ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
28. veljače 2011.

7. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Označimo li pojedinačne zarade redom s a, b, c, možemo pisati :

a : b : c = $\frac{5}{6}:\frac{4}{3}:\frac{7}{8}$. 1 BOD

Svedemo li sva tri razlomka na zajednički nazivnik 24, imat ćemo ovaj razmjer :

a : b : c = $\frac{20}{24}:\frac{32}{24}:\frac{21}{24}$, odnosno a : b : c = 20 : 32 : 21. 2 BODA

Iz dobivenog produženog razmjera slijedi da je :

a : b = 20 : 32 → 32a = 20b → a = $\frac{20}{32}b$, te

b : c = 32 : 21 → 32c = 21b → c = $\frac{21}{32}b$ 2 BODA

Kako je ukupna zarada 657 *kn*, vrijedi jednakost :

a + b + c = 657, odnosno $\frac{20}{32}b+b+\frac{21}{32}b=657$ 1 BOD

Rješavajući tu jednadžbu dobijemo da je zarada b = 288 *kn*. 2 BODA

Na sličan način dobijemo da je zarada a $=\frac{20}{32}b=\frac{20}{32}\cdot 288=180\,kn$,

odnosno da je zarada c $=\frac{21}{32}b=\frac{21}{32}\cdot 288=189\,kn$. 2 BODA

…………………………………………………………………….…….. UKUPNO 10 BODOVA

2. Kako je $-2+3=-4+5=-6+7=...=1$, 2 BODA

onda je $-2+3-4+5-6+7-...=2011-1$ odnosno $-2+3-4+5-6+7-...=2010$.

2 BODA

To znači da trebamo 2010 parova brojeva s različitim predznacima odnosno 4020 brojeva.

2 BODA

Posljednji par bi bio −4020,4021. 2 BODA

Niz treba završiti s brojem 4021. 2 BODA

…………………………………………………………………..…….. UKUPNO 10 BODOVA

3. Neka je n broj stranica prvog pravilnog mnogokuta, a m broj stranica drugog pravilnog mnogokuta, te β_n veličina unutarnjeg kuta prvog, a β_m veličina unutarnjeg kuta drugog pravilnog mnogokuta.

Tada vrijedi $n=2\cdot m$ 1 BOD

i $\frac{(m-2)\cdot 180°}{m}=\frac{(n-2)\cdot 180°}{n}-10°$. 2 BODA

Dalje je $\frac{(m-2)\cdot 180°}{m}=\frac{(2m-2)\cdot 180°}{2m}-10°$ 1 BOD

pa je $m=18$ 2 BODA

odnosno $n=36$. 1 BOD

Slijedi $\beta_n=170°$ 2 BODA

i $\beta_m=160°$. 1 BOD

…………………………………………………………………..………. UKUPNO 10 BODOVA

4. Vrijedi

$$xy-y=3+7x$$
$$y(x-1)=7x+3$$

2 BODA

Za $x=1$ slijedi $y\cdot 0=10$ što je nemoguće za svaki $y\in\mathbb{Z}$. 1 BOD

Za $x\neq 1$ slijedi $y=\frac{7x+3}{x-1}=\frac{7x-7+10}{x-1}=\frac{7(x-1)+10}{x-1}=7+\frac{10}{x-1}$ 2 BODA

$$y\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\frac{10}{x-1}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow x-1\in\{1,-1,2,-2,5,-5,10,-10\}$$ 2 BODA

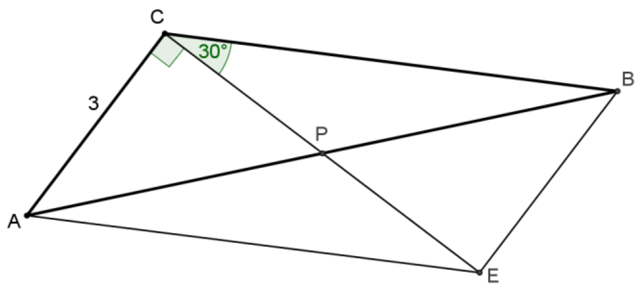
$$\Leftrightarrow x\in\{2,0,3,-1,6,-4,11,-9\}$$ 1 BOD

Iz izraza $y=\frac{7x+3}{x-1}=7+\frac{10}{x-1}$ izračunamo y te su traženi parovi brojeva (2,17), (0,−3), (3,12),

(−1,2), (6,9), (−4,5), (11,8) i (−9,6). 2 BODA

…………………………………………………………………………….... UKUPNO 10 BODOVA

5. Nadopunimo trokut ΔABC do paralelograma $AEBC$.



3 BODA

Tada vrijedi $|\sphericalangle AEC|=30^\circ$ 2 BODA

što znači da je ΔAEC polovica jednakostraničnog trokuta 2 BODA

pa je $|AE|=2\cdot|AC|=2\cdot 3=6$ 2 BODA

odnosno $|BC|=6\,cm$. 1 BOD

……………………………………………………………………..…….. UKUPNO 10 BODOVA