ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
18. veljače 2014.

5. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Rastavljanjem broja 7539840 na proste faktore dobivamo

$7539840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17.$ 2 BODA

Iz rastava na proste faktore zadanog broja odmah uočavamo dva faktora umnoška, brojeve 11 i 17.

1 BOD

Broj 7 može se kombinirati samo s brojem 2 kako bi se zadovoljili uvjeti zadatka pa je treći traženi faktor broj 14. 1 BOD

Preostalo je odrediti tri broja veća od 10, a manja od 20 kombiniranjem preostalih faktora, tj. šest dvojki, dvije trojke i jedne petice.

Množenjem broja 5 s brojem 2 dobivamo premali broj, a množenjem broja 5 s dvije dvojke ili dvojkom i trojkom preveliki broj. Dakle, broj 5 moramo pomnožiti brojem 3 pa je četvrti faktor broj 15. 2 BODA

Preostalo nam je odrediti još dva faktora. Broj 3 moramo pomnožiti s točno dvije dvojke kako bi dobiveni umnožak bio veći od 10, a manji od 20. Dakle, peti je faktor broj 12. 2 BODA

Preostale su nam samo četiri dvojke te je broj 16 šesti faktor.

Vrijedi $7539840 = 11 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17.$ 2 BODA

……………………………………………………………………..….. UKUPNO 10 BODOVA

2. U jednoj su skupini četiri reprezentacije (A, B, C, D) i u skupini se odigra 6 utakmica (A-B, A-C, A-D, B-C, B-D, C-D). 1 BOD

Kako je 8 skupina, u grupnoj fazi ukupno se odigra 48 utakmica. 1 BOD

U daljnjem natjecanju sudjeluje 16 reprezentacija koje igraju međusobno 8 utakmica. Osam pobjednika opet igra međusobno nove 4 utakmice, četiri pobjednika još 2 utakmice i na kraju 2 reprezentacije igraju finale. 2 BODA

U drugoj fazi odigra se $8 + 4 + 2 + 1 = 15$ utakmica. 1 BOD

Na svjetskom prvenstvu ukupno se odigraju 63 utakmice. 1 BOD

Iz rastava $63 = 3 \cdot 3 \cdot 7$ slijedi da se broj 63 može napisati kao $1 \cdot 63$, $3 \cdot 21$ ili $7 \cdot 9$, a samo posljednji rastav zadovoljava uvjet zadatka. 2 BODA

Svjetsko prvenstvo se može organizirati u 7 gradova (u svakom po 9 utakmica) ili u 9 gradova (u svakom po 7 utakmica). 2 BODA

…………………………………………………………...……………….. UKUPNO 10 BODOVA

3. U kazalištu ima $12 \cdot 18 = 216$ mjesta. Od tog broja 96 mjesta je ostalo prazno što znači da je u kazalište došlo $216 - 96 = 120$ osoba 1 BOD

od kojih je 5 razrednica i 115 učenika. 1 BOD

Učenika po razredima ima:

5.a	x
5.b	$x + 1$
5.c	$x + 1 + 2$
5.d	$x + 1 + 2 + 3$
5.e	$x + 1 + 2 + 3 + 4$

2 BODA

Zato vrijedi $x + x + 1 + x + 3 + x + 6 + x + 10 = 115.$ 2 BODA

Slijedi $5 \cdot x + 20 = 215$

$5 \cdot x = 215 - 20$

$5 \cdot x = 95$

$x = 19.$ 2 BODA

U 5.a ima 19 učenika, u 5.b ima 20 učenika, u 5.c ima 22 učenika, u 5.d ima 25 učenika, a u 5.e ima 29 učenika. 2 BODA

…………………………………………………………...……………….. UKUPNO 10 BODOVA

4. Prirodan broj je djeljiv brojem 45 ako je djeljiv brojevima 5 i 9. 1 BOD

Broj je djeljiv brojem 5 ako je njegova znamenka jedinica 0 ili 5. No, budući da broj započinje i završava istom znamenkom, zaključujemo da znamenka a mora biti jednaka 5. 2 BODA

Znamenka d jednaka je 7 pa je zbroj znamenaka traženog broja jednak

$5 + b + c + 7 + 5 = 17 + b + c$. 1 BOD

Da bi broj bio djeljiv brojem 9, zbroj $17 + b + c$ mora biti višekratnik broja 9, tj. $b + c$ može biti 1 ili 10. 2 BODA

b	0	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
c	1	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1

1 BOD

Budući da su znamenke a, b, c i d međusobno različite, moguće kombinacije su

b	0	1	1	2	4	6	8	9
c	1	0	9	8	6	4	2	1

2 BODA

Traženi brojevi su: 50 175, 51 075, 51 975, 52 875, 54 675, 56 475, 58 275 i 59 175. 1 BOD

…………………………………………………………..……………….. UKUPNO 10 BODOVA

5. Kraća stranica srednjeg po veličini pravokutnika duga je $18 - 2 \cdot 2 = 18 - 4 = 14$ cm. 1 BOD

Kraća stranica najmanjeg pravokutnika duga je $14 - 2 \cdot 2 = 14 - 4 = 10$ cm. 1 BOD

Označimo sa a duljinu dulje stranice najmanjeg pravokutnika.

Vrijedi $2a + 2 \cdot 10 = 100$

$2a = 100 - 20$

$2a = 80$

$a = 40$ cm. 3 BODA

Dulja stranica srednjeg pravokutnika je $40 + 2 \cdot 2 = 44$ cm, 1 BOD

a dulja stranica najvećeg pravokutnika je $44 + 2 \cdot 2 = 44 + 4 = 48$ cm. 1 BOD

Ukupna površina utrošenog papira je $P = P_1 + P_2 + P_3 = 18 \cdot 48 + 14 \cdot 44 + 10 \cdot 40 =$

$= 864 + 616 + 400 = 1880 \text{ cm}^2$. 3 BODA

…………………………………………………………..……………….. UKUPNO 10 BODOVA