ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
28. veljače 2011.

8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $\frac{1}{1000}\cdot\left[\frac{1570^2+1070^2-2140\cdot 1570}{10\cdot\sqrt{275^2-225^2}}\right]^2=\frac{1}{1000}\cdot\left[\frac{1570^2-2\cdot 1570\cdot 1070+1070^2}{10\cdot\sqrt{(275+225)\cdot(275-225)}}\right]^2=$

2 BODA

$=\frac{1}{1000}\cdot\left[\frac{(1570-1070)^2}{10\cdot\sqrt{500\cdot 50}}\right]^2=$ 2 BODA

$=\frac{1}{1000}\cdot\left[\frac{500^2}{10\cdot\sqrt{50\cdot 10\cdot 50}}\right]^2=$ 2 BODA

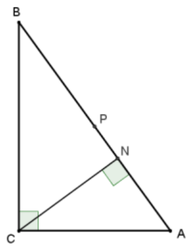
$=\frac{1}{1000}\cdot\left[\frac{500^2}{10\cdot 50\cdot\sqrt{10}}\right]^2=$ 1 BOD

$=\frac{1}{1000}\cdot\left[\frac{500^2}{500\cdot\sqrt{10}}\right]^2=\frac{1}{1000}\cdot\left[\frac{500}{\sqrt{10}}\right]^2=$ 1 BOD

$=\frac{1}{1000}\cdot\frac{250000}{10}=25.$ 2 BODA

……………………………………………..…………………………….. UKUPNO 10 BODOVA

2.



1 BOD

Primjenimo li Pitagorin poučak na ΔABC, slijedi $|AB|^2=|AC|^2+|BC|^2$ odnosno $|AB|=50\,cm.$ 2 BODA

Kako je P polovište hipotenuze, onda je $|AP|=25\,cm.$ 1 BOD

Za površinu trokuta ΔABC vrijedi $P_{\Delta ABC}=\frac{|AC|\cdot|BC|}{2}=600\ cm^2.$ 1 BOD

Također, $P_{\Delta ABC}=\frac{|AB|\cdot|CN|}{2}$ odakle slijedi $|CN|=24\,cm.$ 2 BODA

Primijenimo li Pitagorin poučak na ΔANC, slijedi $|AN|^2+|CN|^2=|AC|^2$ odnosno
$|AN|=18\,cm.$ 2 BODA

Na kraju, $|PN|=|AP|-|AN|=7\,cm.$ 1 BOD

………………………………………………………………...………….. UKUPNO 10 BODOVA

3. $\dfrac{1+2+...+2011+m}{1+2+...+2010+m}=\dfrac{1+2+...+2010+m+2011}{1+2+...+2010+m}=1+\dfrac{2011}{1+2+...+2010+m}$ 2 BODA

Početni broj će biti prirodan ako je $\dfrac{2011}{1+2+...+2010+m}$ prirodan broj, 2 BODA

a najmanju vrijednost će imati ako je $1+2+...+2010+m=2011.$ 2 BODA

Dalje je $\dfrac{2010\cdot 2011}{2}+m=2011.$ 2 BODA

Slijedi $m=-2019044$. 2 BODA

……………………………………………………………………...………. UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je j broj minuta za koje Janko može obaviti posao, a m broj minuta za koje Matko može obaviti posao. Prema uvjetu zadatka vrijedi da je $j = m + 30$. 1 BOD

U minuti Janko obavi $\dfrac{1}{j}$ posla, Matko $\dfrac{1}{m}$ posla, a zajednički obave $\dfrac{1}{j}+\dfrac{1}{m}$ posla. 1 BOD

Zajedno cijeli posao dovrše za 36 minuta, pa u minuti obave $\dfrac{1}{36}$ posla, tj. vrijedi $\dfrac{1}{j}+\dfrac{1}{m}=\dfrac{1}{36}$.
1 BOD

Budući da je $j = m + 30$, dobivamo $\dfrac{1}{m+30}+\dfrac{1}{m}=\dfrac{1}{36}$. 1 BOD

Sređivanjem tog izraza dobit ćemo: $\dfrac{m}{m(m+30)}+\dfrac{m+30}{m(m+30)}=\dfrac{1}{36}$, tj. $\dfrac{2m+30}{m(m+30)}=\dfrac{1}{36}$. 2 BODA

Dalje dobivamo redom: $36(2m + 30) = m(m + 30)$,
$72m + 1080 = m^2 + 30m$,
$m^2 - 42m - 1080 = 0$. 1 BOD

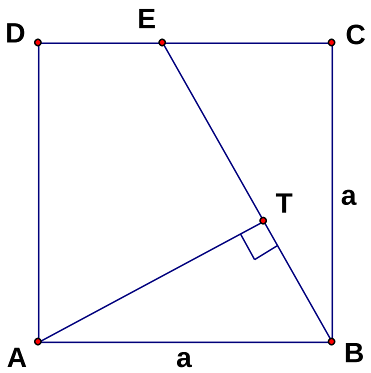
Tu jednadžbu možemo napisati u obliku $m^2 - 2m \cdot 21 + 441 = 1080 + 441$, tj.
$(m - 21)^2 = 39^2$. 1 BOD

Prema tome je $m - 21 = 39$ ili $m - 21 = -39$, odnosno $m = 60$ ili $m = -18$. 1 BOD

Prema uvjetu zadatka jasno je da rješenje ne može biti negativan broj.
To znači da Matko sam završi posao za 60, a Janko za 90 minuta. 1 BOD

………………………………………………………………………….….. UKUPNO 10 BODOVA

5. Neka je $|CE| = 3k, |ED| = 2k$ i $|AT| = x$. Tada je $a = 5k$. 1 BOD



Trokuti *ABT* i *BEC* su slični jer su pravokutni i $|\sphericalangle BAT| = |\sphericalangle EBC|$ (kutovi s okomitim kracima).

3 BODA

Vrijedi $\frac{|BT|}{|EC|} = \frac{|AT|}{|BC|}$ odnosno $\frac{6}{3k} = \frac{x}{5k}$ pa je $x = 10\,cm$. 2 BODA

Primjenjujući Pitagorin poučak na trokut *ABT* imamo:

$|AB|^2 = |AT|^2 + |BT|^2$ odnosno $a^2 = 10^2 + 6^2$ pa je $a^2 = 136$. 2 BODA

Dakle, površina kvadrata je 136 cm^2. 2 BODA

……………………………………………………………………………..… UKUPNO 10 BODOVA