

## ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

### 5. razred – rješenja

23. veljače 2009.

**OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.**

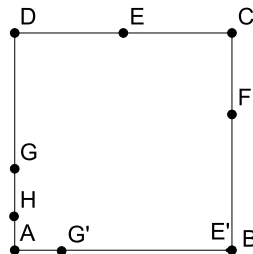
1. Možemo promatrati paralelograme koji su sastavljeni od dva trokuta, od četiri trokuta i cijeli lik. 2 BODA  
 Paralelograma sastavljenih od dva trokuta ima 8. 3 BODA  
 Paralelograma sastavljenih od četiri trokuta ima 4. 3 BODA  
 Cijeli lik je paralelogram. 1 BOD  
 Dakle, na slici je  $8 + 4 + 1 = 13$  paralelograma. 1 BOD  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Zbroj znamenaka bilo kojeg desetoznamenkastog broja sastavljenog od znamenaka 0 i 5 je višekratnik broja 5. 2 BODA  
 Nadalje, kako tražimo brojeve koji su djeljivi s 9, zbroj znamenaka mora biti djeljiv s 9.  
 Kako su brojevi 5 i 9 relativno prosti, slijedi da traženi brojevi moraju imati točno devet petica i jednu nulu. Tada je zbroj znamenaka jednak  $9 \cdot 5 = 45$ . 2 BODA  
 Nula ne može biti na prvom mjestu pa imamo brojeve: 5055555555, 5505555555, 5550555555, 5555055555, 5555505555, 5555550555, 5555555055, 5555555505, 5555555550. 5 BODOVA  
 Dakle, ukupno je 9 brojeva koji zadovoljavaju uvjete zadatka. 1 BOD  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Zbroj prvih 2009 brojeva jednak je  $1 + 2 + 3 + \dots + 2008 + 2009 = \frac{2009 \cdot 2010}{2} = 2009 \cdot 1005$ . 4 BODA  
 Rastavimo dobiveni umnožak na faktore:  $2009 \cdot 1005 = (7 \cdot 7 \cdot 41) \cdot (3 \cdot 5 \cdot 67) = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 41 \cdot 67$ . 4 BODA  
 Dakle, jednoznamenasti brojevi s kojima je djeljiv zbroj prvih 2009 prirodnih brojeva su 1, 3, 5, 7. 2 BODA  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je  $x$  broj redova voćaka u voćnjaku. Tada je u voćnjaku  $15 \cdot x$  voćaka. 1 BOD  
 Kada bi u voćnjaku bilo 6 redova manje, a u svakom redu 5 voćaka više, u voćnjaku bi bilo  $20 \cdot (x - 6) = 20 \cdot x - 120 = 15 \cdot x + (5 \cdot x - 120)$  voćaka. 3 BODA  
 Dakle, brojevi voćaka se razlikuju za  $5 \cdot x - 120$ , a prema uvjetu zadatka ta je razlika jednaka 10. 2 BODA  
 Dakle,  $5 \cdot x - 120 = 10$ , pa je  $5 \cdot x = 130$ , odakle je  $x = 130 : 5 = 26$ . 4 BODA  
 Dakle, zasađeno je 26 redova voćaka. 1 BOD  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Vratimo kvadrat  $ABCD$  u prvobitni oblik, te označimo na njemu sve vrhove uočenih trokuta. Označimo točku  $G$  dvaput, jednom na stranici  $\overline{AD}$  ( $G$ ), a jednom na stranici  $\overline{AB}$  ( $G'$ ). Napravimo isto i s točkom  $E$ .



Uočimo kako je svaka od stranica triju trokuta  $CEF$ ,  $EDG$  i  $GAH$  sadržana u nekoj stranici kvadrata  $ABCD$ , te da sve te stranice zajedno pokrivaju sve stranice kvadrata. 2 BODA  
 Zbog toga je zbroj opsega trokuta  $CEF$ ,  $EDG$  i  $GAH$  jednak opsegu kvadrata, odnosno jednak je  $4 \cdot 9 = 36$  cm. 3 BODA  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA