

Udžbenici kakve želim ~ matematika, 5.-8. razred ~

Poštovani autori udžbenika, poštovani metodičari i svi ostali koje kvaliteta naših udžbenika i programa za nastavu matematike zanima!

Na pisanje ovog materijala potaknuo me nedavni razgovor s jednom našom metodičarkom koja mi je, nakon mog pitanja zašto metodičari detaljnije ne razrade naš službeni plan i program matematike i time ne skrenu pažnju na neke bitne detalje koji su u našim udžbenicima (a time, vrlo vjerojatno, i u našoj nastavi) zanemareni, odgovorila (između ostaloga) da smatra da to nije potrebno, te da i mi nastavnici slobodno možemo pisati autorima udžbenika, ako smatramo da se neke stvari mogu bolje. I tako sam ja odlučila pisati.

Budući da ne radim ni za jednu izdavačku kuću, odlučila sam napisati općenite komentare (ne za točno određeni udžbenik), te ih poslati svim izdavačima, a naknadno sam odlučila i metodičarima, jer smatram da se ova problematika direktno tiče i njihovog posla odnosno uloge u obrazovanju.

Neke cjeline radim vrlo slično onome što se nalazi u našim sadašnjim udžbenicima (ili u nekima od njih), a neke sam kroz niz godina rada u razredu razradila u potpuno drugačijem stilu, uz masu objašnjenja i zadataka koji se ne pojavljuju ni u jednom udžbeniku. A mislim da se radi o važnim stvarima koje djeci **trebamo** pojasniti i koje kroz zadatke trebamo provježbati. Problem kojeg imam vezano uz to: ako često radim tako odvojeno od udžbenika, onda mi je naravno problem što u udžbeniku nemam zadatke za zadaću. Tada te zadatke smišljam sama, fotokopiram, dijelim učenicima..., a to je i trošak i gnjavaža. I problem je ako u školi nastavnik nema mogućnost fotokopiranja ili ako mu je ono ograničeno. To je jedan od razloga zbog kojeg mi je stalo da se u udžbenicima (a i programu, ili nekoj njegovoj naknadnoj razradi) nađu stvari koje mi nedostaju. Drugi je razlog taj što, da bi nastavnik došao do otkrića koje to sve stvari nedostaju i kako ih realizirati, potreban je nemali broj godina rada u razredu, kao i puno promišljanja i eksperimentiranja u nastavi! I očito se radi o stvarima koje uopće nije lako uočiti, jer - nekih od njih nema ni u jednom našem udžbeniku, znači, ne uočavaju ih niti autori udžbenika, niti naši metodičari.

Stoga ovim dopisom pokušavam globalno uzburkati promišljanja vezana uz sadržaje naših programa i udžbenika i uz to kako radimo, pa da se, ako se tko od vas složi sa mnom, nešto poradi na doradi sadržaja istih.

Svjesna sam toga da je ovaj moj dopis pomalo suludi pothvat. S jedne strane, neki će u njemu tražiti skrivene namjere, a s druge strane neki će reći da ja samu sebe očito smatram vrlo pametnom, toliko pametnom da ovako javno idem pametovati. Neću odgovarati na to. Umjesto toga, molim sve one kojih se tiče sadržaj naših programa i udžbenika, da se dublje zamisle nad stvarima koje u ovom materijalu (vezano uz 5. razred, a pogotovo u cjelinama "Razlomci" i "Decimalni brojevi") detaljnije opisujem kako ih radim (odnosno nad time treba li raditi sve to što opisujem) i nad detaljima za koje sam navela da učenici teže razumijevaju. **Ako se možda složite sa mnom da puno toga što navodim zaista treba raditi u nastavi, te ako takvih stvari u našim udžbenicima (ili u nekima od njih) nema, ne bismo li se svi ozbiljnije trebali zapitati kako to da u udžbenicima, a onda bez sumnje i u nastavi mnogih od nas, imamo takve propuste? Zašto se takvi propusti ne pokušaju onemogućiti, odnosno zašto se ne pokrpaju nekim dodatnim materijalima koji bi pratili odnosno detaljnije razradili naš očito preopćeniti program? Čiji bi posao bio poraditi na tome, odnosno razraditi tu metodiku?**

Ponekad kad krenem iznostiti što mi sve nedostaje u udžbenicima, sugovornici mi znaju odgovoriti: "Pa imaš nekoliko paralelnih udžbenika! Izaberi onaj koji je bolji! U čemu je problem?". A problem je, po mom mišljenju, u tome što se izbor udžbenika ne bi smio vršiti po tome u kojem udžbeniku više a u kojem manje nedostaju **osnovna** pojašnjenja i zadaci! Ono što je osnovno, mora biti u svima! A razlike između udžbenika trebale bi biti u stilu pisanja, u tome koliko se u pojašnjenjima tko uspješno približio nivou učenika, u preglednosti, u količini zadataka ovog ili onog tipa, u raznolikosti tipova zadataka, u maštovitosti i zanimljivosti pojašnjenja i zadataka itd. Dopuštati da izostaju osnovna pojašnjenja i zadaci, te dopuštati da neki učenici rade po takvim udžbenicima (ovisno o izboru njihovih nastavnika), po meni ne bi smjelo biti moguće! A to sad imamo (već dugi niz godina)! Rješenje vidim u tome da se naš preopćenito napisani program detaljnije razradi, tj. da se taj kostur na koji se nastavlja nadržadnja, pojača dodatnim komentarima, napomenama, konkretnim navođenjem onoga što u udžbeniku (i nastavi) ne smije biti preskočeno. A onda neka na taj jasan i kvalitetan kostur, svaki autor napravi svoju nadgradnju kojom će pokušati "osvojiti" nastavnika. Ja bih voljela da mogu birati između takvih udžbenika!

Ovo što sam napravila konkretno u vezi 5. razreda, nije baš takav "dodatak programu" na kakav gore mislim. Osim općenitih navođenja što se sve treba objasniti i kakvih sve tipova zadataka treba biti (da bi djeca savladala osnove), ovdje ima i puno subjektivnih razmišljanja i prijedloga. Naime, na nekim mjestima mi je bilo teško razlučiti što je objektivno a što subjektivno, a na drugima mi je o uočenim problemima bilo najlakše pisati na način da jednostavno opišem način na koji ja to predajem.

Naravno da se nitko sa mnom neće složiti u svim detaljima (različiti smo), i naravno da način na koji predložem neke stvari, ne mora biti najbolji. Ja sam jednostavno u pozitivnoj namjeri napisala na koji način ja vidim, gledam i doživljavam neke stvari u nastavi. Mnoge su stvari posljedica 18 godina rada u nastavi i uočavanja problema koje nisam mogla ni zamisliti prije nego što sam počela raditi, a svatko neka iz tih mojih primjedbi izvuče pozitivni maksimum.

Trenutno radimo po programu koji je već dugi niz godina na snazi (iako malo mijenjan proteklih godina). Uskoro će možda doći do novih većih izmjena... Ako i bude tako, vjerujem da će se dijelovi ovog mog dopisa ipak i dalje moći koristiti, jer npr. kad učimo razlomke, onih osnovnih tipova zadataka kroz koje pojašnjavamo pojam razlomka, mora biti. (a trenutno ih nema ni u jednom udžbeniku, npr. za nepravne razlomke) Stoga vjerujem u primjenjivost ovog dopisa (ili njegovih dijelova) i na malo dulje vrijeme.

U ovom materijalu iznosim konkretne primjedbe vezane uz gradivo 5. razreda, a kad/ako nađem vremena i ako se pokaže da ovo što sam napravila za 5. razred nije uzalud potrošeno vrijeme, možda ću napraviti i za ostale razrede.

Dopis šaljem na adrese izdavača udžbenika matematike - sadašnjih i potencijalnih budućih (uz molbu da dopis prosljede autorima udžbenika iz matematike, 5.-8. razred), metodičarima (čije mail adrese imam), na adrese udruge Normala, HMD-a, Matematičkog društva Istra, Splitskog matematičkog društva i uredništvu časopisa MiŠ, te ga objavljujem na svojim web stranicama.

Antonija Horvatek,
jesen 2011.

<http://public.carnet.hr/~ahorvate/>
<http://public.carnet.hr/mat-natj/>

5. razred

0. Ponavljanje gradiva

Ovdje navodim tipove zadataka kakve ponavljam s učenicima 5. razreda na samom početku školske godine. Bilo bi mi drago da su slični i u udžbeniku, da otuda mogu zadavati DZ.

- zbrajanje: - napamet, sa jednoznamenakstim brojem ($9+8$, $17+6$, $32+8$, $125+7$,...)
 - napamet, zbrajanje dvoznamenkastih ($34+59$, $68+17$,...)
 - napamet, zbrajanje većih "okruglih" brojeva ($400+200$, $300+650$, $280+70$, ...)
 - pismeno (potpisano) zbrajanje (veći brojevi, a ujedno i zbrajanje više brojeva)
- oduzimanje - kategorije slične kao i za zbrajanje, a bilo bi dobro u jednom zadatku izmiješati zadatke poput $67-20$, $60-27$; $89-30$, $80-39$ (neki učenici s tim imaju dosta problema)
- množenje: - napamet, tablica množenja
 - napamet, dvoznamenkasti puta jednoznamenaksti koji nisu preteški za računati napamet, npr. $3\cdot 12$, $17\cdot 4$, ... (prvi napamet računamo kao $3\cdot 10$, pa $3\cdot 2$, te zbrojimo, odnosno $3\cdot 10+3\cdot 2$...), a isto tako i troznamenkasti puta jednoznamenaksti ($4\cdot 122$, $3\cdot 150$,...). Među tim zadacima bih posebno istaknula da treba biti i onih u kojima jednoznamenaksti broj množimo sa 11 , 111 , 1111 ... ($3\cdot 11$, $7\cdot 11$, $9\cdot 1111$, $8\cdot 111$,...); nevjerojatno koliko djece to ne zna (iz generacije u generaciju)
 - pismeno množenje većih brojeva, uključujući i slučajeve kad u drugom faktoru usred broja imamo znamenku 0 (ili čak nekoliko nula, uzastopnih ili razdvojenih)
- dijeljenje: - napamet, tablica dijeljenja (obrat tablice množenja)
 - napamet, dijeljenje brojem 2 , npr. $40:2$, $50:2$, $70:2$, $300:2$,... , $32:2$, $76:2$,... , a tu se mogu ubaciti i zadaci sa tekstom "Koliko je pola od: a) 70 , b) 240 ,..." - sa tim opet puno djece ima problema
 - napamet, dijeljenje višeznamenkastog broja jednoznamenakstim brojem kad su sve znamenke djeljenika djeljive sa djeliteljem ($39:3$, $486:2$, $663:3$,... uključujući i zadatke poput $33:3$, $777:7$, ...)
 - pismeno dijeljenje sa jednoznamenakstim brojem, uključujući i one slučajeve kad se u količniku pojavljuju znamenke 0 (npr. kad kod pismenog postupka spustimo znamenku 3 , pa trebamo podijeliti $3:8$, mnogi ne znaju što bi s tim, kao da se boje nulu napisati u rezultat, a ako je i napišu pitanje je što nakon toga...)
 - napomena: dijeljenje sa dvoznamenkastim i troznamenkastim brojevima obično ostavim za kasnije jer iskustvo govori da malo koje dijete pri dolasku u 5. razred vlada s tim. Stoga to ostavim za kasnije, kad ćemo unutar cjeline "Prirodni brojevi" doći do dijeljenja.
- zadaci s više računskih operacija i sa zagradama - jednostavniji, ne predugački, s malim brojevima (da se svaka računski operacija iz zadatka može izračunati napamet), i bez da u zagradi imamo više računskih operacija. Ovdje treba uključiti i zadatke u kojima imamo samo zbrajanje i oduzimanje ili pak samo množenje i dijeljenje (u kojima treba računati po redu; mnogi smatraju da zbrajati treba prije oduzimanja, odnosno množiti prije dijeljenja)
- tekstualni zadaci - svakako treba biti i onih (životnih) jednostavnih u kojima treba jednostavno prepoznati koju ćemo računsku operaciju napraviti, do nešto složenijih.

- mozgalice
- ...

Ovdje bih napomenula da otkako je ministar Primorac prije par godina smanjio tjedni broj sati matematike u 1.-4. razredu (OŠ) za 1 sat tjedno, povećan je broj djece koji u 5. razred dolaze bez dovoljno razvijenog osjećaja o brojevima, o veličini broja, o odnosima među brojevima, puno ih je koji nisu automatizirali osnovne računske operacije s malim brojevima itd. Stoga je izuzetno važno vježbati to na početku školske godine, odnosno imati bogat izvor zadataka za vježbu.

1. cjelina: Prirodni brojevi

U donjem tekstu držat ću se redoslijeda iz mojih priprema, dakle kojim redom ja obrađujem gradivo. On se ne mora podudarati ni sa redoslijedom iz programa (sa stranica MZOŠ-a), niti sa redoslijedom iz udžbenika.

Ujedno bih ovdje rekla nešto što **vrijedi za sve cjeline i sve razrede**, a to je da je jako dobro kad među zadacima (u kojima obično nešto računamo), postoje i oni teorijske prirode. Npr. kad radimo zbrajanje prirodnih brojeva, među zadacima je dobro imati i pitanja poput: "Kako se zovu brojevi koje zbrajamo?", "Kako se zove rezultat kod zbrajanja?", "Što dobivamo kad broju dodamo nulu?" i sl. Ili, kod množenja decimalnih brojeva dobro je imati i pitanja: "Kako decimalni broj množimo dekadskom jedinicom?", "Kako određujemo koliko će decimala biti u umnošku decimalnih brojeva?" i sl.

Odgovaranjem na takva pitanja djeca uvježbavaju matematički rječnik i uvježbavaju kako **izreći** ono što u praksi znaju izvesti (ako znaju).

1.1. Skup prirodnih brojeva.

Osnovni pojmovi: pojam prirodnog broja, nula nije prirodan broj, skupovi N i N_0 , njihovi zapisi pomoću vitičaste zagrade, nepostojanje najvećeg prirodnog broja, prirodnih brojeva ima beskonačno mnogo, što su znamenke i koja je razlika između znamenke i broja, kolikoznamenkasti brojevi mogu biti, parni i neprani brojevi.

Ovdje bih napomenula da većina djece u 5. razredu ne zna pisati vitičastu zagradu (koju ovdje susrećemo u zapisu $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$), pa nije na odmet staviti i zadatak "Napiši vitičastu zagradu 20 puta. Pokušaj što urednije." ili slično.

1.2. Veliki brojevi

U nižim razredima djeca uče brojati do 1 000 000, te se većina njih ne snalazi u većim brojevima. Treba objasniti koliko nula ima milijun, koliko milijarda, ..., da se znamenke grupiraju po tri s desna na lijevo, koje je značenje koje od tih grupa. Tu treba ubaciti zadatke tipa npr.

Zad.: U sljedećim brojevima grupiraj znamenke te napiši kako se čitaju ti brojevi:

a) 46031, b) 12345678, c) 997755886644, d) 70013009, ...

(može i zadatak sa već grupiranim znamenkama, naravno)

Zad: Znamenkama zapiši brojeve: a) četrdeset milijuna dvjesto tri tisuće petsto sedamdeset dva,

b) šest milijuna osam tisuća i petnaest,

c) dvanaest milijuna i četiri,

d) dvanaest milijuna i četiri tisuće, ...

Posebno bih istaknula da brojevi koji sadrže nule (poput b,c,d zadatka) mnogoj djeci predstavljaju poseban problem, te treba biti dovoljno i onih jednostavnijih (poput a) i onih složenijih (poput b,c,d) za vježbu.

Ja ovdje ujedno odradim i nazive znamenki. Za to uvedem oznake J (jedinice), D (desetice), ..., te vježbamo kako se koja znamenka zove tako da iznad broja dopisujemo te oznake.

Ne bi bilo loše ovdje uvježbati/ponoviti i rastav npr. $4587=4\cdot 1000+5\cdot 100+8\cdot 10+7$, jer kad krenemo na decimalne brojeve, na to ćemo se nadovezati sa npr. $26.73=2\cdot 10+6+7\cdot 1/10+3\cdot 1/100$.

1.3. Uspoređivanje brojeva u skupu N_0

Znakovi = i \neq , zatim $< i >$, te $\leq i \geq$.

Zadaci u kojima između zadanih brojeva treba upisati znak $<$, $>$ ili $=$, a isto tako i između zadanih računskih izraza, npr. $4\cdot 8$ i $70-23$. Zadaci u kojima zadane brojeve treba poredati po veličini, a zadane brojeve treba izabrati na zgodan način (ponavljanje znamenaka, paziti na težinsku vrijednost znamenke,...), s tim da treba biti zadataka i s manjim, ali i onih s većim brojevima (koje smo učili tek u 5. razredu, preko milijun). Zadaci kakve volim tu ubaciti su i:

Zad: Umetni znak = ili \neq : a) 306 306, b) 80-15 27+34, c) 7·8 9·6, ... (dakle, i s računskim operacijama)

Zad: Nabroji sve prirodne brojeve n za koje vrijedi: a) $n<4$, b) $n>4$, c) $998<n<1004$,...

Zad: Nabroji sve prirodne brojeve x za koje vrijedi: a) $x\leq 5$, b) $x<5$, c) $x\geq 8$,...

Zad: Nabroji sve prirodne brojeve b za koje vrijedi: a) $3<b\leq 7$, b) $3\leq b<5$, ...

Istaknuti i kako se čita i piše npr. $3<n<8$ (većina učenika to čita i piše s lijeva na desno).

Isto i za npr. $3<n\leq 8$.

Prethodnik i sljedbenik. Umjesto zadatka "Napiši prethodnike sljedećih brojeva..." (na koje nije praktično odgovarati jer bi kod svakog odgovora učenik trebao pisati punu rečenicu, što je naporno, a oni nerijetko umjesto toga napišu znak jednakosti), ovdje je možda praktičnije tražiti da se ispuni tablica

prethodnik								
broj	16	1000	3999	489	21010	60000	17000	...
sljedbenik								

Svakako tu mora biti brojeva koji završavaju nulama - tada je nekim učenicima problem naći prethodnik.

Naravno, može se ubaciti još jedna tablica u kojoj su zadani prethodnici i sljedbenici, a treba popuniti sve ostalo...

1.4. Brojevni pravac

Odmah nakon objašnjenja pojma brojevnog pravca, te uvođenja pojmova ishodišta, jedinične točke i jedinične dužine, mislim da bi bilo dobro dati primjer u kojem je nacrtano nekoliko brojevnih pravaca koji imaju različite jedinične dužine, i tu bi trebalo jasno naglasiti da svi oni jednakovaljani (a ne da jedinična dužina mora biti 1 cm, što mnogi učenici podrazumijevaju (kao na ravnanu)). Dakle, bitno je da je između svaka dva uzastopna broja jednaki razmak.

Možda ne bi bilo loše prikazati i jedan "pokvareni" brojevni pravac na kojem bi razmaci među brojevima bili različiti, pa i ubaciti zadatak s nekoliko brojevnih pravaca, a učenik mora odrediti koji su od njih "ispravni". U tome je zapravo, čini mi se bit ove jedinice.

Također je tu dobro staviti zadatak poput

Zad: Nacrtaj brojevni pravac i na njemu označi brojeve manje od 6. Jedinična dužina mu treba biti:

a) 2 cm, b) 15 mm, ...

jer se mnoga djeca blokiraju kod spominjanja jedinične dužine i ne znaju što bi s tim.

Ja ovdje i ne radim neke kompliciranije zadatke od crtanja brojevnog pravca s jediničnom dužinom tolikom i tolikom, na kojem treba istaknuti npr. sve brojeve manje od 11, ili sve parne brojeve od 4 do 9 (s tim da u zadnjem slučaju djeca trebaju nanijeti sve brojeve do 9, a onda bojicom istaknuti one koji se traže u zadatku).

1.5. Približna vrijednost (zaokruživanje brojeva)

Prije nego što se u udžbeniku krene s rečenicom "Na desetice zaokružujemo tako da...", trebalo bi objasniti što su uopće desetice, što stotice, tisućice itd., tj. na što ovdje pod tim nazivima mislimo. Djeci to unaprijed uopće nije jasno.

Ne bi bilo zgoroga niti vizualno pojasniti stvari, npr. nacrtati brojevni pravac sa brojevima npr. od 70 do 80, pa da se i vizualno pojasni koji je broj (od 71 do 79) bliže 70 a koji 80, te zbog čega je pravilo za zaokruživanje takvo kakvo je. I naravno, istaknuti što je sa brojem točno u sredini (75), po dogovoru (i možda podsjetiti da nam taj dogovor dobro dođe kod zaključivanja ocjena kad smo po ocjenama npr. točno u sredini između 3 i 4, pa se zaokruži na 4).

Uvesti znak "približno jednako", \approx , te ubaciti i zadatak poput: "Napiši znak \approx dvadeset puta. Pokušaj što urednije.". Mnoga djeca to pišu sa dva valića koji su svakakvih oblika; na to ih treba upozoriti i zbog toga je potrebna vježba.

Tu su potrebni standardni zadaci poput:

Zad: Zaokruži na najbližu deseticu: a) 79, b) 25, c) 70, ...

Zad: Zaokruži na najbližu stoticu: a) 825, b) 850, c) 400, d) 73, ...

Zad: Zaokruži na najbližu tisućicu...

1.6. Zbrajanje u skupu N_0

Osim računskih zadataka iz zbrajanja (neke vrste sam navela među zadacima za ponavljanje, pod 0.) i životnih tekstualnih zadataka, ovdje treba pojasniti i što znači uvećati neki broj za neku vrijednost, te zadati zadatke u vezi toga.

1.7. Svojstva zbrajanja

Pojašnjenja svojstava komutativnosti i asocijativnosti zbrajanja.

Njihova primjena u zadacima poput:

- $39 + 58 + 66 + 5 + 2 + 1 + 4$ (sparivanje do desetice)
- $170 + 360 + 480 + 40 + 20 + 30$ (sparivanje do stotice)
- $64 + 4000 + 300 + 500 + 1000 + 9$ (biranje redosljeda kojim ćemo najlakše izračunati)
- potpisano zbrajanje većih brojeva u kojima su namještene znamenke tako da ako ih na zgodan način sparujemo (do desetice), lako zbrajamo
- tekstualni zadaci (životni) u kojima se pojavljuju zbrajanja u kojima si grupiranjem olakšavamo račun.

Može biti i pokoji zadatak poput:

Zad: Izračunaj i umetni znak = ili \neq :

a) $(3+18)+6$ $3+(18+6)$, ...

(kad uočavamo ili prvjeravamo asocijativnost)

Zad: Dopuni: a) $(8+16)+9=8+(16+__)$, b) ...

i sl.

1.8. Oduzimanje prirodnih brojeva

Računski zadaci iz oduzimanja, poput:

- oduzimanje jednoznamenakstog broja od dvoznam., troznam. itd. (42-5, 163-7, 205-9, 1004-8...)
- oduzimanje dvoznamenkastog broja od ostalih (42-18, 134-38, 300-67, 1000-82)
- oduzimanje većih ali *bliskih* brojeva (51-49, 670-661, 1000-997), u kojima je lakše razmišljati "od-do" (od 997 do 1000 je?)
- zadaci kakve sam navela pod 0. (ponavljanje na početku šk.g.)
- potpisano oduzimanje većih brojeva

Pojasniti što znači umanjiti neki broj za nekoliko.

Kako računamo za koliko je 80 veći od 20? A za koliko je 20 manji od 80?

Oduzimanje nule, oduzimanje broja od samog sebe.

Djeca teško riječima opisuju što računamo u zadatku, npr. koji se broj oduzima od kojega, a koji se umanjuje. Stoga i to treba vježbati, npr.

Zad: Znamo da vrijedi $9-7=2$. Odgovori na pitanja (punom rečenicom):

- Koji broj se umanjuje za koliko (u gornjem zadatku)?
- Koji broj se oduzima od kojega?
- Broj 2 je _____ brojeva 9 i 7.

Zad: Napiši zadatak u kojem se broj 32 oduzima od broja 147. Zatim izračunaj.
i sl.

1.9. Zbrajanje i oduzimanje

Zadaci poput $120-45-21+18-16$. Što se prvo računa i kako zapisujemo postupak...

Tekstualni zadaci u kojima se pojavljuju takvi računi.

Zadaci sa zagradama, npr. $72-(30-13)$ i složeniji.

Uvođenje uglate zagrade i vitičaste zagrade, pojašnjenje kad se koriste, koje se pišu unutar kojih, kojim redoslijedom računamo, zadaci s njima, npr. $72 - [60 - (40+11)]$, $200 - [14 + (52+10)] - (100-34)$, ... , $1000 - \{900 - [800 - (200 - 150)]\}$,...

Napomenuti da ponekad umjesto uglatih i vitičastih zagrada jednostavno pišemo okrugle (jedne unutar drugih). Primjeri takvih zadataka, pojašnjenje kako računamo, zadaci.

1.10. Množenje u skupu N_0

Osim računskih zadataka iz množenja (neke vrste sam navela među zadacima za ponavljanje, pod 0.) i životnih tekstualnih zadataka, ovdje treba pojasniti i što znači uvećati neki broj nekoliko puta. Istaknuti razliku između "uvećati za nekoliko" i "uvećati nekoliko puta". Ponuditi i izmiješane (takve) zadatke.

Množenje dekadskim jedinicama - računski zadaci i tekstualni (životni) u kojima to primjenjujemo. Ne zaboraviti ubaciti i one poput $320 \cdot 100$ (je li to 3200 ili 32000?)...

1.11. Osnovna svojstva množenja

Pojašnjenja komutativnosti i asocijativnosti.

Primjena u zadacima poput:

- $3 \cdot 800$, $13 \cdot 20$, $18 \cdot 4000$, ...
- $60 \cdot 30$, $600 \cdot 500$, $8000 \cdot 50$,... (je li zadnji rezultat 40 000 ili 400 000 ?...)

Uočiti da je najlakše množiti sa dekadskim jedinicama, te koji nam parovi (množenjem) daju dekadске jedinice. Dakle, uočiti parove:

$2 \cdot \underline{\quad} = 10$	$2 \cdot \underline{\quad} = 100$	$2 \cdot \underline{\quad} = 1000$
	$5 \cdot \underline{\quad} = 100$	$5 \cdot \underline{\quad} = 1000$
	$4 \cdot \underline{\quad} = 100$	$4 \cdot \underline{\quad} = 1000$
		$8 \cdot \underline{\quad} = 1000$

Primjena u zadacima poput:

- $8 \cdot 48 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 25 \cdot 20 \cdot 125$, ...

Množenje sa 0 i sa 1. Izmiješati sa zadacima u kojima imamo zbrajanje sa 1 i sa 0. Ubaciti i zadatke sa množenjem više brojeva među kojima je i nula.

Tekstualni (životni) zadaci u kojima se pojavljuju takvi računi.

1.12. Distributivnost

Objašnjenje. Primjena u zadacima poput:

- $3 \cdot 29$ (računamo napamet $3 \cdot 20$ i $3 \cdot 9$, te zbrojimo, dakle koristimo distributivnost, $3 \cdot 20 + 3 \cdot 9$), $6 \cdot 102$, $7 \cdot 1002$,...

- $28 \cdot 36 + 28 \cdot 64$, $43 \cdot 826 - 626 \cdot 43$, ...
- tekstualni (životni) zadaci u kojima se pojavljuju takvi računi

Može i pokoji zadatak poput:

Zad: Umetni znak = ili \neq :

a) $3 \cdot (4+5)$ $3 \cdot 4 + 3 \cdot 5$, ...

Zad: Dopuni: a) $4 \cdot (9+6) = 4 \cdot 9 + 4 \cdot \underline{\quad}$, b)...

1.13. Dijeljenje u skupu N_0

Računski zadaci iz dijeljenja, poput:

- jednostavan obrat tablice množenja ($72:9$, $56:7$, $54:9$,...), kao i zadaci poput $7 \cdot \underline{\quad} = 42$ (što dođe na *isto*), ili zadatke poput zadnjih staviti kod množenja
- dijeljenje s 2, tj. raspolavljanje broja ($80:2$, $700:2$, $26:2$, $94:2$,...)
- dijeljenje brojem 1, zatim nulom i dijeljenje broja samim sobom; izmiješati te zadatke sa onima u kojima su i ostale računске operacije s tim brojevima
- dijeljenje s ostatkom ($39:6$, $51:9$,...)
- pismeno dijeljenje jednoznamenastim brojem ($25272:4$,...), opet paziti da bude i zadataka u kojima će u količniku među znamenkama biti i nule (objašnjenje u cjelini 0.)
- dijeljenje većih brojeva jednoznamenastima kad račun lako vršimo napamet, npr. $1000:5$, $24000:3$, $4000:8$,... (je li u zadnjem rezultat 5000 ili 500?-česta greška!)

Napomena: Mišljenja sam da od 5. razreda na dalje učenici kod pismenog dijeljenja trebaju koristiti kraći postupak, te ako se to u udžbeniku ide objašnjavati, bilo bi najbolje u primjeru imati upravo takav postupak.

Pojasniti što znači umanjiti neki broj nekoliko puta.

Koliko puta je broj 12 veći od broja 4? A koliko je puta broj 4 manji od broja 12?

Istaknuti razliku između "umanjiti za nekoliko" i "umanjiti nekoliko puta", te između "koliko je puta veći/manji" i "za koliko je veći/manji". Izmiješati takve zadatke. Ujedno izmiješati i slične u kojima ćemo i zbrajati i/ili množiti...

Pomoću kojih računskih operacija uspoređujemo brojeve?

Životni zadaci u kojima se pojavljuju gore navedeni računi.

Može se ubaciti i zadatak poput:

Zad: Umetni znak = ili \neq :

a) $8:2$ $2:8$, b) $10-6$ $6-10$, ...

Zad: Koje računске operacije su komutativne, a koje nisu? Što to znači?

...

1.14. Dijeljenje višeznamenastim brojevima

Prvo pojasniti jednostavnije slučajeve u kojima treba paziti što s nulama, npr. $630:90$, $72000:800$, $200000:400$,... (prvo izbacimo jednaki broj nula iz oba broja, a onda podijelimo što je preostalo). Prije toga ne bi bilo loše uočiti da ako oba broja (djeljenik i djelitelj) pomnožimo ili podijelimo istim brojem, količnik se neće promijeniti. To svojstvo koristimo ovdje, a koristit ćemo ga i kod dijeljenja decimalnih brojeva.

Zatim slijedi dijeljenje sa dvoznamenkastim brojem u kojem je količnik jednoznamenaksti broj, npr. $257:42$, $280:38$, $318:37$, $93:39$,.... Ovdje se zapravo vježba procjena koliko puta djelitelj ide u djeljenik, te kako izračunavamo ostatak. Ja ovdje tražim zapis koji nas vodi k pismenom dijeljenju, npr.

$$\begin{array}{r} 257:42=6 \qquad \qquad 280:38=7 \\ 5 \qquad \qquad \qquad 14 \end{array}$$

Tek sad idemo na dijeljenje bilo kojeg višeznamenakstog broja sa dvoznamenkastim, npr. $499528:12$...

Nakon toga idemo na dijeljenje sa troznamenakstim brojevima, na isti način kao što smo obradili dijeljenje sa dvoznamenakstim: prvo idu zadaci u kojima je rezultat jednoznamenakst, a tek nakon što to dobro uvježbamo (procjenu rezultata i kako odrediti i zapisati ostatak), krećemo na dijeljenje bilo kojeg višeznamenakstog broja sa troznamenakstim.

Opet ne zaboraviti staviti i zadatke u kojima se u rezultatu pojavljuju nule.

Tekstualni (životni) zadaci u kojima koristimo gornje tipove računa.

1.15. Redosljed računskih operacija

- zadaci s više računskih operacija (kraći i dulji), koji (većinom) sadrže račune koje možemo izvršiti napamet, npr. $7 \cdot 8 - 4 \cdot 9$, $300 - 100 : 2 - 200 : 5 + 4000 : 50 - 8 \cdot 9$, ...
- dosta zadataka u kojima imamo okrugle zagrade, od jednostavnijih prema težima (s jednom zagradom i/ili s više njih), do onih u kojima se unutar zagrada pojavljuje više računskih operacija - pojasniti takve slučajeve te istaknuti da se sama zagrada () mora prepisivati sve dok njen sadržaj ne izračunamo (tu se jako često griješi)
- zadaci sa uglatim i vitičastim zagradama, opet od jednostavnijih do složenijih, i opet uključujući i one u kojima se unutar zagrada pojavljuje više računskih operacija

1.16. Ponavljanje na kraju cjeline

Ponavljjanje nije posebna cjelina, no ovdje želim istaknuti da nakon što prođemo sve gornje jedinice, negdje treba izmiješati razne jednostavne tekstualne zadatke (a nakon njih i složenije naravno), u kojima jednostavno treba prepoznati koju računsku operaciju izvesti. Dakle, ne tako da u prvim zadacima imamo zbrajanje, u sljedećima oduzimanje, pa onda dalje redom množenje dijeljenje, već zaista izmiješano. Naime, u prošlim jedinicama su (neki) učenici iz samog naslova zaključivali što raditi s brojevima iz tekstulnog zadatka, te neki imaju problema sa uočavanjem što se treba.

U ponavljanju na kraju cjeline treba opet ubaciti i teorijske zadatke...

I bilo bi dobro da se u ovom ponavljanju na kraju cjeline ne ponavljaju potpuno isti zadaci koji su se već na nekom ranijem mjestu pojavili u udžbeniku; treba barem izmijeniti brojeve.

2. Djeljivost prirodnih brojeva

2.1. Pojam djeljivosti, višekratnik i djelitelj

Objasniti što znači kad kažemo da je jedan broj djeljiv drugim i istaknuti da je pritom važan redosljed brojeva. Ubaciti zadatak koj provjerava razumijevanje, npr.

Zad: Jesu li sljedeći brojevi djeljivi:

a) 42 sa 6, b) 6 sa 42, c) 13 sa 5, d) 7 sa 15, e) 6 sa 6, f) 9 sa 1, g) 3 sa 0, ...

(uočiti nijanse među tim zadacima)

ili

Zad: Prepiši sljedeće rečenice i na praznu crtu upiši riječ "je" ili "nije":

a) 36 ____ djeljiv s 9, b) 7 ____ djeljiv s 2, ...

Istaknuti da je svaki broj djeljiv sa 1 i sa samim sobom.

Ubaciti i zadatke u kojima se ispituje djeljivost većih brojeva (pismeno dijeljenje).

Pojasniti nazive višekratnik i djelitelj.

Zad: Prepiši sljedeće rečenice i na praznu crtu upiši riječ "višekratnik" ili "djelitelj":

a) 7 je ____ broja 21, b) 2 je ____ broja 100, c) 7 je ____ broja 7, d) 16 je ____ broja 5,...

(uočimo da u c zadatku obje ponuđene riječi idu na crtu, a u d niti jedna)

Zad: Nabroji prvih pet višekratnika broja: a) 7, b) 11, ...

Zad: Nabroji delitelje broja: a) 10, b) 24, c) 5, ...

Zad: Pepiši i dopuni: a) Višekratnici broja 12 su: _____, b) Djelitelji broja 12 su: _____, ...

Istaknuti da je svaki broj sam sebi i višekratnik i djelitelj, te da je svaki broj višekratnik od 1 i da je 1 djelitelj svakog broja. Čiji djelitelj je nula?

2.2. Djeljivost sa 10, 5, 2, 3 i 9

Nakon što naučimo pravila za prepoznavanje je li neki (veliki) broj djeljiv sa navedenim brojevima, zgodno je sve to izmiješati u istom zadatku, npr.

Zad: Koji su od brojeva 912, 7365, djeljivi: a) sa 9, b) sa 10; c) sa 3, ...

2.3. Prosti i složeni brojevi

Nemam za dodati nešto što već nije u većini udžbenika.

2.4. Rastavljanje broja na proste faktore

Nemam za dodati nešto što već nije u većini udžbenika.

2.5. Zajednički djelitelji i najveći zajednički djelitelj

U ovoj jedinici djeci uopće ne pokazujem pismenu metodu traženja najvećeg zajedničkog djelitelja (D). Ovdje kroz jako puno zadataka vježbamo napamet naći D dvaju ili više brojeva, u slučajevima u kojima se to napamet može dosta jednostavno (npr. $D(24,32)$, $D(55,77)$, $D(44,66)$, $D(12,49)$, $D(8,24)$, $D(600,900)$, ...). To će nam trebati kod množenja razlomaka (odnosno kod skraćivanja po dijagonalama) i u tome treba biti spretan tražeći D napamet.

Tu treba biti dovoljno zadataka u kojima je jedan od zadanih brojeva djelitelj drugoga, zatim onih u kojima su brojevi relativno prosti, a ujedno i onih u kojima ne vrijedi niti jedno od maloprije navedenog - izmiješati te slučajeve.

Uvesti pojam relativno prostih brojeva, te istaknuti razliku između naziva "prost broj" i "relativno prosti brojevi". Zadaci kroz koje usvajamo naučeno o relativno prostim brojevima.

Ujedno radimo i zadatke u kojima tražim da nabroje **sve** zajedničke djelitelje zadanih brojeva.

Ne bi bilo loše dati i zadatke u kojima se traži da učenik napiše kako se čita npr. $D(15,20)=5$.

2.6. Zajednički višekratnici i najmanji zajednički višekratnik

U ovoj jedinici djeci ne pokazujem pismenu metodu traženja najmanjeg zajedničkog višekratnika (V). Ovdje kroz jako puno zadataka vježbamo napamet naći V dvaju ili više brojeva, u slučajevima u kojima nije problem naći ga napamet (npr. $V(12,8)$, $V(25,10)$, $V(22,33)$, $V(8,9)$, $V(8,24)$,...). (Opis postupka na koji ih ovdje navikavam, možete naći na mojim web stranicama.) To će nam trebati kod traženja najmanjeg zajedničkog nazivnika (prilikom svođenja razlomaka na najmanji zajednički nazivnik) i tada treba biti spretan u traženju V-a napamet.

Uočiti i istaknuti što vrijedi za V brojeva koji su relativno prosti. Zadaci kroz koje se to uvježbava.

I ovdje treba biti dovoljno zadataka u kojima je jedan od zadanih brojeva višekratnik drugoga, zatim onih u kojima su brojevi relativno prosti, a ujedno i onih u kojima ne vrijedi niti jedno od maloprije navedenog - izmiješati te slučajeve.

Ujedno radimo u zadatke u kojima tražim da osim V-a, nabroje još nekoliko zajedničkih višekratnika zadanih brojeva.

Ne bi bilo loše dati i zadatke u kojima se traži da učenik napiše kako se čita npr. $V(15,10)=30$.

Nakon dovoljno zadataka u kojima tražimo samo, V, izmiješati zadatke u kojima tražimo D i V istih brojeva, npr. $D(12,18)$, $V(12,18)$, $D(8,9)$, $V(8,9)$,...

2.7. Pismena metoda traženja najvećeg zajedničkog djelitelja i najmanjeg zajedničkog višekratnika
Ovdje učimo pismenu metodu traženja D-a i V-a (za zadane brojeve odmah i jedno i drugo), u slučajevima kad su zadani veći brojevi, ili ako su i manji ali *nezgodni*.

2.8. Ponavljanje na kraju cjeline

3. Skupovi točaka u ravnini

3.1. Osnovni pojmovi

Pojasniti pojam ravnine, pravca, polupravca, dužine, točke, te kako ih označavamo. Pojam sjecišta. Zadaci kroz koje se usvaja/ponavlja navedeno.

Ovdje bih istaknula da iz godine u godinu uočavam kako se djeca teško snalaze u najjednostavnijim zadacima u kojima je dovoljno jednostavno čitati zadatak i tim redoslijedom činiti što se traži (bez ikakvih posebnih promišljanja, zaključivanja i sl.). Npr. mnoga djeca se zablokiraju kad ugledaju jednostavan zadatak poput (nakon što naučimo da pravac možemo označavati npr. sa AB):

Zad: Nacrtaj točke A i B, te pravac AB. Nakon toga nacrtaj točku C koja pripada pravcu AB i točku D koja ne pripada pravcu AB. Nacrtaj dužinu \overline{CD} . Nacrtaj i polupravac s početnom točkom D koji prolazi kroz točku A.

Stoga bi bilo dobro unutar cijele ove cjeline provlačiti i takve jednostavne zadatke, u kojima jednostavno treba čitati zadatak, razumjeti oznake koje se pojavljuju i raditi stvari istim redoslijedom kojim i čitamo. Još je jedan problem što djeca, kad se po drugi put u zadatku spomene npr. točka C, zaborave da tu točku već imaju nacrtanu, te krenu crtati još jednu točku C. Stoga, dakle, u zadacima treba spominjati jedne te iste točke više puta, da se naviknu i na to.

3.2. Mjerne jedinice za duljinu

Djeca i u nižim razredima uče mjerne jedinice za duljinu i odnose među njima, no oni to stalno zaboravljaju (ne samo prije 5. razreda, već i kasnije), a na početku 5. razreda ih je jako puno koji to ne znaju. Stoga ja to volim napraviti *od nule*.

Istaknuti razliku između pojmova "dužina" i "duljina".

Mjerne jedinice za duljinu - koje su, kolika je koja (primjeri), koje ćemo predmete oko nas mjeriti kojom od njih, koliko koja čega ima, pretvaranje iz jedne u drugu. Zadaci kroz koje usvajamo navedeno. Kod pretvaranja iz jedne mjerne jedinice u drugu, prvo vježbamo zadatke u kojima pretvaramo iz veće u manju, zatim iz manje u veću, a zatim izmiješano. Pritom je važno da i kod pretvaranja iz veće u manju mjernu jedinicu, imamo zadane brojeve koji završavaju nulama (a ne samo u slučaju kad idemo iz manje u veću), jer u suprotnom učenici po tome završava li broj nulama počnu zaključivati dopisuju li se nule ili izostavljaju (množi li se ili dijeli).

Tekstualni (životni) zadaci u kojima treba pretvarati mjerne jedinice.


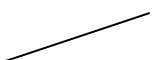

3.3. Paralele

Pojašnjenje pojma paralelnosti i objašnjenje (sličice) kako crtamo paralelne pravce (ne samo u slučaju horizontalnih, već i kosih pravaca). Zapis pomoću simbola \parallel . Korištenje i simbola \nparallel .

Prepoznavanje paralelnih pravaca - zadatak u kojem imamo nacrtane parove pravaca, pa treba prepoznati koji su paralelni.

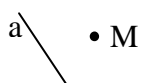
Ovdje je dobro vježbati i skiciranje, npr.

Zad: U bilježnicu skiciraj pravac poput zadanoga, te skiciraj i njemu paralelan pravac. Oba pravca imenuj kako želiš, te simbolički zapiši da su paralelni:

a)  b)  c)  d) ...

i/ili

Zad: U bilježnicu skiciraj pravac a i točku M , te skiciraj pravac b koji prolazi točkom M i koji je paralelan sa pravcem a :

a)  b) ...

Ubaciti i primjere/zadatke sa paralelnim dužinama, polupravcima i pravcima (razne kombinacije), kao i one u kojima imamo više od dvije paralele. Puno tekstuanih zadataka.

3.4. Okomice

Napomene slične onima za paralele.

Osim simbola \perp i \nlessgtr , objasniti i kad crtamo kvadratić između pravaca, te kako se on crta kad su okomiti pravci koso položeni.

Osim zadataka poput zadnjeg navedenog (u kojem je točka M izvan pravca a), zadati slične (s okomicama) u kojima je točka M na pravcu.

Puno tekstuanih zadataka.

3.5. Kružnica i krug

Osnovni pojmovi, zadaci za usvajanje naziva.

Istaknuti razliku između polumjera/radijusa i promjera/dijametra. Zadaci za provjeru jesu li dobro razumjeli, poput

Zad: Nacrtaj kružnicu sa središtem S i:

a) polumjerom 4 cm, b) promjerom 4 cm, c) radijusom 36mm, d) dijametrom 5 cm,...

Ovdje opet ubaciti i paralele i okomice, npr.

Zad: Nacrtaj kružnicu sa središtem S i promjerom 54 mm. Nacrtaj dva okomita polumjera/promjera te kružnice.

Zad: Nacrtaj točke A i B , te kružnicu sa središtem u točki A koja prolazi kroz točku B . Nacrtaj polupravac s početnom točkom B koji prolazi kroz točku A , a zatim na taj polupravac nacrtaj okomicu koja prolazi kroz točku B .

...

3.6. Kut

Pojam kuta, vrha kuta i krakova. Pojasniti da se kut ne povećava ako mu produljimo krake, već ako ih jače razmaknemo (sličice). Također istaknuti da dva polupravca sa zajedničkom početnom točkom određuju **dva** kuta, te da često lukom označavamo na koji kut mislimo (sličica). Uvođenje simbola \sphericalangle . Uvođenje grčkih slova (zadatak za vježbu kako se pišu, zadaci za prepoznavanje slova (kako se koje čita)). Bilo bi dobro na kraju udžbenika imati cijeli grčki alfabet da djeca i to mogu vidjeti.

3.7. Vrste kutova

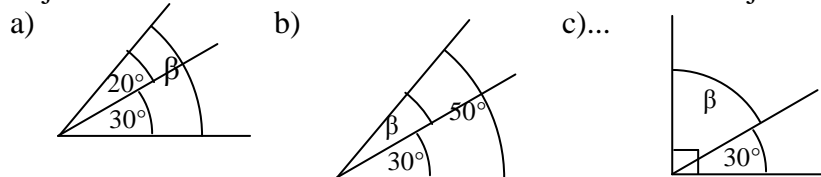
Vrste kutova - nabrojati ih, zadaci za vježbu (skicirati kut određene vrste i obrnuto - za nacrtane kutove (koji su položeni na razne načine) prepoznati koje su vrste).

3.8. Mjerenje kuta

Mjerne jedinice za kut i odnosi među njima. Koliki je kut od 1° (sličica). Istaknuti kolike su veličine pravog, ispruženog i punog kuta, a isto i za ostale vrste kutova (šiljasti kut ima između 0° i 90° ,...) - zadaci za vježbu.

Korištenje kutomjera za mjerenje kuta zadane veličine - prvo za kutove manje od ispruženog, nakon toga i za izbočene, a onda mješovito.

Pojasniti kako računamo veličine kutova u ovakvim slučajevima:



Mnogoj djeci nije samo po sebi jasno kako riješiti zadnje zadatke, a takvi zadaci pojašnjavaju mjerenje veličine izbočenih kutova, kao što i olakšavaju pamćenje veličina ispruženog i punog kuta (ako znamo da pravi kut ima 90°).

3.9. Crtanje kuta zadane veličine

Crtanje prvo kutova manjih od ispruženog, a onda i izbočenih, te nakon toga mješovito.

3.10. Još o kutovima

Pojašnjenje pojma sukladnih i suplementarnih kutova, te susjednih (sukuta) i vršnih kutova. Zadaci kroz koje će se uvježbati nazivi i prepoznavanje.

Odnosi među veličinama navedenih kutova, zadaci (sa sličicama i bez sličica (samo sa brojevima i nazivima)).

U cijeloj ovoj cjelini bitno je imati dosta i teorijskih zadataka, npr.: Koliko pravi/ispruženi/puni kut ima stupnjeva? Koliko šiljasti kut ima supnjeva (između kojih vrijednosti)? Kakvi su to sukladni kutovi?...

3.11. Ponavljanje na kraju cjeline

4. Geometrijski likovi, opsezi i površine

Iako učenici u nižim razredima uče vrste trokuta i kako računati njihov opseg, te upoznaju kvadrat i pravokutnik kao i njihov opseg i površinu, primjećujem da im mnogi od tih pojmova nisu sjeli. Stoga i u ovoj cjelini volim krenuti od početka.

Prvo, uvodimo slova kao oznake za duljine stranica mnogokuta (s tim da naziv "mnogokuti" ne spominjemo, već "geometrijski likovi omeđeni dužinama" ili kraće "geometrijski likovi"). Navikavamo se da sa označavanjem obično krećemo od donje vodoravne stranice - nju označavamo sa a , te nakon toga krećemo udesno i daljnje stranice označavamo redom slovima po abecedi. Ako su neke stranice jednako duge, označavamo ih istim slovom. Zadaci za vježbu (razni mnogokuti).

Uvodimo pojam opsega, uočavamo kako se on računa ako su poznate duljine stranica lika (napamet, da pojasnimo pojam opsega), te kako ćemo zapisati čemu je opseg jednak ako su stranice (duljine stranica) označene slovima - **pojam formule!** Što ćemo u formuli zapisati umjesto npr. $a+a$? Zadaci za vježbu (razni mnogokuti - treba označiti stranice i napisati formulu za opseg).

Uvodimo pojam trokuta i vrste trokuta (naglasak je na podjeli s obzirom na stranice). Izvodimo formule za opsege. Primjena u zadacima - **kako zapisujemo postupak** u takvim zadacima. Poseban naglasak ovdje je i na tome kako su uvrštavaju brojevi u formulu i što uopće znači "uvrstiti u formulu". Mnoga djeca s time imaju problema!

Izračunavanje opsega i općenitije za ostale mnogokute, u zadacima u kojima je nacrtan/skiciran taj mnogokut (dakle, nije važno ime), na crtežu/skici su slovima označene duljine stranica, te sa strane piše kolike su duljine stranica ($a=5\text{cm}$, $b=3\text{cm}$,...). Treba napisati formulu za opseg, ispravno uvrstiti i izračunati.

Uvodimo pojam četverokuta, te vrste. Njihovi opsezi. Zadaci.

Pojam površine. Što opisuje opseg, a što površina? Mjerne jedinice za površinu - nazivi i pojašnjenja. Procjena raznih površina oko nas; koju ćemo izraziti u kojoj mjernoj jedinici? Koliko m^2 čega ima itd. Pretvaranje - iz veće u manju, iz manje u veću, te mješovito. Tekstulani (životni) zadaci u kojima (između ostaloga) treba pretvoriti mjerne jedinice za površinu.

Površina pravokutnika i kvadrata - izvod formule, te primjena u zadacima.

5. Razlomci

5.1. Uvod

Na početku se zadržavamo samo na pravim razlomcima, ali naziv "pravi" ovdje ne spominjemo.

Kroz primjere iz života uočavamo da postoji potreba da dijelove nečega opišemo brojem, npr. pola kruha, pola sendviča, trećinu pizze, dio čokolade itd.

Kroz primjere pojašnjavamo kako se čitaju razlomci i kako bojamo npr. $3/4$ kruga, $5/7$ pravokutnika itd. Usput naglašavamo na kojoj se visine piše razlomačka crta, te napišemo i prekrizimo krive načine (a mnogi učenici jaaaako dugo zaboravljaju paziti na to kako se ispravno piše (neki i zauvijek)). Bilo bi dobro tu staviti sličicu na kojoj se vide kvadratići (iz bilježnice) te kako su unutar/preko tih kvadratića zapisani razlomci npr. unutar neke rečenice (pa da se vidi i običan tekst i razlomak - jedno u odnosu na drugo), a isto tako i na kojoj visini iza razlomka ide zarez, simboli +, -, =...

U vezi čitanja razlomaka naglasiti kako se čita $1/2$ (nije jedna dvovina), te ih upoznati i sa korištenjem riječi "kroz" koje često koristimo kad je nazivnik nezgodan, npr. $3/22$.

Uvježbavamo i obrat - sa ponuđene sličice iščitati i razlomkom izraziti koji je dio obojan (to **ne** ide automatski nakon što smo savladali kako bojati dio zadan razlomkom). Isto tako, treba znati iščitati i koji je dio neobojan.

Uvodimo nazive brojnik, nazivnik i razlomačka crta, te jasno kažemo (i zapišemo) što nam govori nazivnik a što brojnik.

U vezi svega navedenog (i naziva, i bojanja, i iščitavanja) treba biti puno zadataka kroz koje to uvježbavamo.

Ovdje bih napomenula da u našim udžbenicima gotovo i nema zadataka u kojima bi se od učenika tražilo da oboja npr. $5/6$ pravokutnika, a da u udžbeniku uz zadatak nije već gotova sličica na kojoj je podjela na 6 jednakih dijelova (a ako nije sličica, onda piše uputa neka podijeli na 6 jednakih dijelova). Smatram da to nije dobro, odnosno da treba biti zadataka bez ikakve sličice (i bez upute na koliko dijeliti), jer djeca moraju i sama znati na koliko se dijelova tu treba dijeliti! U suprotnom, kako su savladali pojam razlomka?

Ovdje također osim crtanja treba dopustiti i skiciranje. Npr. bilo bi dobro da se učenici uvježbaju bojati i trećine kruga (znak Mercedes a, kako to moji vole reći), a naravno da nećemo kutomjerom mjeriti, ili osmine kruga (za što opet nećemo koristiti kutomjer) itd. U takvim zadacima skiciramo i krug i podjelu! Treba vježbati ruku i za skiciranje, a ujedno i procjenu tj. osjećaj kako otprilike dijelimo krug na nekoliko jednakih dijelova. Ja i u slučaju pravokutnika i ostalih likova često dopuštam skiciranje (u ovoj cjelini).

Ujedno bi bilo dobro ubaciti i zadatke u kojima se traži da se rečenica napisana "običnim jezikom" napiše pomoću razlomka npr. "Mama je kupila pola kruha.", i obratno, da se rečenica u kojoj se koristi razlomak, napiše bez njega. Djecu treba naviknuti da sličnost u tome kako inače govorimo, i ovih naziva u razlomcima, nije slučajna.

Ovdje se (ili negdje kasnije) treba istaknuti i to da jedno cijelo ima: dvije polovine, tri trećine itd. Ukoliko se to djeci nigdje ne spomene i ukoliko nema zadataka za vježbu, to nije nešto što će oni savladati. Kao prvo, djeca ne razumiju na što mislimo kad kažemo "jedno cijelo". To je zapravo apstraktan matematički pojam (čije apstraktnosti mi matematičari često nismo ni svjesni). Stoga tu treba krenuti od npr. pitanja: Koliko jedna čokolada ima trećina? (Zašto?) Koliko pizza ima trećina? (Zašto?) Koliko livada ima trećina?... Hoće li svaka "stvar" imati baš tri trećine? Zašto? - E, to u matematici

kratko kažemo "Jedno cijelo ima tri trećine!". Ono "jedno cijelo" označava bilo koji "jedan cijeli" komad nečega, npr. jednu čokoladu, jednu pizzu, jednu livadu itd.... Zadaci za uvježbavanje. Ja ovdje uz

rečenicu "Jedno cijelo ima tri trećine." volim ubaciti i zapis $1 = \frac{3}{3}$, neka se navikavaju na to da ono što govorimo riječima, također možemo na potpuno isti način zapisati i brojevima, i takav zapis je korektan.

Ujedno ispod jednakosti $1 = \frac{3}{3}$ volim napraviti i sličice koje to pokazuju - ispod 1 nacrtam (skiciram) i obojam 1 cijeli krug, a ispod $\frac{3}{3}$ nacrtam i obojam $\frac{3}{3}$ kruga, a između stavim znak jednakosti. Ovdje djeci treba razjasniti i to da se kod uspoređivanja ovdje gleda veličina obojanog dijela, a ne crtice koje označavaju podjelu! Dakle, iako na tim sličicama nije ista podjela, one ipak predstavljaju istu količinu, pa između ide znak jednakosti. Na to se je djeci dosta jako naviknuti!

Na to se prirodno nadovezuju zadaci poput: Ako je obojano $\frac{5}{7}$ kruga, neobojano je _____. Ako je pojedeno $\frac{7}{10}$ torte, preostalo je _____. To bi svatko trebao savladati, a samo od sebe to im ne postane jasno!

5.2. Nepravi razlomci

Uvođenje naziva "pravi" i "nepravi" ostavim tek za kraj ove jedinice. Naime, ovdje naglasak niti nije na tim nazivima (iako ih bolji učenici trebaju zapamtiti), već na tome da djeci pojasnimo značenje razlomaka u kojima je nazivnik veći od brojnika - kako obojati tako zadani dio lika i obrnuto, kako sa već gotove slike iščitati koji je dio obojan. Smatram da je u našim sadašnjim udžbenicima to jako loše napravljeno (odnosno, to niti nije napravljeno).

Ovdje ponovimo kako bojamo npr. $\frac{2}{3}$ pravokutnika, te se upitamo možemo li obojati npr. $\frac{5}{3}$ pravokutnika. U čemu je tu problem? (Djeci niti ne pada na pamet da smijemo nacrtati više od jednog pravokutnika pa raditi podjele i bojati.) Pojašnjenje postupka: pravokutnik podijelimo na 3 jednaka dijela, trebamo ih obojati 5, a budući da ih imamo premalo (samo 3), obojamo to koliko imamo, do crtamo još jedan pravokutnik (iste veličine), dijelimo ga na jednaki broj dijelova kao i prethodni (i dalje moramo imati trećine), te obojamo koliko nam ih još nedostaje do 5, dakle 2 dijela). Zadaci za vježbu.

Obrat - zadati sličice na kojima je obojano npr. $\frac{9}{4}$ kruga, $\frac{25}{6}$ kvadrata,..., te tražiti da se iščita koji dio je obojan. Naglasiti da u nazivnik ne ide ukupan broj dijelova koje vidimo na cijeloj sličici već broj dijelova iz **jednog** lika (to je česta greška). Ubaciti i zadatke u kojima se pita i koji je dio obojan i koji je dio neobojan. Zadaci za vježbu.

Smatram da tek kad učenici znaju rješavati takve zadatke (zadnja dva navedena tipa), možemo reći da su svladali osnove u vezi nepravih razlomaka, tj. shvatili njihovo značenje. A djeci se to samo ne razjasni, dakle takvi zadaci se moraju raditi na satu i u DZ - i biti u udžbeniku!

Naravno, kad savladaju ta dva tipa zadataka, treba ubaciti slične zadatke u kojima će biti izmiješani pravi i nepravi razlomci...

Uvođenje naziva pravi i nepravi razlomak. Osim toga u kojim su odnosima brojnik i nazivnik, pojasniti i da pravi razlomak opisuje manje od jednog cijelog te da to ima veze s njegovim nazivom. A nepravi razlomak opisuje više (ili jednako?) od 1. Sličice koje to prikazuju.

Osim zadataka u kojima bojamo ili iščitavamo koliki je dio obojan, ovdje treba ubaciti i zadatke za prepoznavanje koji je razlomak pravi a koji nepravi (između puno navedenih razlomaka), te zadatke u kojima ćemo razlomke uspoređivati sa 1.

Kroz cijelu ovu cjelinu, i pri pojašnjavanju treba koristiti puno sličica, ali i u zadacima stalno iznova od učenika tražiti i da crtaju, i da provjeravaju svoje odgovore sličicama itd.

5.3. Mješoviti brojevi

Ovo je još jedan dio kojem u našim udžbenicima nije poklonjena dovoljna pažnja (slično kao i za nepravu razlomke).

Pojasniti pojam mješovitog broja - kako ga pišemo, kako ga čitamo, koji su mu dijelovi i koje je značenje kojeg dijela.

Zadaci u kojima treba obojati npr. $3\frac{2}{5}$ pravokutnika, $2\frac{1}{3}$ kruga ...

Obrat: zadati sličicu na kojoj je nešto obojano, a učenik treba mješovitim brojem izraziti koliko je obojano. Nakon toga i zadaci u kojima se pita koliko je obojano a koliko neobojano.

Tu treba biti i zadataka u kojima se traži da učenik napiše kako se čita npr. $3\frac{2}{5}$, i obratno (da riječima zapisani broj zapiše brojkom, i za to je potrebna vježba). Isto tako, treba ih tražiti da pomoću mješovitog broja napišu npr. rečenicu "Mama je kupila dva i pol kruha." ili "Film je trajao sat i pol.", i obratno (da zapis mješovitim brojem prebace u zapis "običnim jezikom").

Kroz primjer objasniti zašto u mješovitom broju ne može biti nepravilni razlomak, npr. $2\frac{5}{3}$ - koliko bi tu cijelih zapravo bilo, te je li taj mješoviti broj onda malo "lažljivi" (ne kaže nam točno koliko cijelih ima)?! Zadatak u kojem je navedeno puno mješovitih brojeva, među kojima ima i ovih "lažljivih", a učenik treba prepoznati koji su u redu.

5.4. Odnosi među brojevima

Kao što sam već gore spomenula, učenici teško prihvaćaju da je npr. $1=3/3$, jer:

1. do sad nisu suretali da jedan te isti broj možemo zapisati na više načina,
2. kad naprave sličice, crtice koje označavaju podjele na njima nisu jednake, pa misle da onda niti brojevi koji opisuju te sličice ne mogu biti jednaki. I njima je jednostavno logično da ako na jednoj slici ima trećina, a na drugoj ih nema, onda to očito nije jednako!

U ovoj jedinici ih navikavam na to da se te **crtice ne gledaju**, već **veličina obojanog dijela!**

Da bismo se navikli na to, ovdje radimo životne zadatke kroz koje uočavamo razne jednakosti: između razlomaka koji imaju različite brojnik i različite nazivnik (a u stvari predstavljaju jednaku količinu), između prirodnih brojeva i razlomaka (koji predstavljaju jednake količine), te između mješovitih brojeva i razlomaka. Ovdje **ne** učimo postupke kako pretvarati iz jednog od tih oblika u drugi (to ćemo kasnije!), već uočavamo i navikavamo se na to da su neke stvari, iako ih različito zapisujemo i iako kod crtanja imamo različite podjele, zapravo jednake.

Primjeri zadataka kakve ovdje radimo:

Zad: a) Nacrtaj tri pravokutnika (jedan do drugoga) čije su stranice duge 4 cm i 25 mm.

- b) Prvom pravokutniku oboji njegovu $\frac{1}{2}$, drugom pravokutniku njegove $\frac{2}{4}$, a trećem njegove $\frac{4}{8}$.

Ispod svakog pravokutnika napiši koliki si dio obojao.

- c) Zamisli da ti pravokutnici predstavljaju čokolade. Ana je pojela obojani dio prve čokolade, Nina obojani dio druge čokolade, a Sonja obojani dio treće čokolade. Koja se je najviše zasladiła?
- d) Prema tome, kakve količine predstavljaju razlomci $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ i $\frac{4}{8}$? Možemo li reći da su ti razlomci jednaki?
- e) Mogu li razlomci s različitim brojnicima i različitim nazivnicima predstavljati jednake količine?

f) Vrijedi li jednakost $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$? (Provjeri skicirajući!)

Zad: a) Majka je djeci namazala marmeladu na kruh. Na stol je stavila sedam polovica, tj. $\frac{7}{2}$ šnite kruha. Skiciraj!

b) Ana je razmislila koliko bi tu bilo šnita da majka nije rezala sve šnite na polovice. Koliko bi ih bilo? Zapiši to riječima i zapiši pomoću broja!

c) Prema tome, jesu li neki razlomci jednaki nekim mješovitim brojevima?

d) Kojem je mješovitom broju jednak razlomak $\frac{7}{2}$?

e) Kojem je mješovitom broju jednak razlomak $\frac{21}{4}$? (Skiciraj, pa zaključi!)

Zad: a) Obitelj Ivić pojela je $\frac{12}{4}$ pizze, a obitelj Anić 3 pizze. Skiciraj koliko su koji pojeli!

b) Koja obitelj je pojela veću količinu pizze?

c) Što iz toga zaključuješ, je li veći broj $\frac{12}{4}$ ili broj 3 ?

d) Prema tome, jesu li neki razlomci jednaki nekim prirodnim brojevima?

e) Kojem je prirodnom broju jednak razlomak $\frac{10}{5}$? (Skiciraj!)

f) Je li i razlomak $\frac{15}{4}$ jednak nekom prirodnom broju? (Skiciraj!)

5.5. Povećavanje brojnika i povećavanje nazivnika

Što se događa s razlomkom ako mu povećavamo brojnik?

A što ako mu povećavamo nazivnik?

Sličice kroz koje dolazimo do zaključka.

Zad: Dopuni rečenicu: a) Ako se poveća brojnik, razlomak se _____, b) (isto za nazivnik)

5.6. Proširivanje i skraćivanje razlomaka

Ova je jedinica u svim našim udžbenicima ostavljena za kraj cjeline "Razlomci", te nakon nje uopće nemamo primjenu onoga što smo u njoj naučili. Međutim, potreba za primjenom postoji, i to puno ranije i na više mjesta! Npr., kad ćemo (u jednoj od sljedećih jedinica) rješavati zadatke poput "U razredu je 20 učenika, od čega je 10 djevojčica. Koji dio razreda čine djevojčice?", nije li prirodno ovdje djeci reći da osim onog uobičajenog rezultata $10/20$, ovdje možemo reći i onako kako i od prije znamo i kako govorimo u životu, a to je da djevojčice u ovom slučaju čine **polu** razreda. Kako im objasniti da je $10/20=1/2$? Naravno, možemo sličicom (ne spominjući proširivanje i skraćivanje), ali dobro je već ovdje se pozvati na naučeno o proširivanju i skraćivanju, i naglasiti da nas skraćivanje često vodi do jasnijeg rješenja (jasnije je kad kažemo **polu** razreda, nego $10/20$). Stoga ja to proširivanje i skraćivanje napravim već na ovom mjestu (jedinica 5.6.), pa naučeno koristimo kasnije, kad se prirodno pojavi potreba za time. Još jedan primjer za primjenu bit će kad ćemo imati zadatak poput "Četiri prijatelja žele ravnopravno podijeliti dvije banane. Koliko će dobiti svaki? Napiši račun, odgovori i nacrtaj!". I ovdje je prirodno sa rješenja $2/4$ prijeći na $1/2$, te na crtežu označavati upravo polovine! Nećemo li i u praksi (u životu) napraviti upravo tako - banane podijeliti na polovine? Naravno, ne treba pretjerivati sa zadacima u kojima se da srediti rješenje (i bez toga je ovdje za djecu jaaaako puno novih stvari, i teško im je snalaziti se u tome), no ipak treba stalno ukazivati na vezu između matematičke metode rješavanja zadatka i toga da ono kako radimo u svakodnevnom životu, vodi na isto rješenje!

Ovdje kroz sličice (nekoliko primjera) pojasnimo da ako brojnik i nazivnik pomnožimo istim brojem, dobiveni razlomak će biti jednak početnom. Isto za dijeljenje. Nazivi "proširivanje" i "skraćivanje" nazivnika.

Naglasiti da kad i brojnik i nazivnik množimo/dijelimo sa 1, to zapravo i nije proširivanje/skraćivanje (neki bi učenici u kasnijim zadacima kratili sa 1, i uopće ne uočavaju da se brojevi nisu promijenili, dakle ništa zapravo nije 'skraćeno').

Pojam skrativog i neskrativog razlomka.

Osim zadataka u kojima zadani razlomak treba proširiti ili skratiti zadanim brojem, treba biti puno zadataka u kojima ne piše sa čime treba skratiti a zadatak je skratiti do neskrativog razlomka. Tu trebaju biti ne neki "komplicirani razlomci", već oni "pitomi", u kojima jednostavno treba spretno koristiti znanje iz tablice množenja, npr. $56/72$, $24/32$, $44/99$... Osim mase takvih zadataka, svakako treba biti i onih u kojima je brojnik djelitelj nazivnika (ili obratno), npr. $7/42$, zatim onih sa nulama (npr. $60/900$), a dobro je staviti i pokoji u kojem je malo teže naći sa čime ćemo kratiti (npr. $31/93$, $17/51$, $46/69$,... - za bolje učenike, da se navikavaju i na pojavu takvih slučajeva).

Dati primjer u kojem se razlomak može kratiti sa više brojeva, te pokazati da bez obzira sa kojim brojem krenemo, ako skraćujemo **do neskrativog** razlomka, doći ćemo do istog rješenja. A najbrži je put ako nađemo što veći zajednički djelitelj (tada je kraćenje najbrže). Svakako među zadatke (u kojima treba skratiti do neskrativog razlomka) ubaciti i takve, npr. $48/72$ (malo tko od učenika će tu uočiti da može kratiti sa 24, već će krenuti sa manjim djeliteljem, pa će morati još dodatno kratiti...).

Zadaci u kojima između puno razlomaka moramo prepoznati koji su skrativi na koji neskrativi (i skrative skratiti do neskrativih).

Životni zadaci kroz koje uočavamo da nam skraćivanje daje jasniji rezultat od onog kojeg smo imali prije skraćivanja. Npr.

Zad: Razlomke koji se pojavljuju u sljedećim rečenicama skрати, a zatim rečenicu zapiši (prepiši) pomoću skraćenog razlomka:

- Josip je pojeo $\frac{8}{16}$ pakovanja bombona.
- Tata je pokosio $\frac{10}{15}$ livade.
- Ružica je pojela $\frac{12}{18}$ bombonijere.
- Zoran je preplivao $\frac{7}{14}$ bazena.
- $\frac{180}{300}$ učenka neke škole čine djevojčice.
- $\frac{15}{30}$ mjeseca rujna je padala kiša.

5.7. Razlomci i prirodni brojevi

Već smo prije uočili da su neki razlomci jednaki nekim prirodnim brojevima. Sad se toga kroz jedan životni primjer podsjetimo. Bojajući npr. $6/2$ i $15/3$ kruga, zaključujemo kojim su prirodnim brojevima jednaki ti razlomci, i dolazimo do zaključka koji račun trebamo izvesti da dođemo do tih jednakosti. Zaključujemo da se brojnik dijeli nazivnikom. Zadaci bez crtanja, npr.

Zad: Pretvori u prirodni broj: a) $72/9$, b) $56/8$, ...

Ovdje treba navesti i primjere razlomaka koji se **ne** mogu pretvoriti u prirodni broj (pripadne sličice!). Među primjerima treba biti i razlomaka u kojima je brojnik veći od nazivnika (npr. $13/4$) i onih u kojima

je brojnik manji od nazivnika (npr. $2/3$), uključujući i one poput npr. $3/6$. U vezi zadnjeg naglasiti da se $6/3$ da pretvoriti u prirodan broj, a $3/6$ ne da - nije svejedno dijelimo li brojnik nazivnikom ili obratno (česta greška kod učenika!). Zadaci za provjeru razumijevanja, npr.

Zad: Koji su od razlomaka $36/4$, $6/18$, $21/5$, $3/4$,... prirodni brojevi? Napiši i kojim su prirodnim brojevima jednaki! (tu opet ubaciti razne varijante onih koji se ne mogu pretvoriti u prirod. br.)

Životni zadaci u kojima primjenjujemo naučeno, npr.

Zad: Baka je unucima jabuke podijelila na četvrtine. Djeca su pojela $\frac{20}{4}$ jabuka. Koliko su oni jabuka zapravo pojeli?

Gore je bilo riječi o pretvaranju razlomaka u prirodne brojeve. Naravno, treba savladati i obrat - kako se prirodan broj pretvara u razlomak. Objašnjenje (sa sličicama) i zadaci.

Ovdje bih napomenula da učenici jako često griješe ako tekst zadatka glasi ovako: "Brojeve 3,7 i 12 pretvori u razlomke." - tu učenici često slažu razlomke $3/7$, $3/12$,... Stoga je bolje izbjegavati takav tekst, te rađe zadatak zadati ovako:

Zad: Sljedeće prirodne brojeve pretvori u razlomke: a) 3, b) 7, ... - tu obično ne rade greške koje sam maloprije navela. A nije cilj zbuniti ih, već uvježbati pretvaranje i/ili provjeriti jesu li to shvatili.

5.8. Razlomci i mješoviti brojevi

Uvod sličan kao u 5.7. Otkrivamo postupak pretvaranja razlomka u mješoviti broj. Jasno zapisati taj postupak u udžbeniku. Zadaci za vježbu, npr.

Zad: Sljedeće (neprave) razlomke pretvori u mješovite brojeve: a) $39/4$, ...

Životni zadaci u kojima to primjenjujemo, npr.

Zad: Gladni Đuro je pojeo $\frac{7}{2}$ sendviča. Koliko je zapravo pojeo? (Pretvori u mješoviti broj pa odgovori.) (Može se tražiti i da se skicira.)

Istaknuti da se svaki неправи razlomak može pretvoriti **ili u prirodni ili u mješoviti broj**, te da nakon pretvaranja broj postaje "jasniji". Stoga se неправи razlomci često pretvaraju u navedene vrste brojeva. Uvježbati to da, čim je brojnik veći od nazivnika, krećemo na pretvaranje. Za to služi sljedeći zadatak:

Zad: Sljedeće neprave razlomke pretvori u mješovite ili u prirodne brojeve (u što se može): a) $25/4$, b) $18/3$,...

Komentirati što je s pravim razlomcima, mogu li se oni u što pretvoriti (u kakav jasniji oblik)?

Životni zadaci u kojima razlomke pretavaramo u 'jasniji oblik', npr.

Zad: Na Borisovom rođendanu bilo je puno djece. Koliko je torte pojedeno (izrazi mješovitim ili prirodnim brojem) ako je pojedeno: a) $\frac{3}{2}$ torte, b) $\frac{30}{10}$ torte,...

Obrat - kako mješoviti broj pretvaramo u razlomak - sličice i otkrivanje računskog postupka. U udžbeniku jasno zapisati taj postupak. Zadaci u kojima mješovite brojeve pretvaramo u razlomke. Nakon toga izmiješati mješovite i prirodne brojeve, npr.

Zad: Sljedeće mješovite i prirodne brojeve pretvori u razlomke: a) $3\frac{5}{6}$, b) 7, ...

Ovdje je ujedno zgodno istaknuti da ako npr. $25/4$ pretvorimo u mješoviti broj, a onda taj mješoviti broj nazad u razlomak, dobit ćemo upravo razlomak od kojeg smo krenuli, dakle $25/4$. (Mnogi učenici se iznenade...) Slično i ako krenemo od mješovitog broja u razlomak, pa nazad u mješoviti.

5.9. Razlomačka crta i dijeljenje

U prošle dvije jedinice već smo koristili činjenicu da razlomačka crta označava dijeljenje. Naime, kad $25/4$ ili $24/4$ pretvaramo u mješoviti ili prirodni broj, tada upravo dijelimo (brojnik nazivnikom). Ovdje ćemo pojasniti da možemo činiti i obratno - od dijeljenja prijeći na razlomačku crtu. To do sad nismo činili niti pojasnili!

Ja obično krenem sa primjerom kakvog znamo rješavati od prije. U tom se primjeru prisjetimo kako zapisujemo postupak, te što nam koji broj u postupku govori, a onda to primijenimo i u zadatku kakvog prije nismo rješavali. To izgleda ovako:

Prisjetimo se: Ako majka želi 6 kolača podijeliti na dvoje djece, koliko će kolača dobiti svako dijete?

Račun: $6:2=3$

Rezultat 3 nam govori koliko će kolača dobiti svako dijete.

Odgovor: Svako će dijete dobiti 3 kolača.

Primjer 1.: Ako majka želi 1 kolač podijeliti na dvoje djece, koliko će kolača dobiti svako dijete?

Račun: $1:2 = ?$

Sličica: (ovdje nacrtamo jedan kolač, podijelimo ga na 2 jednaka dijela, te zaključujemo da će svako dijete dobiti pola kolača. Stoga gore, u računu, u rezultat možemo napisati $1/2$, jer rezultat nam govori koliko će kolača dobiti svako dijete, a svatko će dobiti $1/2$)

Odgovor: ...

Primjer 2.: Ako 3 čokolade želimo ravnopravno podijeliti na četvero prijatelja, koliko će čokolade dobiti svaki?

Sličica: (Nacrtane su tri čokolade. Svaku od njih dijelimo na 4 jednaka dijela, te od svake čokolade svaki prijatelj dobiva $1/4$ čokolade. Stoga će od 3 čokolade svaki prijatelj dobiti $3/4$ čokolade)

Račun: $3:4=3/4$

(u računu treba paziti imamo li $3:4$ ili $4:3$, dakle **što** se ovdje dijeli i **kome** (na koliko dijelova), te se prisjetiti da nam rezultat govori koliko dobiva svako dijete, a sličica je rekla da $3/4$. Stoga je $3:4=3/4$.)

Odgovor:...

Zaključak: Umjesto dijeljenja uvijek možemo pisati razlomačku crtu!

Problem: Hoćemo li u zadatku $8:2$ za rezultat pisati $8/2$ ili 4 ? Koje je točno? A koje je jasnije?... - obavezno to komentirati!

Zadaci u kojima provjeravamo jesmo li razmjeli, npr.

Zad: Izračunaj: a) $56:7$, b) $7:56$, c) $49:7$, d) $54:8$, e) $3:11$, ...

Tekstualni zadaci u kojima to primjenjujemo, npr.

Zad: Tata je naručio 3 porcije čevapa. Koliki će dio porcije pojesti svaki član obitelji ako obitelj ima 5 članova i ako su čevape ravnomjerno podijelili?

Među tim zadacima treba biti i onih u kojima ćemo u rezultatu dobiti pravi razlomak, kao i onih u kojima dobivamo nepravu. Naime, ako je rezultat uvijek pravi, tj. ako se uvijek dijeli manji broj većim, djeca uzmu kao pravilo da se uvijek manji broj dijeli većim, te uopće ne razmišljaju **koji se broj kojim** treba dijeliti!

Ovdje bi možda bilo dobro pomalo ih početi navikavati na sređivanje rezultata! Nisam sigurna da se već sad može postići da oni sami na to počnu misliti (može li se rezultat pretvoriti u mješoviti ili prirodni broj, ili možda skratiti - previše je tih mogućnosti, a ujedno i previše novih stvari koje uče u ovoj cjelini), pa bi to trebalo stavljati u tekst zadatka, npr.

Zad: Izračunaj, a ako se dobiveni razlomak može skratiti, skрати ga (do neskrativog razlomka): a) $12:4$, b) $4:12$, c) $5:12$, ...

Zad: a) Djed ima 3 banane. Želi ih ravnomjerno podijeliti na svojih 6 unuka. Koliko će banane dobiti svaki unuk? (Odgovori punom rečenicom.)

b) Skрати dobiveni razlomak (ako nisi). Napiši odgovor koristeći taj skraćeni razlomak (ako nisi)!

c) Skiciraj banane (i podjelu)!

...

Zad: Izračunaj, a ako se dobiveni razlomak može pretvoriti u mješoviti ili prirodni broj, pretvori ga:

a) 15:5, b) 19:5, ...

Zad: Djed je naručio 7 malih pizza. Koliki će dio pizze pojesti svaki član obitelji ako obitelj ima 4 člana i ako su pizze ravnomjerno podijelili? (Napiši račun, rezultat izrazi mješovitim brojem i odgovori.)

5.10. Nula u razlomku

Može li nula biti u brojniku razlomka? Čemu je takav razlomak jednak?

Može li nula biti u nazivniku? Zašto?

Zad: a) Koju računsku operaciju označava razlomačka crta?

b) Možemo li dijeliti s nulom?

c) Koliko je **0:5**, a koliko **5:0** ?

d) Čemu je jednako $\frac{0}{5}$, a čemu $\frac{5}{0}$? Koji od ta dva razlomka ne postoji (nema značenje)?

Zad: Koji od ovih razlomaka su jednaki nuli, a koji ne postoje (nemaju značenje):

a) $\frac{0}{7}$, $\frac{12}{0}$, $\frac{0}{1}$, $\frac{6}{0}$, $\frac{3}{0}$, $\frac{4}{0}$, $\frac{0}{9}$, $\frac{0}{2}$, $\frac{8}{0}$, $\frac{26}{0}$, $\frac{0}{23}$, $\frac{10}{0}$, $\frac{0}{6}$?

b) $\frac{7}{0}$, $\frac{0}{3}$, $\frac{15}{0}$, $\frac{2}{0}$, $\frac{0}{5}$, $\frac{1}{0}$, $\frac{0}{11}$, $\frac{0}{45}$, $\frac{0}{0}$, $\frac{9}{0}$, $\frac{0}{18}$, $\frac{37}{0}$, $\frac{0}{606}$?

5.11. Razlomak kao dio skupine

Ovdje pojašnjavamo i rješavamo zadatke poput:

Zad: Dopuni: a) $\frac{2}{3}$ od 24 je _____, b) ...

Zad: U 5.a razredu ima 20 učenika. $\frac{2}{5}$ razreda čine djevojčice. Koliko je tu djevojčica?

Dobro je ovdje istaknuti da ovakve zadatke zapravo rješavamo na 'isti' način kao kad moramo obojati npr. $\frac{2}{5}$ pravokutnika. Što nam je nazivnik govorio kod tog bojanja, to nam govori i ovdje - na koliko jednakih dijelova dijelimo, a što nam je govorio brojnik to nam i dalje govori - koliko dobivenih dijelova 'uzimamo' (bojamo). Sličica koja pokazuje tu sličnost.

Ovdje je dobro ubaciti i zadatke sa satom (često čujemo "četvrt sata", "pola sata",...) i slično, te u tekstu zadatka koristiti baš te *obične riječi* umjesto razlomaka, dakle riječ "četvrt" umjesto $\frac{1}{4}$ (to zna zbuniti učenike, a trebaju se znati snalaziti u tome!). Npr.

Zad: a) Koliko jedan sat ima minuta?

b) Luka je zadaću iz matematike pisao četvrt sata. Koliko je to minuta?

c) Iva na put od kuće do škole potroši $\frac{2}{3}$ sata. Koliko je to minuta?

...

5.12. Razlomkom izrazimo dio skupine

Ovdje uvježbavamo obrat od onoga maloprije. Naime, u prošloj jedinici smo imali zadan razlomak (npr. $\frac{2}{5}$ razreda čine djevojčice) i ukupan broj (osnovnu vrijednost - 20 učenika u tom razredu), a pitanje je bilo koliko je tu zapravo djevojčica. Sad ćemo malo "okrenuti" taj zadatak: Znamo da je u razredu ukupno 20 učenika, te da je među njima 8 djevojčica, a pitanje je koji dio razreda čine te djevojčice.

Učenike treba navesti na to kako dolazimo do rješenja u takvim zadacima. Zadaci za vježbu.

Dobro je ovdje istaknuti da ovakve zadatke zapravo rješavamo na 'isti' način kao kad moramo sa sličice iščitati koji dio lika je obojan. Vezano uz gornji primjer, bilo bi dobro dati sličicu na kojoj je obojano

8/20 pravokutnika, te istaknuti da kod iščitavanja u nazivnik pišemo ukupan broj svih dijelova (isto kao i ukupan broj svih učenika u razredu), a u brojnik pišemo ono što se pita, a to je broj obojanih dijelova odnosno broj djevojčica.

Ovamo spadaju i zadaci s pretvaranjem mjernih jedinica:

Zad: Prepiši i dopuni: a) 13 min. = h, b) 15 dana = tj., c) 7 cm = m, d) 5 mm² = m²,...

Ovdje se opet u nekim zadacima rezultat može napisati u jasnijem obliku (skratiti). I na to treba skrenuti pažnju, tj. u zadacima to tražiti, npr.

Zad: a) Koliko jedan sat ima minuta?

b) Koji dio sata čini jedna minuta?

c) Koji dio sata čini 30 minuta?

d) Razlomak iz rješenja c zadatka skрати (do neskrativog razlomka).

e) Rješenje iz c zadatka zapiši pomoću tog neskrativog razlomka.

Zad: a) Stjepan je pisao ispit s 20 pitanja. Točno je odgovorio na 15 pitanja. Koji dio testa je on točno riješio?

b) Rješenje iz a zadatka skрати do neskrativog razlomka.

c) Rješenje iz a zadatka zapiši pomoću tog neskrativog razlomka.

5.13. Uspoređivanje razlomaka jednakih nazivnika

Pojasniti uspoređivanje kroz životne primjere i sličice. Zadaci u kojima između zadanih razlomaka treba umetnuti znak <, > ili =. Zadaci u kojima zadane razlomke treba poredati po veličini. Tekstualni (životni) zadaci u kojima to primjenjujemo.

Ovdje treba ubaciti i zadatke u kojima se uspoređuju razlomci, te mješoviti i prirodni brojevi, u onim slučajevima u kojima bez nekog računskog postupka lako dolazimo do rješenja, ako razumijemo te brojeve, npr.

Zad.: Umetni znak <, > ili =.

a) $3\frac{1}{5}$ $3\frac{2}{5}$, b) $5\frac{2}{9}$ $1\frac{7}{12}$, c) $5\frac{2}{9}$ 7, d) $4\frac{8}{9}$ 4, ...

Isto tako, ovdje se treba prisjetiti kako za razlomak odmah vidimo je li manji, veći ili jednak 1, te kako se ti razlomci zovu (pravi i nepravi). Zadaci za provjeru toga, te životni zadaci u kojima to primjenjujemo.

5.14. Zbrajanje i oduzimanje razlomaka jednakih nazivnika

Pojašnjenje zbrajanja i oduzimanja kroz sličice i životne primjere. Zadaci za vježbu - računski (u kojima zbrajamo i/ili oduzimamo dva ili više razlomaka, a može i kombinirano zbrajanje i oduzimanje), a ujedno i životni tekstualni zadaci. Ubaciti i zadatke koji će to povezivati sa prošlim gradivom, npr.

Zad: Ivica je pojeo $\frac{3}{10}$, a Roko $\frac{2}{10}$ čokolade.

a) Koliko su pojeli zajedno?

b) Razlomak koji si dobio u a zadatku skрати, te odgovor zapiši pomoću skraćenog razlomka.

c) Koliko čokolade je preostalo?

d) Tko je pojeo više čokolade? Za koliko više?

e) Ako je Nikola pojeo ostatak čokolade, koji dio čokolade je on pojeo?

Isto tako, zadati i zadatke u kojima u rezultatu dobivamo nepravi razlomak, pa tražiti da se pretvori u mješoviti ili prirodni broj (zadaci i za jedno i za drugo!), te da se odgovor napiše u tom jasnijem obliku.

Ovdje se mogu ubaciti i zadaci u kojima se zbrajaju razlomci, prirodni i mješoviti brojevi, a koji se

mogu izračunati napamet bez nekog složenog pismenog postupka, npr. $5\frac{2}{9} + 3$, $5\frac{7}{9} - \frac{4}{9}$, $5\frac{2}{9} + 3\frac{1}{9}$,

$\frac{2}{7} + 4, \dots$, međutim postoji opasnost da će onda djeca na isti način rješavati i zadatak npr. $3\frac{4}{5} + \frac{2}{5}$ (i dobiti $3\frac{6}{5}$). Te složenije slučajeve je možda dobro ostaviti za 6. razred.

Ovdje se možemo podsjetiti i zadataka tipa "Ako su obojane $\frac{2}{3}$ kruga, koliko je neobojano?" i povezati to sa zadatkom $1 - \frac{2}{3}$, dakle ubaciti tu i zadatke u kojima prave razlomke oduzimamo od 1 i pojasniti kako razmišljamo u takvim zadacima. (za bolje učenike)

5.15. Ponavljanje na kraju cjeline

6. Decimalni brojevi

6.1. Uvod

Prisjetimo se da nam prirodni brojevi govore koliko **cijelih** komada nečega imamo, razlomci nam načešće opisuju **dio** nečega (a mogu i više od jednog cijelog), a mješoviti brojevi nam opisuju nekoliko cijelih komada i još dio nečega. Najava: decimalni brojevi će nam, slično razlomcima i mješovitim brojevima, opisivati ili dio nečega, ili nekoliko cijelih komada i dio nečega, ali u nekim posebnim slučajevima - kad imamo desetinke, stotinke, tisućinke... (a ne npr. sedmine, devetine...), samo ćemo ih zapisivati na drugačiji način - pomoću točke.

Primjer decimalnog broja, pojašnjenje dijelova (cijeli dio, decimalna točka, decimalni dio). Naglasiti da cijeli dio govori koliko cijelih komada imamo (a to može biti i nula cijelih), a decimalni dio opisuje "nešto sitno". Kako razumjeti decimalni dio, objašnjavamo kroz primjere. Ja tu volim u jedan stupac napisati nekoliko brojeva sa jednom decimalom, u drugi stupac sa dvije decimale, a u treći sa tri. Nakon toga uočavamo što je zajedničko svim brojevima u prvom stupcu, te kako ih čitamo, kako one u drugom, a kako u trećem, te to i jasno zapišemo. Uočimo da ako su npr. **tri** decimale, trebamo se sjetiti koji se ono broj piše sa (jedinicom i) **tri** nule - to je broj tisuću, pa su to tisućinke.

Zadaci kroz koje vježbamo pročitati zapisani broj i obratno, kroz koje vježbamo zapisati broj znamenkama, npr.:

Zad: Riječima napiši kako se čitaju sljedeći brojevi: a) 3.5, b) 8.26, c) 0.006, ...

Zad: Znamenkama zapiši brojeve: a) osam cijelih i 6 desetinki, b) 8 cijelih i 6 stotinki, ... (komplicirati sa nulama...)

Djeca često brkaju kad se kaže "cijelo", a kad "cijelih" ili "cijela", možda ne bi bilo loše staviti i kakvu napomenu u vezi toga. (Neki i završe osnovnu školu miješajući to, i jednostavno ne čuju da krivo izgovaraju, a neki ipak uoče nijanse nakon što ih upozorimo na to.)

Ako znamo ispravno pročitati decimalni broj, onda nije teško pretvoriti ga u mješoviti broj (ili razlomak, ako je nula cijelih) i obratno (kad u razlomku i mješ. broju imamo desetinke, stotinke itd.). Zadaci za vježbu toga. I kroz takve zadatke dodatno uvježbavamo razumijevanje decimalnog broja.

Ovdje svakako treba biti i slikovnih pojašnjenja decimalnih brojeva, dakle sličica na kojima je obojano npr. 2.7 kvadrata, 0.13 kvadrata itd. Jer djeca, iako znaju pročitati "dva cijela i 7 desetinki", kad ih se upita da obojaju toliko kvadrata, stanu i kod cijelog dijela, a kod decimalnog pogotovo, kao da onu riječ "desetinke" ne doživljavaju što bi ona mogla značiti (nerijetko dijele na 7 jednakih dijelova jer u decimalnom dijelu piše 7). Zadaci za vježbu - sa sličice iščitati koliko je kvadrata obojano. I obratno, tražiti da učenici nacrtaju kvadrat stranice 5 cm, te da mu obojaju: a) 1.8, b) 2.46, ...

Ovdje treba pojasniti i naglasiti i da je $0.5 = \text{pola} = \frac{1}{2}$! Pojašnjenje sličicom i zadaci u kojima

provjeravamo jesu li zapamtili tu jednakost. Također istaknuti da je $6.5 = \text{šest i pol} = 6\frac{1}{2}$,

$12.5 = 12 \text{ i pol} = 12\frac{1}{2}$, ... Ubaciti zadatke u kojima tražimo da rečenicu u kojoj koristimo takve

decimalne brojeve zapišu bez njih (običnim riječima) i obratno. Npr. "Na pakovanju tijesta piše '0.5 kg'. Običnim riječima (bez decimalnih brojeva) napiši koliko kilograma tijesta sadrži to pakovanje."

I kasnije, u nastavku ove cjeline, ponavljati te osnovne jednakosti i ubacivati zadatke kroz koje novo gradivo povezujemo s ovim...

6.2. Znamenke u decimalnom broju

Praktično je uvesti kratice za nazive znamenki: velika slova za dekadске znamenke J, D, S, T, DT, ..., te mala slova za decimalne d, s, t, dt, ..., te iznad broja tj. znamenki zapisivati te kratice. Zadaci za vježbu. Među te zadatke povremeno treba ubacivati i prirodne brojeve (na kojima se djeca zablokiraju, nakon što stalno susreću decimalne), npr.

Zad: Iznad broja kraticama označi nazive znamenki: a) 928.06, b) 56902, ...

Zad: Napiši koliko decimala imaju sljedeći brojevi: a) 528.03, b) 14608, ...

Prisjetimo se kako prirodan broj zapisujemo pomoću dekadskih jedinica, te sad naučimo i kako decimalni (na sličan način) zapisujemo pomoću dekadskih jedinica i dekadskih razlomaka, npr. $739.56 = 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 9 \cdot 1 + 5 \cdot 1/10 + 6 \cdot 1/100$. U takvim zadacima preporučim učenicima da si prvo iznad znamenki kraticama označe njihove nazive, a onda iz toga iščitavaju kako će izgledati ovaj rastav. Zadaci kroz koje to vježbamo, a među njih opet ubaciti i prirodne brojeve.

6.3. Još o decimalnom dijelu

Decimalni dio se sastoji od desetinki, stotinki, tisućinki itd.

U ovoj jedinici treba pojasniti dvije stvari:

1. koji je odnos između desetinki, stotinki, tisućinki,...

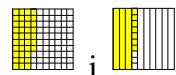
Kao prvo, treba ih vizualno pojasniti - dati sličicu na kojoj vidimo kvadrat podijeljen na desetinke i drugu na kojoj je kvadrat podijeljen na stotinke (tisućinke su vjerojatno presitne za jasno pokazati na sličici).

Što je veće, desetinka ili stotinka? A stotinka ili tisućinka? Kako idu po redu (od najveće prema najmanjoj)?

Koliko stotinki sadrži jedna desetinka? Dakle, ako desetinku podijelimo da 10 jednakih dijelova, što dobivamo? A ako stotinku podijelimo na deset jednakih dijelova? Itd. Zadaci u kojima treba dopuniti takve rečenice.

2. da decimalni dio možemo čitati (i bojati) bilo u komadu, bilo decimalu po decimalu - dođe se na isto. To je važno razumjeti zbog kasnijeg uspoređivanja decimalnih brojeva (kad decimalni dio iščitavamo znamenku po znamenku), zbog zbrajanja koje možemo činiti napamet itd.

Npr. ako trebamo obojati 0.37 kvadrata, možemo bojati ili 37 stotinki, ili 3 desetinke i 7 stotinki. Dati



sličice koje pokazuju oba bojanja i sa kojih se vidi da je zaista jednako obojano,

Za bojanje zadnjeg kvadrata smo decimalni dio čitali znamenku po znamenku "3 desetinke i 7 stotinki", te smo koristili činjenicu da podjelom desetinke na 10 jednakih dijelova dobivamo stotinke.

Zadaci u kojima tražimo da se iščita i decimalnim brojem zapiše koliko je obojano (na nekim sličicama da se vidi podjela na stotinke, a na drugima na desetinke a zadnja desetinka na stotinke, dakle oba slučaja kakve prikazuju gornje sličice, naizmjenice). Obrat, zadaci u kojima tražimo da se nacrtava kvadrat

stranice 5cm (to je 10 kvadratića, pa je lako raditi podjele) i oboja: a) 1.48 kvadrata, b) 0.07 kvadrata, c) 0.7 kvadrata, ...

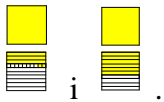
Kroz takve zadatke također provjeravamo razumijevanje decimalnih brojeva.

6.4. Uspoređivanje decimalnih brojeva

Iako se prije ove jedinice rješavaju raznorazni zadaci kroz koje upoznajemo decimalne brojeve i produbljujemo razumijevamo istih, kad na početku ove cjeline upitam učenike "Između koja se dva susjedna prirodna broja nalazi 4.217 ?", mnogi se blokiraju. Stoga mislim da je korisno ovdje krenuti sa takvim zadacima.

Zad: Napiši između koja se dva uzastopna cijela broja nalaze sljedeći decimalni brojevi: a) 4.217, b) 80.03, c) 0.9 , ...

Zatim idu primjeri (i zadaci) u kojima uspoređujemo decimalne brojeve koji imaju različite cijele dijelove, a nakon toga i oni u kojima imamo jednake cijele dijelove (pa uspoređujemo decimalni dio znamenku po znamenku). Pojasniti zašto, u slučaju kad su cijeli dijelovi jednaki, decimalni dio uspoređujemo znamenku po znamenku – staviti i sličice koje to objašnjavaju, npr. za brojeve 1.32 i 1.6 ,



Učenici su u nižim razredima navikli da je dulji broj uvijek veći (tako je s prirodnim brojevima), pa treba naglasiti da s decimalnim brojevima to ne mora vrijediti.

Ovdje ujedno treba povremeno ubacivati i prirodne brojeve (uspoređivanje decimalnih i prirodnih), a ujedno i zakomplicirati sa nulama, npr. a) 4.7 4.07, b) 50 5.0, c) 4.6 4.60, d) 46 460, e) 8 8.000...

Tu je prirodno ubaciti i zadatke u kojima se zada više decimalnih brojeva (i pokoji prirodni među njima), pa ih treba poredati po veličini.

Isto tako, mogu se obaciti i ovakvi zadaci:

Zad: Za koje sve prirodne brojeve a vrijedi: a) $2.7 < a < 8.3$, ...

Ovdje treba istaknuti i da se iza zadnje decimalne može dopisati proizvoljno mnogo nula te da se decimalni broj time ne promijeni (to ćemo koristiti kod zbrajanja i oduzimanja, kad brojevi s kojima računamo nemaju jednako mnogo decimala, a i kod još nekih računa...). Bilo bi dobro dati i sličicu koja prikazuje jednu takvu jednakost.

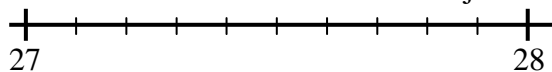
Također treba razumjeti i obrat - ako decimalni broj na zadnjim decimalnim mjestima ima nule, te nule možemo (i trebamo!) izbaciti, a broj se time neće promijeniti. To ćemo koristiti kad u nekom računu dobijemo nule na kraju, pa je prirodno da ih izbacimo, i time broj učinimo kraćim i čitljivijim/jasnijim. I kalkulatori tako rade (umjesto rezultata 3.400 napisat će nam 3.4). Zadaci kroz koje to uvježbavamo i koji sadrže i zamke, npr.

Zad: Ispusti nule koje se smiju ispustiti a da se broj ne promijeni: a) 0.9080, b) 27.5000, c) 6000.090, d) 70.00, e) 9.400, f) 820, ...

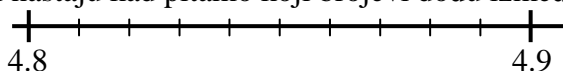
6.5. Decimalni brojevi na brojevnom pravcu

Prvo razjašnjavamo koji brojevi se zapisuju uz crtice kad razmak između dva susjedna cijela broja podijelimo na 10 jednakih dijelova, npr.

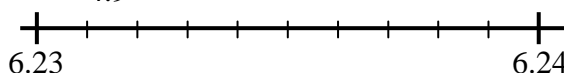
To je većini učenika jasno.



Problemi nastaju kad pitamo koji brojevi dođu između susjednih desetinki, npr.



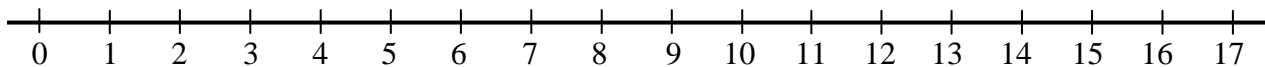
koji između susjednih stotinki, npr. itd.



Takve zadatke treba objasniti i zadati ih dovoljno za vježbu.

Nadalje, ni u jednom našem udžbeniku se ne pojavljuje zadatak poput ovoga:

Zad: U bilježnici nacrtaj brojevni pravac poput donjeg te na njega otprilike smjesti brojeve: 6.5, 7.1, 9.8, 12.6, 0.5, 3.82, 1.384, 10.111, 8.08, 15.497, 13.1313 .



Većina djece uopće ne zna gdje je otprilike broj npr. 4.712, te stoga smatram da je izuzetno važno pojasniti smještanje stotinki i tisućinki u ovakvom zadatku (tj. to da gledamo samo cijeli dio i desetinke).

6.6. Zaokruživanje decimalnih brojeva

Pojasniti kako zaokružujemo na najbliže cijelo, a kako na jednu, dvije ili tri decimale.

Uz pojašnjenja bi bilo dobro dati i sličice, ili sa obojanim dijelovima kvadrata, ili sa brojevnim pravcem na kojem se vidi zašto tako zaokružujemo.

Ovdje je dobro imati prvo zadatke u kojima vježbamo zaokruživati na najbliže cijelo, zatim one u kojima zaokružujemo na jednu decimalu itd.

Nakon toga tražiti da se jedan te isti broj zaokruži na: a) cijeli dio, b) jednu decimalu, ...

Tekstualni (životni) zadaci u kojima se traži zaokruživanje.

6.7. Zbrajanje decimalnih brojeva

Pojasniti pravilo zbrajanja decimalnih brojeva međusobno, ali i decimalnih brojeva sa prirodnima.

Napomenuti da u prirodnom broju možemo dopisati točku na kraju broja (pa kod potpisivanja smješati točku ispod točke).

Ovdje treba ubaciti i zadatke u kojima u rezultatu dobivamo nule na zadnjim decimalnim mjestima, pa podsjetiti da se te nule trebaju izbaciti iz rezultata. Npr. kod računanja $0.617+39.08+7.6+2.703=$, brojeve ćemo potpisati i ispod toga dobiti rezultat 50.000, no kad rezultat zapisujemo gore iza znaka jednakosti, treba se sjetiti izbaciti nule koje se smiju izbaciti!

Razni tekstualni (životni i geometrijski) zadaci u kojima zbrajamo decimalne (i prirodne) brojeve, a i u njih ubaciti ovo sa sređivanjem nula u rezultatu.

6.8. Oduzimanje decimalnih brojeva

Iste napomene kao za zbrajanje. Posebno istaknuti kako oduzimamo kad umanjitelj ima manje decimala od umanjitelja (tu se često griješi)!

Kao i kod prirodnih brojeva (u 1. cjelini), i ovdje ubaciti zadatke tipa: Za koliko je ovaj broj veći/manji od onoga, Zadani broj povećaj/umanji za toliko...



6.9. Zbrajanje i oduzimanje decimalnih brojeva napamet

Ovo se može odraditi i unutar jedinica 6.7 i 6.8, no ja to obično odradim nakon njih, ovako zajednički za zbrajanje i oduzimanje. Neki učenici jako brzo shvate kako u glavi začas odvrtni račun napamet, dok drugima to nikako nije jasno. Ja na tom računu napamet ne inzistiram da ga svi moraju razumjeti (tko ne razumije, neka uvijek računa pismeno), no dobro je proći to zbog onih koji to mogu savladati. Ovdje radimo zadatke poput:

- $4+5$, $0.4+0.5$, $0.04+0.05$, a zatim $0.4+0.05$, $0.04+0.5$,...
- $6+1$, $6+1.2$, $6+1.98$, ...
- $8+4$, $0.8+0.4$ (s prijelazom), $0.08+0.04$, $0.008+4$,... $0.7+0.9$, ...
- $7.64+1.3$ i sl.
- $5.3+0.7$ (zbrajanje do cijelog broja), $62.6+0.4$, $3.92+0.08$, ...
- $9-2$, $0.9-0.2$, ...
- $4.72-1$, $4.72-0.1$, $4.72-0.01$,...

- 1-0.3, 1-0.8, ..., 5-0.4, 8-0.9,... (oduzimanje desetinki od cijelog broja)
- 1-0.03, 1-0.06, ..., 8-0.01, ... (oduzimanje stotinki od cijelog broja)
- 8-0.1, 8-1.1, 8-2.1, 17-5.4, 29-6.8,...
- 8.937-0.02, 4.8-1.2, 9.73-7.08,...
- 8.2-0.4, 10.5-0.7,... (oduzimanje s prijelazom)
- 8.3-7.9, 4.21-4.13,... (bliski brojevi, računamo "od-do", npr. od 7.9 do 8.3)
- ...

Mnogi od ovih tipova zadataka, odnosno načini na koje ih treba razumjeti, mogu se pojasniti slikovno,

npr. $0.2 + 0.05 =$  $=$  $= 0.25 .$

6.10. Množenje decimalnog broja dekadskim jedinicama

Dosta sam puta od srednjoškolskih profesora čula komentar kako je ovo gradivo zapravo jednostavno, a djeca imaju puno problema s tim. No, ovo uopće nije jednostavno gradivo! Samo prvi tip zadatka, u kojem djeci pojasnimo pomicanje točke, možda se može nazvati jednostavnim, no ovdje postoji još nekoliko tipova zadataka/cakica, koje oni moraju dobro savladati da bismo mogli reći da su naučili množiti dekadskom jedinicom.

Zbog složenosti ove jedinice, prvo krećem sa množenjem sa 10. Tek kad to dobro savladamo (sve podtipove zadataka), krenut ćemo na množenje sa 100 itd.

Ja obično krećem sa zadatkom u kojem računamo $4.72 \cdot 10$, tako da uzastopno zbrajamo $4.72+4.72+4.72+\dots$, dakle potpišemo i izračunamo. Kad dobijemo rezultat 47.20, sjetimo se što u tom rezultatu trebamo napraviti da ga uredimo (izbaciti nulu), te jasno zapišemo zadatak i rješenje, $4.72 \cdot 10 = 47.2$. Zatim gledamo početni broj i rezultat, te uočavamo što se dogodilo (s točkom). Izvodimo zaključak, te djeci zadam za DZ da sami još u dva zadatka uzastopnim zbrajanjem provjere vrijedi li taj zaključak. A na satu idemo na uvježbavanje. Zadaci kakve ovdje svakako treba obuhvatiti su:

- $32.819 \cdot 10$ - kroz takve jednostavno uvježbavamo pomak točke i prepisivanje svih znamenki redom),
- $4.9 \cdot 10$ - ovdje uvježbavamo da nakon pomaka točke udesno, tu točku više ne pišemo
- $0.4 \cdot 10$ - ovdje nakon pomaka točke udesno, više ne pišemo niti točku niti nulu, dakle rezultat se ne piše niti kao 04. , niti kao 04, već jednostavno 4
- $0.005 \cdot 10$ - koje nule ovdje ispuštamo kod pisanja rezultata, a koje ne smijemo ispustiti?
- $73 \cdot 10$ - da li se nakon gornjih primjera/zadataka sjećamo kako se ovo računa?

Sve navedene tipove zadataka treba u udžbeniku objasniti, te zadati zadatke za vježbu - izmiješati gornje tipove!

Nakon množenja sa 10, idemo na množenje sa 100. Ovdje se stvari još dodatno kompliciraju jer se događa da još više nula možda treba izbaciti iz zapisa rezultata. Uz gornje tipove zadataka, novi tip zadatka ovdje jest:

- $0.6 \cdot 100$ - ovdje se još i dopisuje nula iza 6 (kod množenja sa 10 nismo imali dopisivanje nula, osim ako smo prirodni broj množili sa 10). Ovdje je jako puno mogućnosti za krivo zapisati rezultat, bilo da se krivo izračuna ili da se točno izračuna ali se rezultat ne sredi, npr. 060. , 060, 60. , 6.0, 06.0, ...

Izmiješati razne tipove zadataka iz množenja sa 100 (poput svih gore navedenih).

Konačno, idemo na množenje sa 1000. Tipovi zadatak su već gore navedeni, ali ovdje se još veći broj nula možda izbacuje ili dopisuje, pa to dodatno komplicira. Izmiješati razne tipove zadataka.

Nakon što smo posebno i postepeno uvježbali množenje sa 10, 100 i 1000, slijedi zadatak u kojem izmiješamo ta množenja, a nakon njih se mogu ubaciti i zadaci sa 10000, 100000 i sl.

Slijedi primjena u zadacima u kojima pretvaramo mjerne jedinice (prvo za duljinu a onda i za površinu) iz veće u manju, npr. $4.6 \text{ m} = \text{--- cm}$. U takvim zadacima opet treba obuhvatiti sve gornje tipove zadataka, izmiješano.

Ovdje treba ubaciti i životne zadatke u kojima se pojavljuje množenje dekadskim jedinicama.

6.10. Dijeljenje decimalnog broja dekadskim jedinicama

Ovdje opet postoje razne poteškoće, odnosno razni podtipovi zadataka koji otežavaju račun.

Ja ovdje opet krećem sa dijeljenjem samo sa brojem 10. Tek kad to pojasnimo, ići ćemo na 100 itd.

Krećemo od toga da se podsjetimo da su množenje i dijeljenje povezane računске operacije, npr. $7 \cdot 8 = 56$, a $56 : 8 = 7$ i $56 : 7 = 8$. Primijenimo to na zadatak kakvog znamo rješavati, npr. $42.73 \cdot 10 = 427.3$, pa otuda zaključimo koliko će biti $472.3 : 10$. Uočavamo pravilo, te krećemo na uvježbavanje. Ovdje trebaju biti zadaci poput:

- $789.6 : 10$ - jednostavni pomak točke, bez dodatnih komplikacija
- $189 : 10$ - sjetimo se gdje se u prirodnom broju nalazi točka, zapišimo je tu i pomaknimo
- $5.8 : 10$ - nakon pomaka točke, ispred nje treba dopisati nulu; česta greška ovdje je da djeca misle da je rezultat 58 (napomenuti da nije isto .58 i 58. - koje od toga je 58?)
- $0.6 : 10$, $0.08 : 10$ - nagomilavanje nula...

Sve navedene tipove zadataka treba u udžbeniku objasniti, te zadati zadatke za vježbu - izmiješati gornje tipove!

Nakon dijeljenja sa 10, idemo na dijeljenje sa 100. Ovdje se stvari dodatno kompliciraju. Objasniti i vježbati zadatke poput:

- $764.8 : 100$ - jednostavno pomicanje točke
- $127 : 100$ - sjetimo se gdje je točka u prirodnom broju (gdje ju možemo dopisati)
- $34.6 : 100$ - dopisivanje nule ispred pomaknute točke
- $13 : 100$ - ovaj tip zadatka objedinjuje gornja (zadnja) dva
- $8.9 : 100$ - dopisivanje više od jedne nule
- $7 : 100$ - i dopisivanje točke i više nula
- $0.3 : 100$ - još više paziti na nule
- $450 : 100$ - ovdje ćemo se nakon dobivanja rezultata 4.50 morati sjetiti izbaciti zadnju nulu, 4.5
- $70 : 100$ - neke nule se dopisuju, a neke izbacuju

Dati primjere za sve te tipove zadataka, te zadatke za vježbu.

Kod dijeljenja sa 1000 stvari se još dodatno kompliciraju dopisivanjem i izbacivanjem nula...

Nakon posebno uvježbavanja dijeljenja sa 10, pa sa 100, pa sa 1000, slijede izmiješani zadaci. Nakon njih može i pokoji iz dijeljenja sa još većim dekadskim jedinicama.

Zatim slijede zadaci sa pretvaranjem mjernih jedinica iz manje u veću (prvo mj.jed. za duljinu, a onda i za površinu).

Životni zadaci u kojima moramo dijeliti decimalni broj dekadskom jedinicom.

Nakon toga izmiješati zadatke iz množenja i dijeljenja dekadskim jedinicama, a onda i izmiješati zadatke sa pretvaranjem mjernih jedinica (iz veće u manju i manje u veću), kao i životne zadatke.

6.11. Množenje decimalnih brojeva

Objasnimo pravilo i uvježbavamo primjenu.

Dati i primjere u kojima u drugom faktoru imamo nule na početku (nula cijelih...) - trebamo li množiti tom početnom nulom (ili s nekoliko početnih nula, ako ih je više na početku)?

Ubaciti i zadatke u kojima u drugom faktoru i usred broja imamo nule - sjećamo li se što s njima?

Ne zaboraviti ubaciti i množenje decimalnog broja prirodnim.

Dati primjere/zadatke u kojima ćemo u rezultat morati dopisivati nule da bismo imali dovoljno decimalnih mjesta, npr. $14 \cdot 0.003$.

Jedan primjer iz množenja dekadskim jedinicama riješiti na način objašnjen u ovoj jedinici, te ukazati da ovaj postupak vodi na isto rješenje kao i onaj s pomicanjem točke - a što je brže i praktičnije?

Tekstualni (životni) zadaci.

Zadaci za uvježbavanje množenja napamet, u zadacima u kojima se to može.

Istaknuti da se množenjem sa brojem koji je manji od 1, broj smanjuje (možda to samo spomenuti kroz koji zadačić u kojem treba nešto izračunati, pa onda odgovoriti na pitanja koja će voditi do zaključka). To je nešto što dosad nismo susretali.

6.12. Dijeljenje decimalnog broja prirodnim brojem

Kao prvo, preporučila bih da u većina zadataka djelitelj bude jednoznamenkasti i da bude dovoljno takvih zadataka da i slabiji učenici mogu uvježbati postupke koje ovdje treba savladati. A zbog boljih učenika, naravno, treba biti i pokoji zadatak u kojem dijelimo sa dvoznamenkastim.

Ovdje opet imamo nekoliko tipova zadataka, odnosno nekoliko postupaka koje trebamo svladati, npr.

- $152.88 : 6$ - kroz ovakve zadatke jednostavno uvježbavamo u kojem trenutku u rezultatu trebamo zapisati decimalnu točku
- $23.4 : 5$ - ovdje ćemo nakon spuštanja četvorke i dijeljenja, dobiti ostatak na kraju, te trebamo spustiti nevidljivu nulu
- $7 : 2$ - sjetiti se da iza 7 možemo zamisliti točku i nule...
- $2.58 : 4$ - cijeli dio se "ne da" podijeliti sa 4; što sad?
- $3 : 5$ - obedinjuje gornja zadnja dva tipa zadataka

Za svaki od gornjih primjera u udžbeniku pojasniti kako se rješava, te dati dovoljno zadataka za vježbu - prvo po tipovima (da se prvo svaki tip dobro savlada), a onda izmiješano.

Kao primjer riješiti i jedan zadatak u kojem dijelimo dekadskom jedinicom na ovdje objašnjeni način, te istaknuti da se dobiva isti rezultat kao i pomicanjem točke - a koje je brže i praktičnije? Možda zadati za DZ koji zadatak da dijeljenje dekadskom jedinicom izvedu na oba načina i usporede rezultate. Neka malo vježbaju jedno i drugi, uspoređuju, i podsjećaju se koje je brže...

Tekstualni (životni) zadaci u kojima se primjenjuje ovdje naučeno (opet razni tipovi gornjih zadataka).

Zadaci u kojima vježbamo račun napamet, među kojima svakako treba biti i dijeljenje s 2 (npr. $7:2, \dots$).

6.13. Dijeljenje decimalnog broja decimalnim brojem

Ovdje bih također predložila da u većini zadataka dijeljenje svede na dijeljenje jednoznamenakstim brojem.

Pojasniti postupka te ne zaboraviti zadatke u kojima imamo:

- u djeljeniku više decimala nego u djelitelju, npr. $9.758:0.04$ - tu će i nakon pomicanja točki djeljenik ostati decimalan broj
- u djeljeniku jednako mnogo decimala kao u djelitelju, npr. $0.392:0.112$ - nakon pomicanja točki oba broja postaju prirodna
- $5.3 : 0.25$ - u djeljeniku ćemo nakon pomicanja točki morati dopisivati nule
- $6 : 0.2$ - gdje je točka u djeljeniku?...

Puno zadataka za vježbu.

Tekstualni zadaci.

Istaknuti da dijeljenjem sa brojem koji je manji od 1, dobivamo broj veći od djeljenika (možda opet kroz pokoji zadatak u kojem treba nešto izračunati, pa onda odgovoriti na pitanja koja će voditi do zaključka). To je nešto što dosad nismo susretali.

6.14. Pretvaranje razlomka u decimalni broj i obratno

Razlomak pretvaramo u decimalni broj tako da brojnik podijelimo nazivnikom. Zadaci za uvježbavanje (ubaciti i prave i nepravne razlomke).

Komentirati što na taj način dobijemo kad $1/2$ pretvaramo u decimalni broj - je li nam ta jednakost poznata od prije?...

Pretvaranje decimalnog u mješoviti broj smo već prije naučili (na početku ove cjeline). Sad to ponoviti, te se na to nadovezati sa pretvaranjem u razlomak.

Ako razlomak pretvorimo u decimalni broj, a onda decimalni nazad u razlomak, hoćemo li dobiti početni broj? Provjera u nekoliko primjera (može i kroz zadatke za DZ). Ne zaboraviti srediti rezultat (skraćivanje razlomaka)!

A ako krenemo dec.br. -> razlomak -> dec. br. , hoćemo li se i tu vratiti na početni broj? Primjeri i zadaci...

6.15. Zadaci s više računskih operacija i sa zagradama

Ja ovakve zadatke s decimalnim brojevima niti ne radim, a pogotovo ako se unutar njih nalaze računi koji se ne mogu izvoditi napamet, pa se zadatak otegne u mučni beskraj...

Ako se već ide na zadatke s više računskih operacija i sa zagradama, neka brojevi budu takvi da se kroz to vježba račun napamet. A tko nikako ne može napamet, neka se muči pismeno (tko mu kriv)...

6.16. Ponavljanje na kraju cjeline

7. Ponavljanje na kraju školske godine

Najosnovniji tipovi zadataka (koje bi svatko na kraju 5. razreda morao znati riješiti), a ujedno i nadgradnja (za bolje učenike), može posebno po cjelinama, a može i izmiješano - sistematizacija i povezivanje gradiva. Treba biti dovoljno zadataka za rješavanje na satu i za DZ.