ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. siječnja 2014.

8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $\frac{3}{3\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{3}{3\sqrt{5}-\sqrt{3}} \cdot \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{3\sqrt{5}+\sqrt{3}} =$ 1 BOD

$= \frac{3(3\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(3\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} =$ 1 BOD

$= \frac{3(3\sqrt{5}+\sqrt{3})}{9\cdot 5-3} =$ 2 BODA

$= \frac{3(3\sqrt{5}+\sqrt{3})}{42} =$ 1 BOD

$= \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{14}$ 1 BOD

……………………………………………………………………..……… UKUPNO 6 BODOVA

2. $\left(\frac{11}{4}\cdot\frac{11}{3}\right) : x = \frac{33-44}{12} : \frac{3}{2}$ 1 BOD

$\frac{121}{12} : x = \frac{-11}{12} : \frac{3}{2}$ 1 BOD

$\frac{-11}{12} \cdot x = \frac{121}{12} \cdot \frac{3}{2}$ 1 BOD

$\frac{-11}{12} \cdot x = \frac{121}{8}$ 1 BOD

$x = \frac{121}{8} \cdot \frac{-12}{11}$ 1 BOD

$x = \frac{-33}{2}$ 1 BOD

……………………………………………………………………..……… UKUPNO 6 BODOVA

3. Potencije broja 9 su $9^1=9$, $9^2=81$, $9^3=729$, $9^4=6561$,… 2 BODA
Lako je uočiti da potencije s neparnim eksponentom imaju znamenku jedinica 9, a potencije s parnim eksponentom imaju znamenku jedinica 1. 2 BODA
Broj 9^{2014} ima parni eksponent pa mu je znamenka jedinica 1. 1 BOD
Dakle, broj $1 + 9^{2014}$ ima znamenku jedinica 2. 1 BOD
……………………………………………………………………..……… UKUPNO 6 BODOVA

4. $6(x^2 + 2x - x - 2) - 4(x^2 + 4x - 3x - 12) = 2(x^2 - 6x - 5x + 30)$ 1 BOD
$6(x^2 + x - 2) - 4(x^2 + x - 12) = 2(x^2 - 11x + 30)$ 1 BOD
$6x^2 + 6x - 12 - 4x^2 - 4x + 48 = 2x^2 - 22x + 60$ 1 BOD
$6x^2 - 4x^2 - 2x^2 + 6x - 4x + 22x = 60 - 48 + 12$ 1 BOD
$24x = 24$ 1 BOD
$x = 1$ 1 BOD
…………………………………………………………………………….. UKUPNO 6 BODOVA

5. Neka su P_1 i P_2 površine, a a_1 i a_2 odgovarajuće stranice sličnih trokuta.

Vrijedi $P_2 = \frac{a_2 \cdot v_{a_2}}{2} = \frac{12 \cdot 15}{2} = 90\ \text{cm}^2$. 1 BOD

Kako je $P_1 : P_2 = 16 : 9$, onda slijedi $P_1 = 160\ \text{cm}^2$. 1 BOD

S obzirom da je $P_1 : P_2 = 16 : 9 = k^2$, onda je $k = \frac{4}{3}$. 2 BODA

Budući da je $a_1 : a_2 = k$, slijedi $a_1 = 16\ \text{cm}$.
Površina većeg trokuta je 160 cm², a duljina odgovarajuće stranice 16 cm. 2 BODA
……………………………………………………………………..…… UKUPNO 6 BODOVA

6. Kako je $x + y = 0$, onda je $(x+y)^2 = 0^2 = 0$. 1 BOD

No, $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 0$, 1 BOD

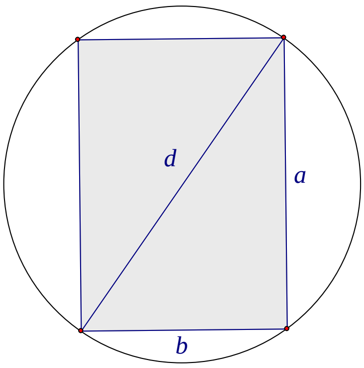
a kako je $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, onda je $2xy = -\frac{1}{4}$ odnosno $xy = -\frac{1}{8}$. 2 BODA

Dalje je $x^4 + y^4 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 2x^2y^2 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 =$ 3 BODA

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{32}$$ 3 BODA

……………………………………………………………..……… UKUPNO 10 BODOVA

7.



Iz uvjeta zadatka vrijedi $a \cdot b = 108$ i $a : b = 4 : 3$. 1 BOD

Iz druge jednakosti slijedi da je $a = \frac{4}{3}b$ 1 BOD

pa je $\frac{4}{3}b \cdot b = 108$ odnosno $b = 9$ cm 2 BODA

i $a = 12$ cm. 1 BOD

Pitagorinim poučkom dobivamo $9^2 + 12^2 = d^2$ odnosno $d = 15$ cm. 1 BOD

Tada je polumjer pravokutniku opisane kružnice duljine 7.5 cm. 1 BOD

Površina neosjenčanog dijela jednaka je površini kruga umanjenoj za površinu osjenčanog pravokutnika odnosno $P = (7.5)^2\pi - 108$. 1 BOD

Dakle, $P = 56.25\pi - 108\ \text{cm}^2$. 2 BODA
……………………………………………………………………...…… UKUPNO 10 BODOVA