ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
13. ožujka 2012.

7. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka je V obujam prve bačve. Tada je obujam druge bačve jednak $2V$. 1 BOD

Budući da je omjer vode i octa u prvoj bačvi jednak 2 : 1, znači da je u prvoj bačvi obujam vode jednak $\frac{2}{3}V$, a obujam octa $\frac{1}{3}V$. 2 BODA

Budući da je omjer vode i octa u drugoj bačvi jednak 3 : 1, znači da je u drugoj bačvi obujam vode jednak $\frac{3}{4}\cdot 2V=\frac{3}{2}V$, a obujam octa $\frac{1}{4}\cdot 2V=\frac{1}{2}V$. 2 BODA

Nakon prelijevanja sadržaja prve i druge bačve u treću bačvu u noj se nalazi

$\frac{2}{3}V+\frac{3}{2}V=\frac{13}{6}V$ vode 2 BODA

i $\frac{1}{3}V+\frac{1}{2}V=\frac{5}{6}V$ octa. 2 BODA

Dakle, omjer vode i octa u trećoj bačvi je $\frac{13}{6}V:\frac{5}{6}V=13:5$. 1 BOD

……………………………………………………………………..……… UKUPNO 10 BODOVA

2. Vrijedi

$$\frac{n\cdot(n+1)}{2}=\overline{xxx}$$

$$n\cdot(n+1)=2\cdot x\cdot 111$$ 4 BODA

$$n\cdot(n+1)=2\cdot x\cdot 3\cdot 37$$

1 BOD

Kako je x znamenka, jedina mogućnost je x = 6. 3 BODA

Tada je n = 36 odnosno potrebno je zbrojiti 36 prvih prirodnih brojeva. 2 BODA

……………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

3.Vrijedi

$$\frac{1}{6}=\frac{1}{m}+\frac{1}{n},\ \ m,n\in\mathbb{N},\ m\neq n\ .$$ 1 BOD

$$\frac{1}{6}=\frac{m+n}{mn}$$
$$6m+6n=mn$$
$$6n=mn-6m$$
$$6n=m(n-6)$$

2 BODA

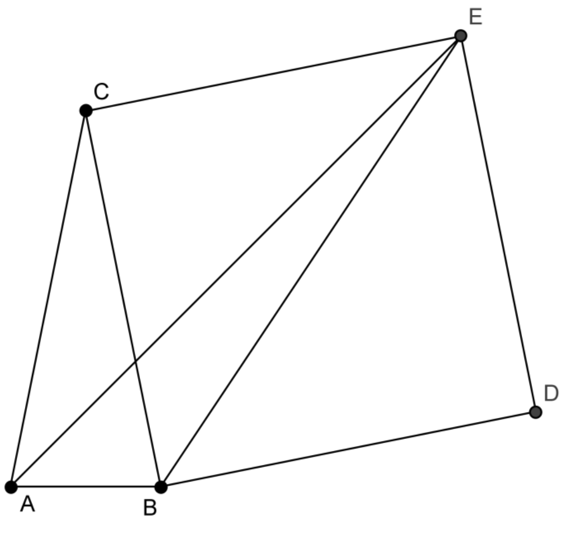
$$m=\frac{6n}{n-6}=\frac{6n-36}{n-6}+\frac{36}{n-6}=6+\frac{36}{n-6}$$ 2 BODA

Nazivnik $n-6$ je djelitelj broja 36. 1 BOD

Prikaz: $\frac{1}{6}=\frac{1}{7}+\frac{1}{42}$, $\frac{1}{6}=\frac{1}{8}+\frac{1}{24}$, $\frac{1}{6}=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}$, $\frac{1}{6}=\frac{1}{10}+\frac{1}{15}$. 4 BODA

……………………………………………………………………………...….. UKUPNO 10 BODOVA

4.



1 BOD

$|CE|=|CB|$ (stranice kvadrata), $|CB|=|CA|$ (jednaki kraci). Dakle, $|CE|=|CA|$ pa je trokut AEC jednakokračan. 2 BODA

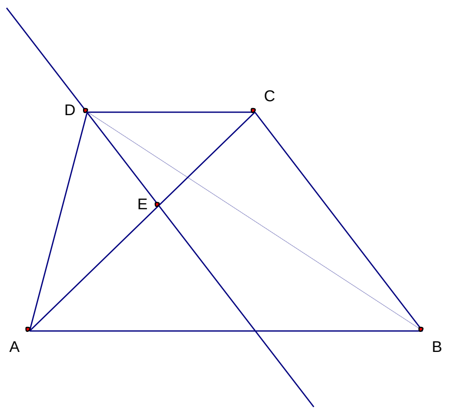
Slijedi $|\sphericalangle CEA| = \dfrac{180° - (30° + 90°)}{2} = 30°$. 2 BODA

Trokut BDE je jednakokračan pravokutan te je $|\sphericalangle BED| = 45°$. 3 BODA

Dakle, $|\sphericalangle AEB| = |\sphericalangle CED| - |\sphericalangle CEA| - |\sphericalangle BED| = 90° - 30° - 45° = 15°$. 2 BODA

…………………………………………………………...…………… UKUPNO 10 BODOVA

5. Nacrtajmo dijagonalu $\overline{BD}$.



2 BODA

Trokuti ACD i BCD imaju jednaku površinu jer imaju zajedničku osnovicu i visinu trapeza $ABCD$.

2 BODA

Kako je $DE \| BC$, to je četverokut $BCDE$ trapez. 2 BODA

Trokuti BCE i BCD imaju jednaku površinu jer imaju zajedničku osnovicu $\overline{BC}$ i visinu trapeza $BCDE$. 2 BODA

To znači da trokuti ACD i BCE imaju jednaku površinu što se i tražilo. 2 BODA

……………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA