

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

13. ožujka 2012.

6. razred – rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Da bismo odredili ukupan iznos novca kojeg su zaradili Marko, Jure i Ante, prvo ćemo odrediti koliko je zaradio Jure.

Jure je dobio $\frac{1}{4}$ novog ostatka pa je Ante ostalo $\frac{3}{4}$ novog ostatka. 1 bod

Dakle, $\frac{3}{4}$ novog ostatka je 900 kn pa $\frac{1}{4}$ novog ostatka iznosi 300 kn. 2 boda

Jure je zaradio $800 + 300 = 1\ 100$ kn. 1 bod

Marko je dobio 500 kn i $\frac{1}{5}$ ostatka što znači da je za Juru i Antu ostalo $\frac{4}{5}$ ostatka, 1 bod

tj. vrijedi da je $\frac{4}{5}$ ostatka $= 1\ 100 + 900 = 2\ 000$ kn pa je $\frac{1}{5}$ ostatka $= 500$ kn. 2 boda

Dakle, Marko je zaradio $500 + 500 = 1\ 000$ kn. 1 bod

Konačno, Marko, Jure i Ante ukupno su zaradili $1\ 000 + 1\ 100 + 900 = 3\ 000$ kn. 1 bod

Najviše je zaradio Jure. 1 bod

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Iz $|AC| = |BC|$ slijedi da je trokut ACB jednakokrčan pa vrijedi

$|\angle CBA| = |\angle CAB| = \beta$. 2 boda

Iz $|AB| = |AD|$ slijedi da je trokut ABD jednakokrčan pa vrijedi

$|\angle DBA| = |\angle ADB| = \beta$. 2 boda

Iz $|\angle BAD| = |\angle CAD|$ i $|\angle CAB| = \beta$ slijedi da je

$|\angle BAD| = |\angle CAD| = \frac{\beta}{2}$. 1 bod

U trokutu ABD vrijedi $\beta + \beta + \frac{\beta}{2} = 180^\circ$, 1 bod

odakle je $\frac{5}{2}\beta = 180^\circ$, 1 bod

odnosno $\beta = 180^\circ : \frac{5}{2} = 72^\circ$. 1 bod

Veličine unutarnjih kutova u trokutu ABC su 72° , 72° i $180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$. 2 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Kako je $24=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3$, odgovarajuće četvorke znamenaka su:
 a) 2,2,2,3, b) 1,2,3,4, c) 1,2,2,6, d) 1,1,3,8, e) 1,1,4,6.
 Traženi brojevi su:
 a) 2223, 2232, 2322, 3222, 1 bod
 b) 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, 3124, 3142, 3214, 3241,
 3412, 3421, 4123, 4132, 4213, 4231, 4312, 4321, 2 boda
 c) 1226, 1262, 1622, 2126, 2162, 2216, 2261, 2612, 2621, 6122, 6212, 6221, 2 boda
 d) 1138, 1183, 1318, 1381, 1813, 1831, 3118, 3181, 3811, 8113, 8131, 8311, 2 boda
 e) 1146, 1164, 1416, 1461, 1614, 1641, 4116, 4161, 4611, 6114, 6141, 6411, 2 boda
 Brojeva s traženim svojstvima ima 64. 1 bod
 UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je s označena duljina puta od kuće do posla u kilometrima. 1 bod
 Kada Matkov tata vozi brzinom 65 km/h, stiže 1 min ranije,
 a kada vozi brzinom 60 km/h, 1 min kasnije.
 Razlika je 2 minute ili $\frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ sata. 2 boda
 Vrijeme provedeno na putu pri brzini od 65 km/h je $\frac{x}{65}$ sati,
 a vrijeme provedeno na putu pri brzini od 60 km/h je $\frac{x}{60}$ sati.
 Možemo pisati:

$$\frac{x}{60} - \frac{x}{65} = \frac{1}{30}.$$
 4 boda
 Tada redom imamo $65x - 60x = 130$,
 $5x = 130$,
 $x = 26$ km. 2 boda
 Matkov tata svaki dan od kuće do posla i natrag prijeđe put duljine 52 km. 1 bod
 UKUPNO 10 BODOVA

5. Jednakosti $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 1221$ odgovara jednakost:
 $(100a + 10b + c) + (100b + 10c + a) + (100c + 10a + b) = 1221$, 2 boda
 odnosno $111a + 111b + 111c = 1221$, 2 boda
 tj. $111 \cdot (a + b + c) = 1221$, 2 boda
 odakle je $a + b + c = 1221 : 111 = 11$. 2 boda
 Budući da se traži najveći troznamenasti broj takav da je
 $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 1221$, a znamenke a , b i c moraju biti različite,
 vrijedi $a = 8$, $b = 2$ i $c = 1$,
 pa je traženi broj 821. 2 boda
 UKUPNO 10 BODOVA