

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
28. veljače 2019.

4. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Ema je svoje kune razmijenila u banci A.

$$4\ 500 : 5 = 900 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$900 \cdot 20 = 18\ 000 \quad 1 \text{ BOD}$$

Ema je za 4500 kuna dobila 18 000 grina. 1 BOD

Ana je svoje kune razmijenila u banci B.

$$4\ 300 : 100 = 43 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$43 \cdot 420 = 18\ 060 \quad 1 \text{ BOD}$$

Ana je za 4300 kuna dobila 18 060 grina. 1 BOD

Ana je platila sladolede. 1 BOD

$$18\ 060 - 18\ 000 = 60 \quad 1 \text{ BOD}$$

Razlika u dobivenim iznosima je 60 grina.

$$60 : 2 = 30 \quad 1 \text{ BOD}$$

Cijena jednog sladoleda je 30 grina. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Prvi način:

Iz 5. tvrdnje slijedi da je Darko visok 141 cm. 1 BOD

Prema 3. tvrdnji, Jakov i Mate zajedno imaju 272 cm pa je jedan od njih visok 135 cm, a drugi 137 cm. 1 BOD

Iz 4. tvrdnje slijedi da je Jakov visok 135 cm, 1 BOD

a Mate 137 cm. 1 BOD

Iz 6. tvrdnje slijedi da je Viktor visok 138 cm ili 142 cm. 1 BOD

Iz 1. tvrdnje slijedi da je Bruno viši i od Ante i od Lovre pa je visok 138 cm ili 142 cm. 1 BOD

Iz 2. tvrdnje slijedi da je Bruno visok 138 cm, 1 BOD

a Viktor 142 cm. 1 BOD

Iz 1. tvrdnje slijedi da je Ante visok 132 cm, 1 BOD

a Lovre 128 cm. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

	ANTE	BRUNO	DARKO	JAKOV	LOVRE	MATE	VIKTOR
128 cm	-	-	-	-	+	-	-
132 cm	+	-	-	-	-	-	-
135 cm	-	-	-	+	-	-	-
137 cm	-	-	-	-	-	+	-
138 cm	-	+	-	-	-	-	-
141 cm	-	-	+	-	-	-	-
142 cm	-	-	-	-	-	-	+
	1 BOD	2 BODA	1 BOD	2 BODA	1 BOD	1 BOD	2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

**3. Prvi način:**

- a) Prva kućica sastoji se od 6 šibica. 1 BOD  
 Za dodavanje svake sljedeće kućice potrebno je dodati 5 šibica. 1 BOD  
 Za 55 kućica potrebno je  
 $6 + 54 \cdot 5 =$  2 BODA  
 $= 6 + 270$  1 BOD  
 $= 276$  šibica. 1 BOD
- b) Za prvu kućicu trebalo je 6 šibica pa za ostale kućice preostaje  $756 - 6 = 750$  šibica. 1 BOD  
 Kako je za dodavanje jedne kućice potrebno 5 šibica, može se dodati  $750 : 5$  kućica, 1 BOD  
 a to je 150 kućica. 1 BOD  
 Pomoću 756 šibica može se prikazati 151 kućica. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

**Drugi način:**

- a) Izgradnju počnimo s 1 šibicom.. 1 BOD  
 Sada za svaku kućicu treba dodati 5 šibica. 1 BOD  
 Za 55 kućica potrebno je  
 $1 + 55 \cdot 5 =$  2 BODA  
 $= 1 + 275$  1 BOD  
 $= 276$  šibica. 1 BOD
- b) Nakon prve šibice za kućice preostaje  $756 - 1 = 755$  šibica. 1 BOD  
 Kako je za dodavanje jedne kućice potrebno 5 šibica, može se prikazati  $755 : 5$  kućica. 2 BODA  
 Pomoću 756 šibica može se prikazati 151 kućica. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

**Treći način:**

- a) Među 55 kućica u nizu, 28 su na neparnom, 1 BOD  
 a 27 na parnom mjestu. 1 BOD  
 Za svaku kućicu na neparnom mjestu potrebno je 6 šibica, a 1 BOD  
 za svaku između, na parnom mjestu, potrebne su 4 šibice. 1 BOD  
 Ukupno je potrebno:  
 $28 \cdot 6 + 27 \cdot 4 =$  1 BOD  
 $= 168 + 108 = 276$  šibica. 1 BOD
- b) Kako za kućice na susjednom parnom i neparnom mjestu treba ukupno 10 šibica, 1 BOD  
 od 756 šibica mogu se napraviti ukupno 75 takvih parova, 1 BOD  
 odnosno 150 kućica. 1 BOD  
 Od 6 preostalih šibica sagrađena je posljednja, 151. kućica. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

**4. Prvi način:**

- Sranj ima 31 dan pa će Dora kod bake provesti 31 dan. 1 BOD  
 Broj 31 nije moguće podijeliti brojem 3 bez ostatka pa Dora ne može svaki dan čitati.  
 Broj 31 nije moguće podijeliti brojem 2 bez ostatka pa Dora ne može svaki dan voziti bicikl. 1 BOD  
 Ako Dora planira čitati 1 dan, onda je  $31 - 3 \cdot 1 = 28$ ,  $28 : 2 = 14$ .  
 Bicikl će voziti 14 dana. (1. način) 1 BOD  
 Ako Dora planira čitati 2 dana, onda je  $31 - 3 \cdot 2 = 25$ ,  $25 : 2 = 12$  i ostatak 1.  
 Dora neće čitati 2 dana.

Ako Dora planira čitati 3 dana, onda je $31 - 3 \cdot 3 = 22$ , $22 : 2 = 11$ . Bicikl će voziti 11 dana. (2. način)	1 BOD
Ako Dora planira čitati 4 dana, onda je $31 - 3 \cdot 4 = 19$ , $19 : 2 = 9$ i ostatak 1. Dora neće čitati 4 dana.	
Ako Dora planira čitati 5 dana, onda je $31 - 3 \cdot 5 = 16$ , $16 : 2 = 8$ . Bicikl će voziti 8 dana. (3. način)	1 BOD
Ako Dora planira čitati 6 dana, onda je $31 - 3 \cdot 6 = 13$ , $13 : 2 = 6$ i ostatak 1. Dora neće čitati 6 dana.	
Učenik, u nekom trenutku, zaključuje da se broj dana čitanja povećava za 2. Ako Dora planira čitati 7 dana, onda je $31 - 3 \cdot 7 = 10$ , $10 : 2 = 5$ . Bicikl će voziti 5 dana. (4. način)	1 BOD
Ako Dora planira čitati 9 dana, onda je $31 - 3 \cdot 9 = 4$ , $4 : 2 = 2$ . Bicikl će voziti 2 dana. (5. način)	1 BOD
Ako Dora planira čitati 11 dana, onda je $31 - 3 \cdot 11 = 31 - 33$ . Dora neće čitati 11 dana ili više od 11 dana.	1 BOD
Dora je mogla na 5 različitih načina isplanirati broj dana čitanja i vožnje bicikla.	1 BOD
.....	UKUPNO 10 BODOVA

**Drugi način:**

Srpanj ima 31 dan pa će Dora kod bake provesti 31 dan.	1 BOD
Broj 31 nije moguće podijeliti brojem 3 bez ostatka pa Dora ne može svaki dan čitati. Broj 31 nije moguće podijeliti brojem 2 bez ostatka pa Dora ne može svaki dan voziti bicikl.	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 1 dan, onda je $31 - 2 \cdot 1 = 29$ , $29 : 3 = 9$ i ostatak 2. Dora neće voziti bicikl 1 dan.	
Ako Dora planira voziti bicikl 2 dana, onda je $31 - 2 \cdot 2 = 27$ , $27 : 3 = 9$ . Čitat će 9 dana. (1. način)	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 3 dana, onda je $31 - 2 \cdot 3 = 25$ , $25 : 3 = 8$ i ostatak 1. Dora neće voziti bicikl 3 dana.	
Ako Dora planira voziti bicikl 4 dana, onda je $31 - 2 \cdot 4 = 23$ , $23 : 3 = 7$ i ostatak 2. Dora neće voziti bicikl 4 dana.	
Ako Dora planira voziti bicikl 5 dana, onda je $31 - 2 \cdot 5 = 21$ , $21 : 3 = 7$ . Čitat će 7 dana. (2. način)	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 6 dana, onda je $31 - 2 \cdot 6 = 19$ , $19 : 3 = 6$ i ostatak 1. Dora neće voziti bicikl 6 dana.	
Ako Dora planira voziti bicikl 7 dana, onda je $31 - 2 \cdot 7 = 17$ , $17 : 3 = 5$ i ostatak 2. Dora neće voziti bicikl 7 dana.	
Ako Dora planira voziti bicikl 8 dana, onda je $31 - 2 \cdot 8 = 15$ , $15 : 3 = 5$ . Čitat će 5 dana. (3. način)	1 BOD
Učenik, u nekom trenutku, zaključuje da se broj dana vožnje bicikla povećava za 3. Ako Dora planira voziti bicikl 11 dana, onda je $31 - 2 \cdot 11 = 9$ , $9 : 3 = 3$ . Čitat će 3 dana. (4. način)	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 14 dana, onda je $31 - 2 \cdot 14 = 3$ , $3 : 3 = 1$ . Čitat će 1 dan. (5. način)	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 17 dana, onda je $31 - 3 \cdot 17 = 31 - 51$ . Dora neće čitati 17 dana ili više od 17 dana.	1 BOD
Dora je mogla na 5 različitih načina isplanirati broj dana čitanja i vožnje bicikla.	1 BOD
.....	UKUPNO 10 BODOVA

**Treći način:**

Srpanj ima 31 dan pa će Dora kod bake provesti 31 dan. 1 BOD

Kako broj 31 nije niti dvokratnik niti trokratnik nekog prirodnog broja, Dora ne može niti sve dane čitati niti sve dane voziti bicikl. 1 BOD

**(Napomena:** Umjesto ovog obrazloženja, učenik može u tablici početi s planiranim brojem dana čitanja 0. )

Posložimo podatke u tablicu:

<i>Broj dana čitanja</i>	<i>Broj dana vožnje bicikla</i>	<i>Trokratnik broja dana čitanja</i>	<i>Dvokratnik broja dana vožnje bicikla</i>	<i>Ukupno</i>	
1	30	3	60	$3 + 60 = 63$	
1	15	3	30	$3 + 30 = 33$	
<b>1</b>	<b>14</b>	<b>3</b>	<b>28</b>	<b><math>3 + 28 = 31</math></b>	1 BOD
2	13	6	26	$6 + 26 = 32$	
2	12	6	24	$6 + 24 = 30$	
<b>3</b>	<b>11</b>	<b>9</b>	<b>22</b>	<b><math>9 + 22 = 31</math></b>	1 BOD
4	10	12	20	$12 + 20 = 32$	
4	9	12	18	$12 + 18 = 30$	
Broj dana čitanja ne može biti paran (jer bi tada udvostručeni broj dana vožnje biciklom morao biti neparan, što je nemoguće jer je svaki broj pomnožen s 2 paran broj).					1 BOD
<b>5</b>	<b>8</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b><math>15 + 16 = 31</math></b>	1 BOD
<b>7</b>	<b>5</b>	<b>21</b>	<b>10</b>	<b><math>21 + 10 = 31</math></b>	1 BOD
<b>9</b>	<b>2</b>	<b>27</b>	<b>4</b>	<b><math>27 + 4 = 31</math></b>	1 BOD

Kada bi broj dana čitanja bio 11 ili veći od 11, trokratnik bi bio veći od 31. 1 BOD

Dora je mogla na 5 različitih načina isplanirati broj dana čitanja i vožnje bicikla. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

**Četvrti način:**

Neka je broj dana čitanja  $n$ , a broj dana bicikliranja  $m$ .

Kada bi broj dana čitanja utrostručila, a broj dana kada vozi bicikl udvostručila, ukupno bi  $3n$  dana čitala i  $2m$  dana vozila bicikl. 1 BOD

Kako srpanj ima 31 dan, Dora će biti kod bake 31 dan pa vrijedi  $3n + 2m = 31$ . 1 BOD

Pribrojnik  $2m$  je paran, a zbroj 31 je neparan pa zaključujemo da  $3n$  mora biti neparan što znači da je i  $n$  neparan. 1 BOD

Odredimo sve mogućnosti za  $n$ .

Ako je  $n = 1$ , tada je  $2m = 28$ , odnosno  $m = 14$ . 1 BOD

Ako je  $n = 3$ , tada je  $2m = 22$ , odnosno  $m = 11$ . 1 BOD

Ako je  $n = 5$ , tada je  $2m = 16$ , odnosno  $m = 8$ . 1 BOD

Ako je  $n = 7$ , tada je  $2m = 10$ , odnosno  $m = 5$ . 1 BOD

Ako je  $n = 9$ , tada je  $2m = 4$ , odnosno  $m = 2$ . 1 BOD

Ako je  $n \geq 11$ , tada je  $2m < 0$ , što je nemoguće. 1 BOD

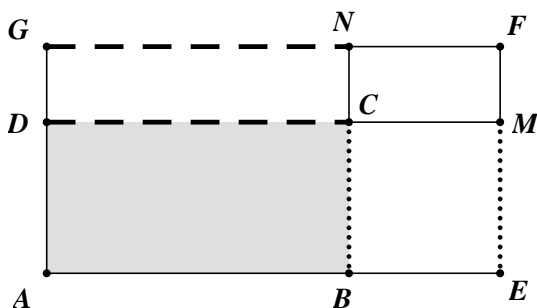
Dora je mogla na 5 različitih načina isplanirati broj dana čitanja i vožnje bicikla. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Prvi način:

Skica:

1 BOD



Neka pravokutnik  $ABCD$  predstavlja staro, a pravokutnik  $AEFG$  novo igralište.

Kako je duljina dužine  $\overline{GN}$  jednaka duljini dužine  $\overline{DC}$  i duljina dužine  $\overline{EM}$  jednaka duljini dužine  $\overline{BC}$ , te dijelove stare ograde Katarina može iskoristiti za novo igralište.

1 BOD

Za ograditi igralište još nedostaje ograde ukupne duljine jednake zbroju duljina dužina  $\overline{BE}$ ,  $\overline{MF}$ ,  $\overline{NF}$  i  $\overline{DG}$  jer su ostali dijelovi ograđeni starom ogradom.

Također vrijedi: duljina dužine  $\overline{NF}$  jednaka duljini dužine  $\overline{BE}$  i duljina dužine  $\overline{MF}$  jednaka je duljini dužine  $\overline{DG}$ .

Kako je stranice starog igrališta povećala za pola duljine vrijedi:

Zbroj duljina dužina  $\overline{BE}$  i  $\overline{NF}$  jednak je duljini dužine  $\overline{AB}$  i zbroj duljina dužina  $\overline{MF}$  i  $\overline{DG}$  jednak je duljini dužine  $\overline{AD}$ .

1 BOD

Dakle, za novo igralište nedostaje dio ograde jednak zbroju duljine dužina  $\overline{AB}$  i  $\overline{AD}$ , što je jednako polovini opsega zadanog pravokutnika

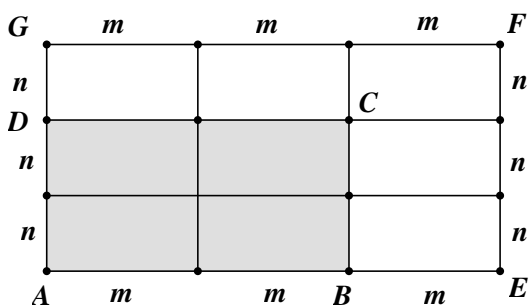
1 BOD

tj.  $188 : 2 = 94$  metara.

1 BOD

Podijelimo pravokutnik  $AEFG$  na pravokutnike jednakih površina kao na slici.

1 BOD



Površina novog igrališta sastoji se od 9 takvih pravokutnika.

1 BOD

Površina starog igrališta sastoji se od 4 takva pravokutnika, a

1 BOD

površina kojom je povećano staro igralište od 5 takvih pravokutnika.

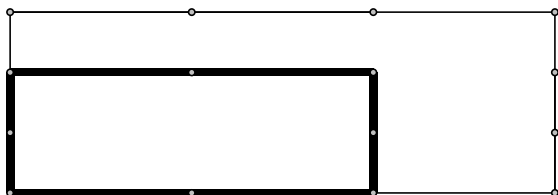
1 BOD

Veća je površina kojom je povećano staro igralište.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

**Drugi način:**

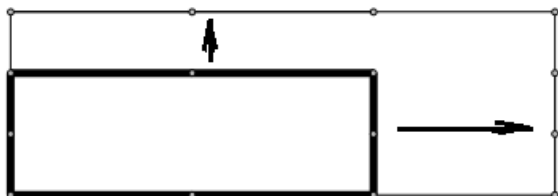


Neka manji pravokutnik predstavlja staro, a veći pravokutnik novo igralište.

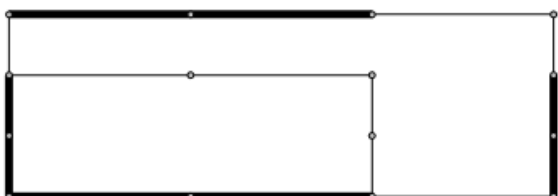
1 BOD

Katarina može dijelove stare ograde pomaknuti na sljedeći način:

1 BOD



(Napomena: Priznaje se bilo koji način koji prikazuje situaciju iz zadatka.)



Kako bi ogradila novo dvorište, nedostaje joj još polovina duljine stare ograde.

1 BOD

$$188 : 2 = 94$$

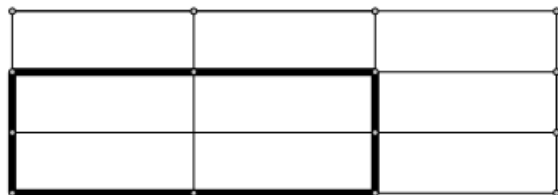
1 BOD

Katarina mora kupiti još 94 metara ograde.

1 BOD

Podijelimo oba igrališta na pravokutnike jednakih površina:

1 BOD



(Napomena: Priznaje se i drugačija podjela koja vodi do točnog zaključka.)

Staro igralište sastoji se od 4 pravokutnika.

1 BOD

Novo igralište sastoji se od 9 pravokutnika.

1 BOD

Površina kojom je povećano staro igralište sastoji se od 5 pravokutnika.

1 BOD

Veća je površina kojom je povećano staro igralište.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

**Napomena 1:** Ako je učenik do točnog zaključka o odnosu površina došao uvrštavanjem konkretnih duljina stranica koje odgovaraju zadanom opsegu, od **posljednjih** 5 bodova dobiva ukupno 2 BODA.

**Napomena 2:** Ako je učenik do točnog zaključka o odnosu površina došao uvrštavanjem konkretnih duljina stranica koje ne odgovaraju zadanom opsegu, od **posljednjih** 5 bodova dobiva ukupno 0 BODOVA.