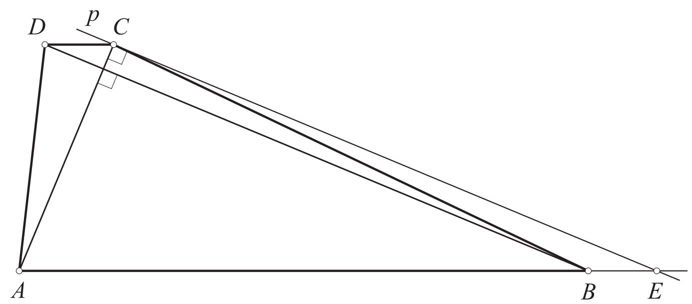
1° $c - 8 = 10 \implies c = 18$ cm **2 BODA**

2° $c - 8 = -10 \implies c = -2$ što je nemoguće. **2 BODA**

Duljina hipotenuze je 18 cm. **1 BOD**

. . . . **UKUPNO 10 BODOVA**

5.



Točkom C nacrtamo paralelu p s BD. **2 BODA**

Neka je $p \cap AB = \{E\}$. Tada je $DBEC$ paralelogram pa je $|BE| = |DC|$ i $|BD| = |EC|$. Nadalje $\triangle ACE$ je pravokutan pa je

$$|AB| + |BE| = \sqrt{|AC|^2 + |CE|^2} = \sqrt{|AC|^2 + |BD|^2}.$$

4 BODA

S druge strane je

$$|AB| + |BE| = |AB| + |CD| = 2s.$$

2 BODA

$$\Longrightarrow\ 2s = \sqrt{2.5^2 + 6^2} = 6.5 \ \Longrightarrow\ s = 3.25 \text{ cm}.$$

2 BODA

. . . . **UKUPNO** **10 BODOVA**